TEORIA COMPITA

DELLA COSTRUZIONE

E DEL MANEGGIO

DE' BASTIMENTI

Ridotta ad uso di quelli che s' applicano alla navigazione

DEL SIGNOR

LIONARDO EULERO

TRADUZIONE

Dall' originale Francese con Annotazioni

DI SIMONE STRATICO

Pub. Prof. di Matematica e Teoria Nautica nell' Università di Padova.

IN PADOVA MDCCLXXVI.

NELLA STAMPERIA PENADA

Con Lic. de' Sup.

Digitized by the Internet Archive
in 2016

https://archive.org/details/teoriacompitadel00eule

Agl' Illuſtriſſimi ed Eccellentiſſimi Signori

ALVISE VALARESSO

ANDREA TRON

CAV. E PROCURATOR DI S. MARCO

GIROLAMO ASCANIO

ZUSTINIAN CAV.

RIFORMATORI DELLO STUDIO DI PADOVA.

ECCELLENZE.

Tutte quelle produzioni de' ſublimi ingegni che direttamente contribuiſcono all' aumento del ſapere in un' arte grande, com' è la Navale, ſi debbono diffondere tra i cultori di eſſa, per

procurarne la perfezione, la quale non in altro modo ſi può conſeguire, ſe non che dando alla ragione una ſicura guida di ſcienza, onde nella moltitudine de' metodi che la pratica addotta, e nell' inviluppo delle ricerche da farſi, proceder ſi poſſa non tentando, ma con chiaro lume di dimoſtrazioni. Tale è ſenza dubbio queſto libro dell' incomparabile Sig. Eulero, nel quale per vie luminoſe e piene d' ingegno le più difficili teorie dell' arte navale ſvolge e dimoſtra in modo, che la pratica può trarre certa conferma delle ſue regole o direzioni più ſicure. Ed invero non poteva un così bel lavoro eſeguirſi che da un ſommo Matematico, il quale aveſſe con profonde meditazioni rivolto il ſuo ſtudio a queſto argomento, vincendone la difficoltà e l' aſprezza, ſicco-

me aveva egli fatto già nel ſuo grande Trattato della Scienza Navale. Ma per traſportarſi da quello alle Teorie di vero uſo e dentro di que' confini che l' eſperienza aſſegna alla general ſcienza delle proporzioni, vi voleva una guida non meno grande dell' Autore medeſimo: giacchè la ſemplicità e la facilità delle nozioni fondamentali ſono il frutto della maſſima intelligenza, ed il ſegno del pieno poſſedimento delle ſcienze. L' illuſtre teſtimonianza che di queſto egregio libro anno reſa li Signori d' Alembert e Marcheſe di Condorcet della Reale Accademia delle Scienze di Parigi, e la munificenza con cui volle il Sovrano della Francia che ſi manifeſtaſſe in queſta occaſione la ſtima all' Autore dovuta, come ſi ſcorge nella lettera a lui ſcritta dal Sig. Condorcet,

che ho perciò riportata, ſono una ſicurezza eſterna, ma troppo certa del vero pregio di queſt' opera. Da tali conſiderazioni eccitato ho intrapreſa l' edizione italiana di queſto libro, alla quale ho aggiunte alcune annotazioni. La preſento umilmente all' E. E. V. V. con luſinga ferma che vorranno aggradire la mia induſtria di giovare a queſto genere di ſtudj tra di noi, il quale ſino ad ora è affatto mancante di libri nel noſtro idioma, col pubblicarne uno che è ottimo; e con profondiſſimo oſſequio mi proteſto

Di V. V. E. E.

Padova addì 30. Novembre 1775.

Umiliſs. Obbedientiſs. Devotiſs. Servitore
Simone Stratico.

LET-

LETTERA SCRITTA AL SIGNOR

LIONARDO EULERO

A S. PETRSBOURG

DAL SIG. MARCH. DI CONDORCET

Segretario della Reale Accademia delle Scienze di Parigi. *Giorn. di Bouill. T. VI. P. II. p.* 341.

Tosto ch' io seppi, o Signore ed Illustre confratello, che voi non avevate ricevuta la gratificazione la quale doveva esservi spedita per ordine del Re (questa era di 6000 Franchi), *non ho perduto un momento di tempo per rilevare la cagione di questo ritardo. Essa fu una dimenticanza derivata dai cambiamenti del Ministero, e riceverete fra poco una lettera del Sig. Controllor Generale. Suppongo altresì che in breve si farà qui una nuova edizione della vostra* Teoria della costruzione e maneggio de' bastimenti. *Dopo che ho veduta quest' opera, e dopo che ho letto il vostro commentario sopra Robins in una traduzione francese manoscritta, ho creduto che fosse mio dovere di proporre ad un Ministro* (il Sig. Turgot) *amico delle scienze e dotto, che vi si offerisse questa lieve ricompensa.*

Non esitò Egli a decidere sulla mia attestazione appoggiata a quella del Signor d' Alembert vostro ammiratore ed amico, e giudicò come noi, che un genio quale è il vostro, appartenga a tutte le Nazioni poichè fa del bene a tutte, ed abbia perciò diritto d' aspettare delle ricompense da tutti i Sovrani. Fui contento di cogliere questa occasione per darvi un contrassegno dell' ammirazione, che l' opere vostre m' anno ispirata. Sono quindici anni da che le studio, e sono sempre con egual meraviglia di vedere tanta profondità congiunta ad una fecondità così inesausta. Ma Signore ed Illustre confratello, forse il discepolo, che vi scrive questa lettera è a voi assolutamente ignoto. Non oso lusingarmi che le piccole opere mie siano pervenute sino a voi: io vado passo passo nella carriera, per la quale voi correte: ecco il solo titolo per avvicinarmi a voi. Degnatevi di ricevere i miei voti per il lungo godimento della vostra gloria, e le conferme del mio rispetto e della mia ammirazione, giacchè la distanza nella quale sono vissuto da voi, non mi anno permesso d' avere gli altri sentimenti, che quelli i quali vi conoscono di persona, ricusar non possono al vostro carattere ed alla vostra virtù.

Parigi 1. *Aprile* 1775.

A SUA

A Sua Altezza Imperiale

PAOLO PETROVITZ

Gran Duca di tutte le Russie,
Duca Regnante di Schleswig-
Holstein Grand-Ammiraglio
della Russia
&c. &c. &c.

Signore.

A piccola opera, che mi prendo la libertà di dedicare col più profondo rispetto all' Altezza Voſtra Imperiale, verſa ſopra un argomento che baſtantemente ſcuſa il mio ardire.

La

La ſcienza di tutto ciò che appartiene alla navigazione è ſenza dubbio una delle più ſublimi e delle più utili cognizioni dello ſpirito umano. Nondimeno eſſa fu ſino ad ora quaſi affatto negletta, e ſebbene non ſia che da quarant' anni che i Geometri v' anno affaticato con qualche frutto, ſono però le loro ſcoperte sì fattamente inviluppate ne' più profondi calcoli, che la marineria non ne ha potuto trarre quaſi alcun vantaggio.

Io mi luſingo d' aver trovato il modo di ridurre tutte le loro ricerche alla capacità di quelli che s' applicano alla navigazione, nè ſi può dubitare, che un' eſatta cognizione de' principj veri e delle ragioni alle quali s' appoggia la buona coſtruzione de' baſtimenti non li metta in iſtato di perfezionare la pratica, e di rimediare ai difetti, che vi ſi potrebbono ancora introdurre.

L' u-

L' utilità che può risultare da quest' opera m' incoraggiò a presentarla a' piedi di Vostra Altezza Imperiale, con la speranza ch' Ella vorrà aggradirne l' omaggio.

Sono col più profondo rispetto

SIGNORE

Dell' Altezza Vostra Imperiale

A S. Petersbourg li 30. Novembre 1773.

L' Umilis. ed Obbedientis. Servitore
Lionardo Eulero.

AV-

AVVISO
DELL' EDITORE.

NElla Scienza Navale dopo che con la luce della Geometria ſi ſono meſſe in chiaro le relazioni tra le forze che producono l' equilibrio ed il moto de' baſtimenti, e tra i momenti che ne dipendono, e dopo che ſecondo varj dati aſſunti s' è ridotta a formule determinate ogni ricerca, e s' è calcolata la maſſima complicazione di circoſtanze; il principale oggetto e la maggiore difficoltà è di traſportare quegli eſemplari di ragione al fatto, e di ſciorre individualmente in qualunque baſtimento propoſto con facile e ſicuro modo ogni domanda. Trattandoſi d' un' Arte d' azione grande e ſpedita, ozioſe reputanſi e di ſola curioſità quelle meditazioni, le quali o in neſſun modo, o ſoltanto con lunga fatica e lenta induſtria ſi poſſono traſportare al fatto. Si ſono perciò ben giuſtamente lagnati gli uomini d' arte, che la maggior par-

parte de' ſtudj de' Geometri ſulla ſcienza navale infruttuoſa rimaneſſe per la pratica, mentre al contrario queſta ſola e di per ſe tanti progreſſi aveva fatti, quanti ſe ne ſcorgono confrontando lo ſtato della Marina di queſti tempi con quello delle più rimote età.

Giovanni Bernoulli nella prefazione al ſuo nuovo ſaggio di Manovra riconobbe volentieri e dichiarò che la ſua Teoria non era compita, e che non ſi ſarebbe giammai veduta tale, atteſe le difficoltà quaſi inſuperabili che s' incontrano, quando ſi vogliano impiegare i veri principj della matematica e conſiderare inſieme la figura propria delle navi, dalla qual conſiderazione per altro dipende aſſolutamente la perfezione della Teoria.

Tale è la relazione tra la coſtruzione ed il maneggio de' baſtimenti, che non ſi può coſtruirne ragionevolmente ſenza dipendere da quelle proprietà di moto e d' equilibrio che ſi vogliono ottenere nella navigazione: nè ſi può iſtituir bene la navigazione ſenza conoſcere le proprietà del baſtimento relative al moto ed all' equilibrio. Queſti due oggetti eſſendo ſtrettamente conneſſi e dipendenti l' uno dall' altro, non è poſſibile di ridurre queſto argomento a ragione di ſcienza ſenza che l' uno

e l' altro ſiano noti con qualche preciſione, come ai coſtruttori e piloti lo ſono o eſſer devono per pratica ed uſo. E ſiccome i baſtimenti per i varj uſi che ſe ne vogliono, per i metodi particolari di coſtruzione, per la varietà de' mari che ſolcar devono, ſono aſſai diverſi tra di loro; così non ſi può ſtabilire la Teoria Geometrica, ſe non che applicando le leggi dell' urto de' fluidi a figure di carene aſſunte con qualche approſſimazione e ſomiglianza alle vere; dalle quali poi per tradurſi alle vere bene ſpeſſo ſi rende neceſſaria una oſſervazione e diligenza laborioſa, e nella moltiplicità delle circoſtanze ſoggetta ad errori. Laonde ſe ſi aſſegnino i caratteri che veramente diſtinguono le ſpecie de' baſtimenti, traſcurando le circoſtanze che conducono ad una preciſione ſcrupoloſa ed inutile, s' avrà ſciolto il principal nodo di queſta difficoltà: e queſto è appunto ciò che con ſomma deſterità d' ingegno fece il Signor Eulero con la Teoria di queſto libro, che perciò giuſtamente ſi chiama compita.

E primieramente quanto alle leggi dell' equilibrio e della ſtabilità de' baſtimenti, dopo che per i principj Idroſtatici s' è dimoſtrato, che la ſtabilità ed il momento con cui il baſtimento incli-

nato da qualche forza ſi reſtituiſce al ſito dell' equilibrio, dipendono dal luogo del centro di grandezza della parte immerſa, del centro di gravità di tutto il baſtimento, dalla grandezza della ſezione d' acqua e dal volume immerſo, in mezzo alle infinite combinazioni del più e del meno di ciaſcheduno di queſti elementi, le quali competer poſſono ai baſtimenti, aſſai malagevole riuſcirebbe di applicare queſte deduzioni al fatto, ſe con facile modo non ſi poteſſe limitarſi ai caſi che offre la Pratica. Ora queſti limiti aſſai acconciamente ſi trovano dall' Autore nella Prima Parte. Imperocchè tutte le figure delle ſezioni d' acqua devono eſſer compreſe tra la figura d' un paralellogramo rettangolo circoſcritto, e quella d' un rombo inſcritto nella ſezione d' acqua: e queſte figure anno la proporzione tra di loro dell' unità alla ſua metà. Parimente tutte le figure ſolide delle carene ſono compreſe tra quella d' un priſma circoſcritto e d' una piramide inſcritta, la proporzione delle quali è dell' unità ad un terzo, ed eſſendo le carene ſempre conveſſe all' in fuori, più ragionevolmente ſi fiſſano queſti limiti nell' unità e nella ſua metà. Il terzo elemento che è il ſito del centro di grandezza della parte immerſa

ſa ha i ſuoi confini da un mezzo ad un terzo della profondità, ſiccome ſi riconoſce dai limiti del volume. Finalmente il ſito del centro di gravità di tutto il baſtimento non è mai ſotto un terzo della profondità, ſe cade ſotto la ſuperficie dell' acqua, nè ſopra un mezzo della ſteſſa profondità, ſe è ſopra la ſuperficie dell' acqua. Ed ecco poſti i confini agli elementi tutti, dai quali dipende la miſura della ſtabilità, e quindi le formule, nelle quali eſſi ſi combinano, poſſono ridurſi a preciſione di numeri e formarſene delle tavole, le quali per tutti i gradi tra gli ſtabiliti confini diano i riſultati che ſi ricercano. Converrà perciò conoſcere nel baſtimento dato la preciſione de' ſuddetti elementi, l' ultima ragione de' quali riduceſi a quella della profondità, della larghezza e del luogo del centro di gravità, miſure che non difficilmente s' ottengono. E perchè la quantità delle forze che agitar poſſono i baſtimenti non ſi può definire, perciò ſi chiameranno in ſoccorſo ed a perfezione della Teoria alcune non difficili oſſervazioni, quali ſono la proporzione tra la larghezza e profondità de' baſtimenti che ſono riuſciti ſicuri nelle maggiori violenze: e la legge con cui compiſce le ſue oſcillazioni nell' acqua tranquilla

il baſtimento che ſia dato , con che ſi evita un calcolo laborioſo e ſoggetto ad errore .

Ciò riguarda il baſtimento che galleggia e non per anche ſcorre ſul mare , il che quando avviene per l' azione di forze in eſſo operanti , comincia egli a provare una reſiſtenza dall' inerzia del fluido che deve fendere , e ben preſto ſi riduce ad un moto equabile dall' accelerato col quale principia . Di queſta reſiſtenza due ſono gli effetti : uno è il ritardo del moto , l' altro è il cambiamento di direzione , qualora il ritardo cagionato dalla reſiſtenza non è eguale in amendue le parti del baſtimento relative alla direzione del cammino . Imperocchè quando il baſtimento è ſpinto ſecondo la direzione della colomba per l' acqua che è in calma , o non ſi muove con direzione diverſa , eſſendo che la colomba lo divide in due parti ſimili ed eguali , ſoffre egli contro amendue queſte parti reſiſtenza eguale , e l' effetto che ne riſulta è che la velocità ſua ſia alquanto minore della velocità della forza ſpingente . Qualora poi la direzione ſecondo la quale è ſpinto il baſtimento fa angolo con la colomba , o ciò ſia per la corrente dell' acqua o per lo ſpirare del vento , o per tutte due inſieme queſte cauſe , allora , atteſo

che

che la lunghezza è ſempre maggiore della larghezza, e la curvità del fianco non è uniforme, diverſo è il ritardo che ſoffrono le due porzioni diſtinte dalla linea della forza ſpingente, per il che ſuccede non ſolo il rallentamento del moto, ma ancora che il baſtimento ſegua una via diverſa dalla direzione della colomba, e da quella della forza ſpingente, la qual via comprende con la linea della colomba un angolo che chiamaſi di deviazione. Queſt' angolo o ſi conſerva lo ſteſſo per l' azione del timone combinata con quella delle vele, o continuamente ſi muta, ed allora il baſtimento cade alla roncia.

L' inveſtigazione delle leggi ſecondo le quali l' angolo di deviazione ſi proporziona a quello della forza ſpingente, forma il fondamento di tutta la Teoria della manovra. Il Cavaliere di Renau Tenente Generale dell' Armate del Re Cattolico, il quale fu il primo che intrapreſe di applicare la Geometria alla Scienza navale nel trattato che pubblicò l' anno 1689. (*La Theorie de la Manoeuvre des Vaiſſeaux*) ſebbene abbia ſuperato di gran lunga le teorie prodotte dal P. Pardies alla fine d' un ſuo trattato del moto locale impreſſo nel 1671., tuttavolta s' ingannò nel porre quel

fondamentale principio. Imperocchè ha egli ſtabilito che la proporzione tra le tangenti di que' due angoli foſſe coſtante in ciaſchedun baſtimento ed eguale alla proporzione che paſſa tra le reſiſtenze dell' acqua al baſtimento, quando la fende ſecondo la direzione del ſuo aſſe di lunghezza, e quando va ſecondo quella dell' aſſe di larghezza. E perciò qualunque foſſe la figura della carena, e qualunque angolo ſi aſſumeſſe di forza ſpingente, purchè la proporzione delle due reſiſtenze ſi manteneſſe la ſteſſa, o foſſe nota per un eſperimento, ne ſeguiva che facilmente ſi rilevaſſe l' angolo di deviazione.

Ma l' errore di queſto fondamento che paſsò inoſſervato all' Hugenio, non isfuggì la penetrazione di Gio: Bernoulli. Quindi nel ſuo Saggio di nuova Teoria della Manovra che pubblicò nel 1714. (*Eſſai d' une nouvelle Theorie de la Manoeuvre*), dal quale veramente prende origine queſta Scienza (perchè in tal parte poco era avanzata dal P. Hoſte nel ſuo grande Trattato dell' Armate navali ſtampato nel 1697.), ſtabilì il vero fondamento di tale ricerca, cioè, che la tangente dell' angolo di deviazione ſia media proporzionale Geometrica tra la tangente dell' angolo della forza

ſpin-

ſpingente e la tangente d' un altro angolo dipendente dalle dimenſioni e curvità della ſezione d' acqua. Ed ecco come l' immenſa varietà di figure a cui conviene applicar la Teoria, ſi deve chiamare a computo. Per accoſtarſi a ciò comincia il ſuo eſame il Bernoulli dalle figure del parallellogramo rettangolo e del rombo, come limiti della ſezione d' acqua, indi lo eſtende alle figure terminate da archi circolari che comprendano un angolo curvilineo di trenta gradi, addi tando così il modo di fare il calcolo in varie ipoteſi di miſure di queſt' angolo, e d' eſtenderne i riſultati in tavole ad uſo della pratica.

Sperò il Bernoulli ed anche il Leibnizio (*Comm. Epiſt. Leibn. & Bern. Ep.* 217.), che dietro a tali traccie alcuno avrebbe intrapreſa la coſtruzione di queſte tavole. E così di fatto ſeguì per opera dell' illuſtre Matematico Pitot, il quale nel 1731. le pubblicò (*la Theorie de la Manoeuvre reduite en pratique*). Dimoſtrò Egli primieramente con buone Teorie, come la velocità de' baſtimenti in corſo dipenda dalla velocità aſſoluta del vento, dalla ſua incidenza nelle vele, dall' ampiezza di eſſe, e dalla figura della carena che modifica la reſiſtenza dell' acqua. Indi, poichè gli ele-

menti, dai quali dipende la determinazione della maſſima velocità d' un dato baſtimento per una data via, che è il principal problema della manovra, ſono l' angolo compreſo dalla data via e dalla direzione del vento, e l' angolo di deviazione che riſulta dalle reſiſtenze modificate ſecondo la figura della carena, diſpone egli in tavole con molta diligenza calcolate i riſultati di tale problema in tutte le ipoteſi d' angoli della via con la direzione del vento, ed in nove figure di carene diſtinte tra di loro per il carattere dell' angolo curvilineo della ſezione d' acqua a Prora fatto da due archi di cerchio, creſcente per gr. 5 dai gr. 20 ai 60. Riconobbe per altro che queſta diſtinzione non era eſatta, e ſi prometteva di perfezionarla.

Parve al Signor Saverien di migliorare l' uſo di queſte tavole rendendole indipendenti della diſtinzione immaginata dal Pitot (*Nouv. Theor. de la Manoev. a la portée des Pilot.* 1747.). Ma il ſuo metodo riducendoſi eſſenzialmente all' immediata oſſervazione ſperimentale delle reſiſtenze che in varie direzioni incontra ogni baſtimento dato, non è tale che generalmente e ſpeditamente applicar ſi poſſa alla pratica tanto della manovra, quanto della coſtruzione, al che tender deve la Scienza.

Il Signor Eulero nell' insigne suo libro della Scienza Navale, sebbene avesse con sublimi speculazioni soddisfatto ad ogni ricerca, non aveva però ridotta la Teoria a modo, che volendone far uso nella pratica, si potessero schivare quelle difficoltà che principalmente s' affacciano, qualora si vogliano riferire le carene di bastimenti dati ad alcuno de' dieci esemplari che ne propose, e che si distinguono o per l' eguaglianza, o per la similitudine, o per l' affinità delle figure delle sezioni paralelle alle tre principali.

Il Bouguer nell' egregio suo libro (*Traitè du Navire*) quantunque abbia trattato ogni articolo della scienza navale con somma chiarezza, ed avendo sempre presente l' uso nella pratica, tuttavolta incontrò anch' esso la difficoltà che dipende dalla moltiplice varietà di figure delle carene, e trovò opportuno d' addottare le tavole del Pitot dedotte con la sopracennata distinzione, estendendone l' uso anche ad altre figure.

Questo stesso illustre Matematico poi nel 1757 pubblicò un nuovo libro su questo argomento della Manovra (*Traitè de la Manoeuvre des Vaisseaux*) dove più particolarmente esamina ed espone in tavole le relazioni tra le deviazioni, le forze spin-

genti, le figure delle carene e gli impulsi dell' acqua : insegnando ancora i mezzi pratici per riconoscere in maregli effetti delle proposte regole. Ma questo libro riuscì troppo sublime e geometrico, e di non facile uso per la marineria, ed aveva bisogno d' esser limitato dalle osservazioni per esser utile alla pratica. Il che si fece dal Signor Bourdè de Villehuet Ufficiale di marina nel Trattato che pubblicò nel 1765. (*le Manœuvrier &c.*), nel quale ha raccolti utilissimi lumi ed ha dedotto da ben fondate e meno astruse Teorie molti ottimi avvisi sulla costruzione, sull' arboratura, sul maneggio o manovra, e distintamente sulla Tattica Navale, accrescendo di molto la dottrina del P. Hoste.

Ma non pertanto mancava ancora un metodo di ridurre tutte le figure delle carene a specie definite, e distinte con evidenti caratteri facili perciò a discernersi e facili da certificare, nelle quali si stabilisse il principio fondamentale della manovra, e quindi della costruzione. Or questo è ciò che di nuovo e singolare ha il libro presente del Signor Eulero.

Ha egli distinte le carene tutte in sette specie col carattere della proporzione tra la lunghezza e

la

la larghezza, la quale nella prima essendo posta di tre all' uno, s' aumenta successivamente d' un mezzo fino alla settima del sei all' uno.

Poi essendo la figura d' ogni carena contenuta tra i limiti d' un prisma ad essa circoscritto, e fatto sulla base della sezione maestra, e d' una piramide iscritta e fatta sulla stessa base, se si esprima la resistenza del prisma coll' unità, e quella della piramide con una formula dedotta dalle dimensioni sue e dalle leggi dell' urto obbliquo de' fluidi, stabilisce egli per dato d' esperienza che la Prora per la sua figura soffra una resistenza espressa dal mezzo armonico tra l' unità e la formula che esprime la resistenza della piramide. Quindi assumendo dalla pratica che la profondità della carena sia la metà della larghezza, le formule della resistenza tanto della nave che progredisce diretta secondo l' asse maggiore, quanto del progresso secondo l' asse minore, contengono i soli elementi di lunghezza e larghezza.

Con questo fondamento partendo dal Teorema del Bernoulli si anno per ognuna delle stabilite specie le proporzioni degli angoli di deviazione e della forza spingente, e per la dipendenza immediata da questo principio di tutti i problemi del-

la

la manovra , ſi ſpiegano nella Terza Parte in tavole con molto diſcernimento calcolate le ſoluzioni de' medeſimi , cioè della velocità del corſo , della maſſima velocità nel dato cammino , della più vantaggioſa diſpoſizione di vele per ogni obbliquità di vento , per bordeggiare , per rimontare al vento , e vedonſi a confronto le proprietà delle diverſe ſpecie.

Ma perchè la poſizione del mezzo armonico, e della proporzione tra la profondità e la larghezza poſſono eſſer ſoggette ed innumerevoli aberrazioni , a tutto ciò ſi provede richiamando alla ſua vera ſpecie tra le ſette ſtabilite con poche ed agevoli eſperienze ogni data carena di baſtimento fabbricato già , o da fabbricarſi . Si fa ciò per mezzo di figure ſomiglianti in modello, delle quali s' eſplorano le reſiſtenze facendole muovere con note forze nell' acqua. Con ciò ſi viene a conoſcere che il baſtimento o appartiene alla ſpecie definita dalla proporzione della ſua lunghezza e larghezza, o che eſſo apparentemente e per riguardo alle ſole dimenſioni appartenendo ad una tale delle ſette ſpecie , intrinſecamente e di fatto in conſeguenza delle aberrazioni ſopraccennate appartiene ad una ſpecie di grado ſuperiore o inferiore , per la quale eſſendo

già

già con le tavole ſciolta ogni ricerca, lo è ancora per il baſtimento propoſto; mentre ſe per avventura non cade appunto ne' caratteri d' un' altra ſpecie, s' inſegna il facile modo di trovare i termini medj.

Tale è la direzione di queſta Teoria, in cui una felice combinazione di facili eſperienze e di calcolo riduce all' uſo pratico le più ſublimi ed aſtruſe dottrine dell' Idrodinamica. Per queſto oggetto bene ſpeſſo s' inſinua nel corſo di queſt' opera, che l' eſtrema preciſione ed eſattezza nè ſi poſſono ottenere, nè ſarebbero di qualche utilità: ma egli è egualmente proprio del Geometra il tenerſi al ſuo ſcopo tanto vicino, quanto lo eſigono le circoſtanze dell' arte a cui s' applicano le Teorie, come nelle pure ſpeculazioni il conſeguire l' ultima preciſione. Così nella Scienza Navale diretta a giovare alla pratica, la preciſione matematica non deve far oſtacolo, e quando una proporzione comoda è proſſimamente la ſteſſa con la vera ſi deve quella in confronto di queſta preferire. Con queſta norma s' iſtituiſcono tutte le altre inveſtigazioni e calcoli ſull' azione del timone, ſulla determinazione del centro di reſiſtenza, o del luogo dell' albero principale ed equivalente, e finalmente ſull' azione de' remi. Dal-

Dalle quali cose tutte conchiudesi che meritamente si dice esser questa Teoria compita, e ridotta ad uso di que' che s' applicano alla navigazione, poichè è portata a tavole di facile applicazione a bastimenti dati, mentre i ragionamenti più sublimi, ed i calcoli conducenti alla costruzione delle tavole a quelli servir devono che ne vogliono conoscere la ragione dimostrativa, ed estenderla a qualsivoglia altra ipotesi di figure e di proporzioni di carene, anche oltre i limiti che qui si sono fissati e che comprendono le combinazioni tutte che fin ora la pratica effettivamente addottò.

Non devonsi perciò qui ricercare metodi particolari di disegnare i varj piani de' bastimenti, ma bensì col mezzo di questa Teoria potranno giudicarsi i varj metodi addottati dai costruttori, e prima d' esperimentare con incommodi e con pericoli si potranno rilevare i gradi di quelle proprietà de' bastimenti, o fabbricati o da fabbricarsi che principalmente sono da saperfi, cioè come siano reggenti alla vela, come agili al corso, come atti a rimontare al vento, come obbedienti all' azione del timone, e come siano per soffrire il tormento del mare.

An-

L' edizione italiana di queſto libro fu da me intrapreſa col ſemplice oggetto di render comune nel noſtro idioma un' ottima iſtituzione di queſta ſcienza. La meditazione ſopra le Teorie del medeſimo mi portò in ſeguito a farvi delle annotazioni, che giudicai poter eſſere di qualche uſo, o per avvicinare dell' idee, o per iſviluppare de' ragionamenti e de' calcoli de' quali ſi danno ſoltanto i riſultati, o generalmente per rendere familiari come ſuol avvenire col mezzo del più eſteſo diſcorſo le nozioni di queſto genere. Ma ſe meno utili riuſciſſero per queſti oggetti, ſerviranno di certo per paleſare la buona mia volontà ed il mio deſiderio di veder coltivata con gli ſtudj anche noſtri queſta ſublime parte dell' Idrodinamica, e manifeſteranno la mia ammirazione per un libro, del quale come degli altri dell' illuſtre Autore la profondità e la preciſione ſono i caratteri.

Alla pag. 504. *lin.* 7. *S' aggiunga.*

La riduzione di queſta formula dipende dal ſeguente progreſſo che potrà far comodo di vedere a diſteſo.

Soſtituendo i valori trovati di $d\eta$ e $d\theta$ nell' equazione differenziale, s' avrà

$a_3 T\varphi_2 : b_3 . ((a_3 T\varphi \text{ ſen. } \eta^2 d\varphi) : (b_3 . \text{cof. } \varphi^2) - d\varphi) + T\theta . a_3 T\varphi . \text{ſen. } \eta^2 d\varphi : b_3 . \text{cof. } \varphi^2 - T\theta . a_3 T\varphi^2 . \text{cot. } \varphi d\varphi : b_3 = o$,

ed eſſendo $T\theta = T(\delta - \eta - \varphi) = (T(\delta - \eta) - T\varphi) : (1 + T(\delta - \eta) . T\varphi)$, fatta la ſoſtituzione di queſto valore di $T\theta$, indi dividendo tutta l' equazione per il moltiplicatore comune $a_3 d\varphi : b_3$, s' avrà

$a_3 T\varphi_3 \text{ ſen. } \eta^2 : b_3 . \text{cof. } \varphi_2 - T\varphi^2 + (T(\delta - \eta) . \text{ſen. } \eta^2 T\varphi - T\varphi^2 . \text{ſen. } \eta^2) : (\text{cof. } \varphi^2 + T(\delta - \eta) . T\varphi . \text{cof. } \varphi^2) - (T(\delta - \eta) . \text{cot. } \varphi . T\varphi_2 + \text{cot. } \varphi . T . \varphi_3) : (1 + T(\delta - \eta) . T\varphi) = o$.

E ſoſtituendo ad $a_3 T\varphi_2 : b_3$ il ſuo eguale 2 cot. η, indi dividendo l' equazione per $T\varphi$, s' avrà

$2 \text{ cot. } \eta . \text{ſen. } \eta^2 : \text{cof. } \varphi^2 - T\varphi + (T(\delta - \eta) . \text{ſen. } \eta_2 - T\varphi . \text{ſen. } \eta^2) : ((1 + T(\delta - \eta) . T\varphi) . \text{cof. } \varphi^2) - (T(\delta - \eta) + \text{cot. } \varphi . T . \varphi^2) : (1 + T(\delta - \eta) . T\varphi) = o$. E riducendo i termini a comune denominazione, poſcia moltiplicando per il comun di-

divisore, e sostituendo a cot. φ. T. φ, l' unità che gli è eguale, s' avrà 2 cot. η. sen. η^2 + 2 cot. η. sen. η^2. T φ. T $(\delta - \eta)$ − T φ. cos. φ^2 − T φ^2. cos. φ^2. T $(\delta - \eta)$ + sen. η^2. T $(\delta - \eta)$ − T φ. sen. η^2 = T $(\delta - \eta)$. cos. φ^2 + T φ. cos. φ^2 = 0. Quindi eliendo i termini che si distruggono, e riducendo solo da una parte il T $(\delta - \eta)$, s' avrà

T $(\delta - \eta)$ = (2 cot. η. sen. η^2 − T. φ. sen. η^2) : (T φ^2 cos. φ^2 − 2 cot. η. sen. η^2. T φ − sen. η^2 + cos. φ_2)

Ma 2 cot. η. sen. η^2 = 2 cos. η. sen. η, e T φ^2. cos. φ^2 = sen. φ_2, dunque sostituendo sarà

T $(\delta - \eta)$ = ((2 cot. η − T φ) . sen. η^2) : (sen. φ^2 − 2 cos. η. sen. η. T φ − sen. η^2 + cos. φ_2), = ((2 cot. η − T φ.) sen. η^2) : (1 − sen. η^2 − 2 cos. η. sen. η. T φ).

Ma seno η^2 = cos. η^2 . T . η^2. Dunque sostituendo questo valore nel numeratore : e nel denominatore sostituendo invece di cos. η. sen. η il suo eguale cos. η^2. T η, ed invece di 1 − sen. η_2 il suo eguale + cos. η^2, s' avrà T $(\delta - \eta)$ = (2 cot. η. cos. η^2 . T. η^2 − T φ. cos. η^2 . T . η^2) : (cos. η^2 − 2T η. cos. η^2 . T φ), = (2 cos. η^2 . T η^2 : T η − T φ. cos. η^2. T. η^2) : (cos. η^2 − 2 T η. cos. η^2 . T φ),

= ((2 T η − T φ. T η_2). cos. η^2) : ((1 − 2 T η. T φ .) cos. η^2),

= (2 T η − T φ. T η^2 (: (1 − 2T η. T φ).

Che

Che è la ſteſſa dell' Autore, eſeguindo la moltiplicazione in eſſa ſegnata.

Alla pag. 505. *lin.* 2. *S' aggiunga.*

E per darne un qualche eſempio. Sia nella ſpecie $a = 3b, \eta = 13°, 7' \varphi = 29', 30°$, ſarà $T(\delta - \eta) = (0,46600 - 0,03072) : (1, 0, 26370) = 0,43528 : 0,73630 = 0,59120$, che ſi ſupponga per comodo del calcolo eguale ad A. E perciò $A = T(\delta - \eta) = (T\delta - T\eta) : (1 + T\delta . T\eta)$, onde $T\delta = (A + T\eta) : (1 - A . T\eta)$, ed in numeri $T\delta = (0,59120 + 0,23301) : (1 - 0, 59120 . 0,23301) = 0, 82421 : 0, 86225 = T\ 43°, 42', 28''$, eſattamente, che nella tavola dell' Autore è $= 42°, 37', 0$, cioè minore di $1°, 5', 28''$: differenza che è relativa alla ritrovata nella tavola del §. 37. P. II. E nella ſpecie $a = 5b$, ſia $\eta = 20, \varphi = 11°, 50'$, ſarà $T(\delta - \eta (= (0,72800 - 0,02776) : (1 - 0,15250) = 0, 70024 : 0, 84750 = 0, 82620 = A$. Laonde $T\delta = (A + T\eta) : (1 - A . T\eta) = (0,82620 + 0,36397) : (1 - 0,8620 . 0,36397) = 1, 19017 : 0, 69930 = T\ 59°, 33', 47''$ eſattamente, che nella tavola è $= 59°, 29, 0$: cioè con differenza che ſi può traſcurare.

TEO-

TEORIA COMPITA

Della coſtruzione e del maneggio de' baſtimenti

PARTE PRIMA

Nella quale ſi conſiderano i baſtimenti in equilibrio, ed allorchè non ſono in corſo.

CAPITOLO I.

De' baſtimenti in generale.

§. 1.

COmunque diverſe ſiano le figure de' baſtimenti de' quali ſi fa uſo nella navigazione, anno eſſi comune queſta proprietà generale, che ogni baſtimento è compoſto di due parti per-

fettamente eguali congiunte per lo mezzo ſecondo la lunghezza di eſſo, ſicchè vi è ſempre una ſezione, che s' intende dividerlo in due porzioni ſimili ed eguali. Queſta ſezione fatta dalla Prora alla Poppa per lo mezzo del baſtimento ſi chiamerà *ſezione diametrale*, e la metà che è a deſtra ſi dirà il bordo deſtro, l' altra che è a ſiniſtra ſi chiamerà il bordo ſiniſtro, relativamente ad uno che ſtando a Poppa guardi verſo la Prora.

§. 2.

Poichè le due mentovate porzioni non ſolamente ſono eguali e ſimili tra di loro, ma ſi ha anche attenzione di caricarle egualmente, il centro di gravità del baſtimento intero caderà neceſſariamente nella ſezione diametrale; ed è di tutta importanza il ſapere con eſattezza il luogo di queſto punto, che chiameremo col nome di *centro di gravità*.

Al-

§. 3.

Allorchè un baſtimento è nel ſuo giuſto aſſetto ſull' acqua ed in equilibrio, la ſezione diametrale deve ſempre eſſere verticale, ovvero perpendicolare all' orizzonte. Si concepirà in eſſa una linea retta parallela all' orizzonte, la quale paſſando per il centro di gravità ſia diretta dalla Poppa alla Prora, e queſta ſi chiamerà aſſe principale del baſtimento per lunghezza; e tirando una linea verticale per il centro di gravità, la quale caderà pure nella ſezione diametrale, eſſa ſi chiamerà aſſe verticale del baſtimento; finalmente una terza linea perpendicolare alli detti due aſſi, che attraverſi il baſtimento per larghezza paſſando per il centro di gravità, ſi chiamerà aſſe di larghezza. A queſti tre aſſi che s' incontrano ad angoli retti nel centro di gravità biſogna principalmente rapportarſi, quando ſi tratta di

determinare i movimenti tutti de' quali è ſuſcettibile un baſtimento.

§. 4.

E' noto che il centro di gravità è un punto in cui ſi concepiſce raccolto tutto il peſo dell' intero baſtimento, ovvero per il quale paſſa la media direzione di tutte le forze di gravità, onde ſono animate le parti del baſtimento; e perciò quando ſi conoſce il peſo intero del baſtimento, ſi ſa ancora ch' egli è ſpinto all' ingiù da una forza eguale allo ſteſſo peſo, la di cui direzione è preciſamente nell' aſſe verticale del baſtimento, e la tendenza verſo il centro della terra.

§. 5.

Oltre i tre aſſi de' quali abbiamo parlato, ſi devono anche conſiderare tre ſezioni principali d' ogni baſtimento, la prima delle quali è determinata dall' aſſe principale di lunghezza e dal verticale;

ond'

ond' è manifeſto, che queſta ſezione è la poc' anzi nominata ſezione diametrale. La ſeconda ſezione principale è determinata dall' aſſe di larghezza e dal verticale, e perciò eſſa è verticale come la precedente, ma perchè è fatta ſecondo la larghezza del baſtimento, ſi nomina ſezione traverſale. Finalmente la terza ſezione principale paſſa per i due aſſi orizzontali di lunghezza e di larghezza, ed è per conſeguenza anch' eſſa orizzontale e parallela al livello del mare, quando il baſtimento è in equilibrio.

§. 6.

La conſiderazione di queſte tre ſezioni principali è molto importante, mentre rinchiude una notizia abbaſtanza compiuta della figura d' ogni baſtimento; imperocchè, ſebbene queſte tre ſezioni non determinino intieramente tal figura, e poſſano convenire a figure infinitamente varie, nondime-

no tali varietà non poſſono eccedere alcuni limiti molto anguſti; di modo che qualunque idea che ci formaſſimo della figura d' un baſtimento dipendente da quelle tre ſezioni, eſſa non ſarebbe molto lontana dal vero.

§. 7.

Per dichiarar meglio tutto ciò, la *Fig.* 1. rappreſenti un baſtimento qualſivoglia, del quale ſia IACBK la ſezione diametrale, G il centro di gravità, per cui paſſi nello ſteſſo piano verticale l' aſſe di lunghezza AGB, e l' aſſe verticale DGC; a queſti due aſſi ſia perpendicolare il terzo EGF che ſarà orizzontale per la ſua poſizione, e paſſerà per la larghezza del baſtimento: ſicchè queſti tre aſſi principali ſiano AGB, CGD, EGF. Poi oltre la ſezione diametrale e verticale ACB, ſia AEBF la figura della ſezione orizzontale del baſtimento, che paſſi per il cen-

tro

tro di gravità G, e finalmente ECF ſia la ſezione traverſale, ed è evidente, che qualora ſiano determinate quelle tre figure, la figura del baſtimento intero non potrà ammettere conſiderabili varietà: nondimeno per conoſcerla eſattamente biſogna rappreſentarſi alcune altre ſezioni verticali parallele alla traverſale tanto verſo Prora, quanto verſo Poppa; e quanto maggiore ſarà il numero di tali ſezioni, tanto più vicina alla vera ſarà la figura rappreſentata del baſtimento. Tali ſezioni d' un baſtimento parallele alla traverſale, portano il nome di *Garbo*. *

CAP. II.

Del galleggiare de' baſtimenti, o del loro ſtato d' equilibrio in generale.

§. 8.

COnſideriamo ora il baſtimento, mentre galleggia ſull' acqua ed è equilibrato nella giuſta ſua ſituazione: (*Fig.*2.) il punto G indichi il centro di gravità, e la retta DGC l' aſſe verticale. Qui prima di tutto biſogna avvertire una nuova ſezione orizzontale, che ſi fa a fior d' acqua ed è rappreſentata dalla linea orizzontale MHN, la quale divide il baſtimento in due parti, una che s' attrova fuori d' acqua, e l' altra MCN che s' affonda nell' acqua, e ſi nomina la porzione immerſa, la profondità del baſtimento, oppure la Carena.

§. 9.

Per giudicare di queſto ſtato d' equilibrio, nel quale ſupponiamo che s' attrovi il baſtimento, biſogna conſiderare tutte le forze che in eſſo agiſcono. La prima che ſi preſenta è l' intero peſo del baſtimento, per cui egli è ſpinto verticalmente in giù ſecondo la direzione dell' aſſe verticale GC condotto dal centro di gravità del baſtimento. Queſta forza adunque deve eſſer bilanciata da tutti gli ſforzi che l' acqua eſercita ſulli pareti della parte immerſa, ed in conſeguenza biſognerebbe calcolare per ciaſchedun elemento della ſuperficie immerſa, la preſſione ch' egli ſoffre dall' acqua. Queſto impegnarebbe in ricerche aſſai difficili ed in una lunga ſerie di calcoli: ma la ſeguente conſiderazione ci condurrà agevolmente allo ſteſſo termine.

Sic-

§. 10.

Siccome il baſtimento occupa nell' acqua (*Fig.* 3.) con la ſua porzione immerſa la cavità MCN , paragoniamo queſto caſo con un altro in cui la ſteſſa cavità MCN foſſe piena d' acqua , oppure d' una maſſa di ghiaccio della ſteſſa figura e grandezza (preſcindendo dalla diverſa gravità ſpecifica dell' acqua e del ghiaccio) ed è evidente che queſta maſſa d' acqua o di ghiaccio ſi troverà in un perfetto equilibrio con l' acqua , che la circonda ; poi è altresì chiaro , che queſta maſſa ſoffre dall' acqua circondante gli ſteſſi sforzi , che ſoſtiene il baſtimento , dal che appariſce , che gli sforzi dell' acqua ſi bilanciano col peſo della maſſa d' acqua o di ghiaccio , che abbiamo ſoſtituita al baſtimento : e poichè queſti ſteſſi sforzi ſoſtengono anche il peſo del baſtimento intero , ne ſiegue , che queſto

pe-

peſo è preciſamente eguale al peſo della maſſa d' acqua , che riempie la cavità MCN , oppure il di cui volume è eguale al volume della parte immerſa.

§. 11.

Ecco il primo grande principio ſul quale s' appoggia la teoria de' corpi galleggianti ſull' acqua ; cioè , che la parte immerſa deve ſempre eguagliare in volume una maſſa d' acqua , la quale abbia lo ſteſſo peſo del galleggiante. Con queſto principio ancora ſi può determinare il vero peſo totale d' un baſtimento , miſurando a piedi cubici il volume della ſua parte immerſa nell' acqua , poichè allora computando per ogni piede cubico circa 70. libbre, ſi troverà eſpreſſo per libbre il peſo del baſtimento ; ma nelle noſtre ricerche ci conviene meglio di eſprimere il peſo del baſtimento generalmente , per il

pe-

peſo d' un volume d' acqua eguale alla porzione immerſa. *

§. 12.

Queſto ſolo principio però non baſta a determinare lo ſtato d' equilibrio del baſtimento, e biſogna unirvene un altro, che facilmente trovaremo. Baſta riflettere nella Fig. 3. al centro di gravità della maſſa d' acqua MCN, il quale ſia nel punto O, e facilmente ſi comprende che tutti gli sforzi dell' acqua circondante ſono in equilibrio con una forza eguale al peſo della maſſa d' acqua MCN, la quale opera all' ingiù per la direzione perpendicolare OC. Laonde affinchè il baſtimento ſia in equilibrio con detti sforzi biſogna, che il centro di gravità G del baſtimento cada nella ſteſſa verticale HC, nella quale è il punto O. E perciò biſogna notare nel corpo del baſtimento il punto O, dove ſarebbe il centro di gra-

vi-

vità della parte immerſa, ſe eſſa foſſe compoſta di materia omogenea.

§. 13.

Nominiamo adunque per iſchivare le circonlocuzioni queſto punto O ſemplicemente il centro della parte immerſa, oppure il centro della profondità; e lo ſtato d' equilibrio d' un baſtimento ſarà determinato con queſti due principj. 1. che la parte immerſa eguagli in volume una maſſa d' acqua, il di cui peſo ſia eguale a quello del baſtimento. 2. che il centro di gravità G, ed il centro di profondità O cadano nella ſteſſa verticale DC, che è l' aſſe verticale del baſtimento. Per quello che riguarda il punto O, è chiaro ch' egli ſempre cade ſotto la linea d' acqua MN, e ſe la parte immerſa conſervaſſe diſcendendo nell' acqua la medeſima eſtenſione, di modo che la carena aveſſe una figura priſmatica o cilin-

dri-

drica , in tal caſo il punto O caderebbe nel mezzo della profondità HC ; ma ſe l' eſtenſione della ſezione d' acqua ſi diminuiſſe uniformemente nel diſcendere , e finalmente terminaſſe in una linea retta condotta per il punto C eguale e parallela a MN , in quel caſo l' elevazione del punto O , o ſia l' intervallo CO ſarebbe eguale a due terze parti della profondità CH. Se poi la parte immerſa terminaſſe in un punto C , come una piramide coll' apice in giù , allora l' intervallo CO ſarebbe eguale a tre quarte parti della profondità HC. Per il centro poi di gravità G può avvenire , ch' egli cada ſopra la linea d' acqua MN o ſotto , ſecondo che nel corpo del baſtimento ſarà diſtribuito il carico. Così , nelle navi da guerra , nelle quali i cannoni formano una gran parte del loro peſo , dovendo queſti riuſcire elevati ſopra l' acqua , il

cen-

centro di gravità G ſi trova ſopra la ſuperficie dell' acqua. *

CAP. III.

Della forza che fa l' acqua per inarcare i baſtimenti.

§. 14.

QUando abbiamo detto, che le preſſioni eſercitate dall' acqua nella parte immerſa d' un baſtimento s' equilibrano col di lui peſo, abbiamo inſieme ſuppoſto che le ſue membra ſiano così fortemente conneſſe, onde le forze che in eſſo operano non ſiano atte ad inarcarlo o ad incurvarlo: ed agevolmente s' intende, che ſe il legame de' membri non ſarà abbaſtanza valido, il baſtimento arriſchierà di ſcavezzarſi, o di ſoffrire un cambiamento della ſua figura.

§. 15.

§. 15.

Il baſtimento ſull' acqua s' attrova in uno ſtato ſomigliante a quello (*Fig.* 4.) d' una verga AB , la quale premuta nello ſteſſo tempo dalle forze e per le direzioni A*a* , C*c* , B*b* , D*d* può mantenerſi in equilibrio ſe è rigida ; ma ſe è arrendevole deve incurvarſi all' insù, quando il ſuo mezzo obbediſce alle forze C*c*, D*d* che la tirano insù , mentre l' eſtremità ſono tirate all' ingiù dalle forze A*a* , e B*b*.

§. 16.

Simile è lo ſtato in cui d' ordinario s' attrova ogni baſtimento , ed eſercitandoſi ſopra d' eſſo sì fatti sforzi , finchè è immerſo nell' acqua , troppo ſovente accade , che ſi provi il funeſto effetto dell' inarcamento della colomba. E' dunque di tutta importanza il rintracciare la vera cagione di queſto accidente.

§. 17.

§. 17.

Rappresentiamoci pertanto il bastimento diviso in (*Fig.* 5.) due parti con una sezione fatta di traverso secondo l' asse verticale, nel quale sia tanto il centro di gravità G di tutto il bastimento, quanto il centro di gravità O della parte immersa. Una di quelle due parti rappresenti la Prora, l' altra la Poppa, e consideriamo separatamente ciascheduna d' esse. Sia dunque quanto alla Prora *g* il centro di gravità del peso intero da quella parte, ed *o* il centro della porzione immersa che gli corrisponde. Parimente sia γ il centro di gravità di tutta la Poppa, ed ω il centro della sua porzione immersa.

§. 18.

E' manifesto che la Prora sarà premuta dalla forza *g m* che la tira all' ingiù e dalla *o n* che la spinge all' insù. Similmente che la Poppa sarà tirata in giù

dalla forza $\gamma\mu$, e ſpinta insù dalla forza $\omega\nu$. Queſte quattro forze ſi manterranno in equilibrio, come appunto le forze totali raccolte ne' punti G ed O, che ad eſſe ſono equivalenti. Ma ognora che le forze della parte anteriore, o quelle della parte poſteriore non operino nella ſteſſa direzione verticale, è chiaro che il baſtimento ſoſterrà de' sforzi tendenti ad inarcare la colomba all' insù, ſe li due punti o ed ω ſaranno più vicini al mezzo di quello che le due altre forze gm, $\gamma\mu$: e che accaderà l' effetto contrario, ſe i punti o ed ω ſaranno più lontani dal mezzo di quello che ſiano i punti g e γ.

§. 19.

Il primo di queſti caſi d' ordinario ſi verifica in quaſi tutti i baſtimenti; poichè la loro capacità è maggiore verſo il mezzo, e ſi va diminuendo verſo gli eſtremi, ed il carico del baſtimento è pro-

por-

porzionalmente maggiore verſo l' eſtremità, di quello che verſo il mezzo. Quindi ſcorgeſi, che quanto maggiore è tale differenza, tanto più è ſoggetto il baſtimento all' azione delle forze che tendono ad inarcare all' insù la colomba: dal che perciò biſognerà dedurre quanta robuſtezza ſi debba procurare alla colomba per opporſi a queſto effetto.

§ 20.

Se le altre circoſtanze permetteſſero, o di caricare i baſtimenti nel mezzo più di quello che ſi ſuol fare, o di dare alla porzione immerſa capacità maggiore verſo Poppa e verſo Prora, non s' avrebbe più a temere tal effetto. Ma il ſervizio della maggior parte de' baſtimenti s' oppone del tutto a queſto diviſamento, e perciò non reſtano altri mezzi, che quelli di rinforzar la colomba tanto che baſti ad evitare queſto funeſto effetto. *

CAP. IV.

Delle tre differenti ſpecie d' equilibrio.

§. 21.

DOpo d' avere ſtabilite le condizioni dell' equilibrio d' un galleggiante, vediamo quello che deve accadere, quando il baſtimento ſia per poco ſturbato da queſto ſuo ſtato. Supporremo che ſia minima l' inclinazione, che ſi fa prendere al baſtimento dalla natural ſituazione, e e ne dedurremo le conſeguenze che ſono neceſſarie per ben giudicare del ſuo ſtato d' equilibrio: giacchè per le inclinazioni grandi, e che potrebbero renderſi pericoloſe ad un baſtimento, la ricerca è affatto particolare, e ad altro luogo appartiene. *

§. 22.

Quando un baſtimento ſia un poco incli-

clinato e rimoſſo dal ſuo ſtato d' equilibrio, è chiaro che tre caſi poſſono occorrere. 1. che il baſtimento reſti in quello ſtato d' inclinazione, e ſi dirà il ſuo equilibrio indifferente. 2. ch' egli ſi reſtituiſca alla primiera ſua ſituazione, ed il ſuo equilibrio ſi dirà permanente; oppure ſi dirà ch' egli è dotato d' una ſtabilità che può farſi maggiore e minore ſecondo le circoſtanze. 3. che dopo la ſuppoſta minima inclinazione egli ſi roveſci intieramente, e ſia il ſuo equilibrio ſimile a quello d' un ago drizzato ſulla ſua punta, che cade per la minima impreſſione che riceva. Tale equilibrio ſi dirà vacillante, o labile. E' manifeſto che nè queſt' ultimo caſo, nè il primo poſſono conſiderarſi riguardo ai baſtimenti; e quanto al ſecondo eſſere neceſſario che la ſtabilità ſia ſufficiente. *

§. 23.

Per intraprendere le ricerche neceſſarie ſopra tale argomento, conſideriamo un baſtimento qualunque nel ſuo ſtato d' equilibrio, e (*Fig. 6.*) ſia G il ſuo centro di gravità, O il centro della parte immerſa. La retta MN rappreſenti la ſezione d' acqua, ſicchè la GO ſia verticale. Sia inclinato il baſtimento per modo che la linea *m n* divenga orizzontale, cioè combaci con la ſuperficie dell' acqua, ed in tal caſo la parte immerſa ſia *m* D *n*, di modo che il baſtimento verſo M ſi trovi più affondato della porzione M *m*, e dall' altro eſtremo N ſia meno affondato della porzione N *n*. Si concepiſca inoltre che la nuova parte immerſa *n* D *m* abbia la medeſima eſtenſione di quella dello ſtato d' equilibrio: giacchè queſta è la prima condizione, che per tale ſtato richiedeſi.

§. 24.

§. 24.

Per queſto cambiamento il centro di gravità del baſtimento ſarà ancora nella figura lo ſteſſo punto G; ma il centro di profondità, poichè eſſa s' accreſce dalla parte M, e ſi diminuiſce dalla parte N, ſi traſporterà neceſſariamente verſo la parte M. Supponiamo che ſi trovi in *o*, e poichè la linea *mn* è orizzontale, vi ſi conducano le perpendicolari Gγ, oω, ed è chiaro, che ſe li due punti γ ed ω ſi trovaſſero uniti, li due centri G ed *o* caderebbero nella ſteſſa linea verticale, e perciò il baſtimento ſi trovarebbe ancora in equilibrio; ed è queſto il primo caſo ſopra notato dell' equilibrio indifferente. Quindi anche è chiaro, che tal caſo non può avvenire, ſe non quando il punto G ſia conſiderabilmente elevato ſopra il punto O.*

§. 25.

Consideriamo in secondo luogo il caso rappresentato nella figura, in cui il punto γ è più vicino alla verticale G O di quello che il punto ω. Dunque poichè il bastimento è sollecitato all' ingiù per la direzione $G\gamma$, ed è spinto all' insù con altrettanta forza per la direzione $o\omega$, è chiaro che la parte verso M sarà sollecitata all' insù, e perciò sarà meno affondata: oppure che il bastimento tenderà a rimetterſi nel precedente suo stato d' equilibrio. Ecco dunque il secondo caso dell' equilibrio permanente, la di cui stabilità sarà tanto maggiore, quanto più distanti tra di loro saranno i due punti γ ed ω, e basta osservar la figura, per assicurarsi, che quanto è più basso il centro di gravità G, tanto maggiore diventa la stabilità.

§. 26.

§. 26.

Finalmente il terzo caſo dell' equilibrio vacillante avrà luogo, quando il punto γ ſi troverà più vicino all' eſtremità m, di quello che il punto ω; poichè allora le due forze s' uniſcono ad affondare di più la parte Mm, di modo che il baſtimento deve eſſerne affatto roveſciato. Queſto caſo dunque ſi deve tanto più temere, quanto più il centro di gravità G ſi trova elevato ſopra il fondo del baſtimento: ma ſi vedrà tra poco, che oltre li due centri G ed O, la figura e la grandezza della ſezione del baſtimento fatta a fior d' acqua entrano particolarmente in queſta conſiderazione.

§. 27.

Nella figura ſi rappreſenta queſta inclinazione come fatta dalla Poppa N verſo la Prora M intorno all' aſſe traverſale del baſtimento: è per altro evidente, che

la

la ſteſſa rappreſentazione può eſſere applicata al baſtimento che s' inclini da un lato verſo l' altro, cioè intorno all' aſſe di lunghezza; e quindi deduceſi che per ben giudicare dello ſtato d' equilibrio d' un baſtimento, biſogna fare le medeſime ricerche riguardo a ciaſcheduno di queſti due aſſi. Imperocchè potrebbe darſi, che un baſtimento aveſſe ſufficiente ſtabilità riſpetto ad uno di eſſi, e riſpetto all' altro aveſſe un equilibrio indifferente, o vacillante. E' poi coſa certa, che qualora un baſtimento abbia un ſufficiente grado di ſtabilità riſpetto alli due aſſi mentovati, egli avrà altresì ſtabilità ſufficiente riſpetto a tutti gli altri aſſi intermedii, intorno ai quali potrebbe il baſtimento ricevere qualche inclinazione.

CAP. V.

Del modo di ridurre la ſtabilità ad una miſura determinata.

§. 28.

DAlle coſe dette rilevaſi, come la ſtabilità d' un baſtimento poſſa eſſer maggiore o minore che in un altro; ma per formarci un' idea giuſta e determinata, il miglior mezzo è d' indagare, qual forza converrebbe applicare ad un baſtimento per mantenerlo in una data inclinazione. Facilmente s' intende, che qui non ſi tratta d' una forza aſſoluta, giacchè forze aſſai diverſe potrebbero produrre lo ſteſſo effetto, qualora foſſero applicate a punti diverſi: e che perciò biſogna ſott' intendere il momento delle forze riguardo all' aſſe, intorno al quale ſi fa l' inclinazione.

§. 29.

§. 29.

L' asse d' inclinazione d' un bastimento è sempre una retta orizzontale condotta per il suo centro di gravità; poichè consta dalla Meccanica, che una forza la di cui direzione passa per il centro di gravità di qualsivoglia corpo, non gl' imprime mai il menomo moto angolare, ma s' adopera soltanto a produrre un moto progressivo. Laonde per imprimere al bastimento un' inclinazione intorno ad un asse orizzontale condotto per il suo centro di gravità, ovvero per mantenere il bastimento in un tale stato d' inclinazione, bisogna che la forza che vi s' impiega abbia un momento rispetto all' asse suddetto: e tal momento, siccome è noto, si trova moltiplicando la forza per la sua distanza dall' asse d' inclinazione. Quindi è manifesto che quanto maggiore sarà ta-

le distanza, tanto minore potrà essere la forza atta a produrre lo stesso effetto.

§. 30.

Per dichiarar tutto ciò, (*Fig.* 7.) sia G il centro di gravità del bastimento, la linea AB rappresenti la sezione d' acqua, mentre il bastimento è in equilibrio. Indi supponga si che per qualsivoglia causa il bastimento sia inclinato per modo, che la linea *a b* combaci con la superficie dell' acqua, e l' inclinazione sia indicata dall' angolo A I *a* ⩭ B I *b*, che si suppone minimo, e che nominaremo ⩭ *i*; la porzione immersa sia *a* L *b*. La linea perpendicolare HGL rappresenti un albero fissato nel bastimento, al quale sopra il punto G, cioè in H si applichi una forza HK atta a mantenere il bastimento in quello stato d' inclinazione, e questa forza sia ⩭ K: e poichè l' intervallo GH è la distanza di questa forza dal punto

G,

G, ovvero dall' asse d' inclinazione, il momento di questa forza, che ricerchiamo, sarà espresso dal prodotto K. GH, e sarà questo il momento di forza eguale ai conati del bastimento per restituirsi al suo stato d' equilibrio.

§. 31.

E' chiaro che questo momento dipende non solamente da tutte le circostanze del bastimento, e dell' asse intorno a cui si fa l' inclinazione, ma altresì principalmente dalla grandezza dell' inclinazione, che s' è indicata coll' angolo A I $a = i$; e poichè s' è supposto quest' angolo estremamente piccolo, è facile da vedersi, che il momento di cui si ragiona sarà proporzionale al seno di detto angolo; atteso che quanto maggiore egli diviene tanto maggiore si fa la forza del bastimento per restituirsi all' equilibrio: e per conseguenza il momento di forza che richie-

chiedesi per mantenere il bastimento inclinato, avrà sempre questa espressione S. *t*. sen. *i*, nella quale S significa una certa forza assoluta, *t* una certa linea, e sen. *i* il seno dell' angolo *i*, supponendo il seno tutto o il raggio eguale all' unità.

§. 32.

Quando si ragiona della stabilità d' un bastimento riguardo ad un qualche asse orizzontale condotto per il suo centro di gravità G, bisogna formarsene una tal idea, che non dipenda affatto dalla quantità dell' inclinazione, atteso che la stessa idea deve riferirsi egualmente allo stato d' equilibrio ed a tutte le inclinazioni possibili. Laonde per fissare questa nozione, basta ommettere nella formula sopra addotta il fattore sen. *i*, sicchè il prodotto S. *t* esprimerà ciò che intendiamo col termine di stabilità; la quale adunque sarà sempre il prodotto d' una certa

for-

forza, ovvero d' un certo peso S, moltiplicato per una certa linea *t*.

§. 33.

Questa formula pertanto sarà opportunissima per darci una esatta e chiara idea della stabilità de' bastimenti: ed essa ci mette in istato di paragonare esattamente tra di loro i gradi di stabilità che a tutti li bastimenti possono convenire, di modo che potremo pronunziare che la stabilità d' un tale bastimento è due, tre, o più volte maggiore o minore della stabilità d' un tal altro, senza riguardo alla quantità dell' inclinazione.

§. 34.

Avendo così fissata quest' idea della stabilità di qualsivoglia bastimento rispetto a qualunque asse orizzontale, nella formula S. *t*, è poi facile determinare il momento di forza che richiedesi per mantenere il bastimento stesso nello stato d'

una

una data inclinazione i, oppure il momento, con cui il baſtimento così inclinato ſi sforzerà di reſtituirſi all' equilibrio, poichè baſterà moltiplicare la formula S.t per il ſeno del dato angolo i, ed il prodotto S.t. ſen.i eſprimerà il momento ricercato. Così per eſempio ſe l' inclinazione foſſe d' un grado, poichè il ſeno di tal angolo è preſſo a poco $\frac{1}{57}$ del ſeno tutto 1, il momento ricercato ſarà $= \frac{1}{57}$ S.t.

§. 35.

Conſeguentemente, conoſcendo il valore S.t. della (*Fig.* 7.) ſtabilità, ſarà facile il determinare l' inclinazione che prenderà un baſtimento per il momento dato d' una qualſivoglia forza riſpetto allo ſteſſo aſſe. Sia la forza data HK $=$ K, la ſua diſtanza dall' aſſe d' inclinazione GH $= k$, il ſuo momento ſarà Kk: e do-

vendo essere $K k = S. t. \text{sen.} i$, sarà $\text{sen.} i = \frac{K k}{S. t}$; e perciò il dato momento di forza $K k$ diviso per l' espressione della stabilità ci darà il seno d' inclinazione che si ricercava, e quindi l' angolo d' inclinazione.

§. 36.

Poichè noi non consideriamo qui se non che le inclinazioni estremamente piccole, e per altro la sicurezza della navigazione esige assolutamente, che i bastimenti non siano giammai esposti ad inclinazioni troppo grandi, bisogna che la stabilità $S. t.$ sia sempre a più doppj maggiore de' massimi momenti di forze $K. k.$ ai quali sono esposti sul mare i bastimenti. Ed ecco una regola di somma importanza nella costruzione, cioè che bisogna sempre procurare ai bastimenti un grado tale di stabilità, che sia molte volte maggiore de' massimi sforzi che essi dovran-

no

no ſoſtenere. Così ſe ſi dimandaſſe che l' inclinazione d' un baſtimento non eccedeſſe mai li dieci gradi, eſſendo il ſeno di queſt' angolo $= \frac{1}{6}$ in circa, biſognarebbe, che la di lui ſtabilità foſſe almeno ſei volte maggiore degl' impulſi, ai quali il baſtimento dovrà eſſer eſpoſto.

§. 37.

Dopo queſta ſpiegazione della giuſta idea della ſtabilità, reſta a cercare per tutti i baſtimenti il vero valore della formula S. *t*. Per ottener ciò biſogna eſaminare tutte le circoſtanze, che poſſono contribuire all' aumento o diminuzione della ſtabilità: il che procuraremo d' eſporre con la poſſibile chiarezza, ancorchè tale ricerca eſiga d' ordinario de' ragionamenti eſtremamente involuti. Sarà queſto l' argomento del Capo ſeguente.

CAPITOLO VI.

Della determinazione della ſtabilità de' baſtimenti.

§. 38.

LE forze tutte con le quali un baſtimento inclinato procura di rimetterſi in equilibrio derivano unicamente dalle preſſioni elementari, che la porzione immerſa ſoffre dall' acqua che la circonda: e la gravità del baſtimento medeſimo aſſolutamente non vi contribuiſce parte alcuna, imperocchè la media ſua direzione paſſa per il centro di gravità, e non ſomminiſtra alcun momento di forza per la reſtituzione. Ma s' è veduto che tutte le preſſioni elementari s' equilibrano eſattamente col peſo d' una maſſa d' acqua eguale in volume alla porzione immerſa del baſtimento; dunque dovremo conſi-

de-

derare la porzione immerſa, come una maſſa d' acqua, tutte le parti della quale ſiano ſpinte verticalmente all' insù con tanta forza, quanta è quella con cui la loro gravità le porta all' ingiù.

§. 39.

Imaginiamoci adunque che un baſtimento, del quale (*Fig.* 7.) nello ſtato d' equilibrio la porzione immerſa foſſe ALB, ſia talmente inclinato, che la porzione immerſa divenga *a*L*b*, e conſideriamo queſto volume come pieno d' acqua. Sarà dunque la noſtra ricerca, quanta forza, per reſtituire il baſtimento in equilibrio, eſercitar debba ogni particella di queſto volume, che è ſpinta all' insù con una forza eguale al ſuo peſo: perlochè cercaremo il momento di ciaſcheduna di queſte forze riſpetto all' aſſe, intorno al quale ſi fa l' inclinazione. Queſt' aſſe è ſempre, come s' è veduto, una linea

orizzontale condotta per il centro di gravità G, e lo consideraremo qui come perpendicolare al piano della figura, la quale ci rappresenti una sezione verticale fatta per il centro di gravità G.

§. 40.

Per determinare più facilmente tutte queste forze elementari, risolviamo tutto il volume immerso *a* L *b* in modo che s' offervi, ch' egli contiene primieramente la porzione immersa nello stato d' equilibrio ALB : in secondo luogo il volume angolare A I *a* che bisogna aggiungerli : in terzo luogo il volume angolare B I *b* che bisogna levargli, onde avere il nuovo volume immerso *a* L *b*. Investighiamo ora, quanta forza somministri ciascheduna di queste tre porzioni per far girare il bastimento intorno all' asse mentovato; poichè ciò fatto, basterà sommare insieme queste forze, o piuttosto sommare i momen-

menti che risultano dalle due prime porzioni, e sottrarre da tal somma il momento di forza che risulta dalla porzione ultima.

§. 41.

Cominciamo dal considerare la massa d' acqua che riempiva lo spazio ALB, della quale sappiamo essere in O il centro di gravità. Si può dunque concepire tutta questa massa d' acqua, come se fosse raccolta nel punto O, e spinta verticalmente all' insù con una forza eguale al proprio peso. Ma il peso di questa massa ALB è eguale al peso dell' intero bastimento, e perciò se lo chiamiamo = M, avrassi in O applicata una forza = M, che spinge il bastimento verticalmente all' insù. Ma poichè ora la linea *a b* è l' orizzontale, bisogna ad essa condurre dal punto O la perpendicolare O *m*, la quale sarà per conseguenza la verticale di

queſta ipoteſi, ovvero la direzione della forza M. Laonde per trovare il ſuo momento, ſi meni dal punto G alla O *m* prolungata la perpendicolare G *v*, ed il momento di queſta forza ſarà M. G *v*. E poichè la linea OG era verticale nello ſtato d' equilibrio, cioè perpendicolare alla linea AB, e la linea O *v* è perpendicolare alla linea *ab*, è chiaro che l' angolo G O *v* è eguale all' angolo d' inclinazione A I *a*, che abbiamo ſegnato con la lettera *i*: dunque la linea G *v* diviſa per la diſtanza O G darà il ſeno dell' angolo *i*, oppure ſarà G *v* = O G. ſen. *i*, e per conſeguenza il momento di queſta forza ſarà = M. OG. ſen. *i*. *

§. 42.

Ecco dunque il momento della forza riſultante dalla porzione d' acqua ALB trovato = M. OG. ſen. *i*; nella quale eſpreſſione M indica il peſo intero del

ba-

baſtimento, e la linea OG l' elevazione del centro di gravità G ſopra il centro di profondità O nello ſtato d' equilibrio. Ma ſiccome queſta forza ſpinge all' insù ſecondo la direzione O *v*, egli è evidente che eſſa tende ad aumentare l' inclinazione, o ad affondare di più la parte AL; ſicchè queſta forza è contraria allo riſtabilirſi del baſtimento in equilibrio. Dunque ſe le altre due porzioni d' acqua A I *a*, e B I *b* che ci reſtano a conſiderare, non ſomminiſtraſſero un momento di forza in direzione contraria e maggiore di quella, il baſtimento non avrebbe alcuna ſtabilità, ed ogni minima inclinazione lo roveſciarebbe affatto. Tutto ciò deve intenderſi, quando il punto G ſi trova più elevato del punto O, ſiccome accade nella figura che conſideriamo: poichè ſe il punto G cadeſſe ſotto il punto O, allora il momento di queſta forza

ten-

tenderebbe in direzione contraria, e perciò a riſtabilire il baſtimento nel ſuo equilibrio. Ma queſto caſo non può quaſi mai aver luogo ne' baſtimenti. *

§. 43.

Conſideriamo ora la porzione d' acqua, che s' attrova nello ſpazio angolare A I *a*; e poichè biſogna far conto di tutte le particelle d' acqua che ſono in queſto ſpazio, ſi concepiſca nella ſezione d' acqua AB, che corriſponde allo ſtato d' equilibrio una particella qualſivoglia PP eſtremamente o quaſi infinitamente piccola, a cui inſiſta la piccola colonna PP*pp*, la quale abbia termine nella preſente ſezione d' acqua *a b*, e ſia ad eſſa perpendicolare. E poichè ſi ſuppone anche l' inclinazione *i* infinitamente piccola, queſta colonna ſi potrà riguardare come perpendicolare alla linea AB: quindi l' altezza della colonna P*p* ſarà = IP. ſen. *i*, e

la

la ſua ſolidità = PP. IP. ſen. *i*, eſpreſſione che rappreſenta il volume d' acqua contenuto in queſta colonna, di cui dobbiamo qui conſiderare il peſo. Supponiamo pertanto il volume della parte immerſa del baſtimento, che ſi richiede per l' equilibrio, cioè ALB = V; e poichè il peſo di tal volume d' acqua eguaglia preciſamente il peſo del baſtimento M, faremo queſta analogia: Come il volume V è al peſo M, così il volume della colonna PP*pp* è al ſuo peſo, il quale ſarà per conſeguenza = $\frac{M}{V}$. PP. IP. ſen. *i*. In luogo di queſta eſpreſſione uſaremo per brevità la lettera T, ſicchè ſia T = $\frac{M}{V}$. PP. IP. ſen. *i*.

§. 44.

Trovato così il peſo di queſta piccola colonna d' acqua PP*pp* che è = T, la forza che ne riſulta è diretta all' insù,

ed

ed è perpendicolare alla linea I*a*. Per assegnarne il momento, si abbassi dal punto G alla linea *a b* la perpendicolare G*g*, ed è chiaro, che questo momento si dedurrà moltiplicando la forza T per la distanza *p g*, di modo che il momento ricercato sarà = T. *p g* : oppure, perchè *p g* = I*p* + I*g*, e la retta I*p* è quasi eguale alla retta IP, a cagione dell' angolo *i* infinitamente piccolo, questo momento di forza sarà espresso da queste due parti T. IP + T. I*g*, tendenti apertamente a diminuire l' inclinazione ed a restituire l' equilibrio. Facendo la stessa determinazione per tutte le particelle PP, che si possono concepire nella sezione d' acqua dal punto I sino al punto A, la somma di tutte queste formule insieme unite darà il momento di forza che risulta dalla porzione d' acqua contenuta nello spazio angolare A I*a*. Queste somme

me ſi poſſono rappreſentare ſecondo l' uſo ricevuto nell'analiſi così $\int T.IP + \int T.Ig$; e s' eſprimerà il momento totale delle forze tendenti a reſtituire il baſtimento all' equilibrio, che riſultano dalla porzione d' acqua AI*a*.

§. 45.

Conſideriamo nella ſteſſa maniera lo ſpazio BI*b*, come ripieno d' acqua; e prendendo nella ſezione IB un elemento *q*Q, ſia QQ*qq* la piccola colonna che gli corriſponde, e che ſi può riguardare come perpendicolare tanto ad AIB quanto ad *a*I*b*; e la ſolidità di queſta colonna ſi troverà come prima = QQ. IQ. ſen. *i*, onde il ſuo peſo ſarà $\frac{M}{V}$. QQ. IQ. ſen. *i* = U, ſegnando con la lettera U queſto peſo. A queſto ſarà eguale la forza della colonna, e poichè eſſa agiſce verticalmente all' insù, il ſuo momento riſpetto

all'

all' asse d' inclinazione sarà = U. qg : e perchè $qg = Iq - Ig$, ed in oltre $Iq = IQ$, questo momento diverrà eguale ad U . IQ − U. Ig, ed in conseguenza la somma di tutte queste forze insieme congiunte sarà espressa così $\int U \cdot IQ - \int U \cdot Ig$; ed essendo questa forza applicata dall' altro lato del punto G, il suo effetto sarà d' aumentare l' inclinazione : ma perchè questa porzione B I b deve esser sottratta dalle due porzioni precedenti, il suo effetto si dovrà prendere negativamente, e perciò il bastimento proverà per questa porzione un momento di forza per restituirsi all' equilibrio della grandezza che abbiamo determinata.

§. 46.

Si unisca ora insieme i momenti di forza risultanti dalli due spazj angolari A I a, e B I b, e s' avrà questa espressione $\int T.IP + \int T.Ig + \int U.IQ - \int U.Ig$

la

la quale consta di quattro membri. Di questi si considerino il secondo ed il quarto, perchè sì l' uno che l' altro includono il medesimo intervallo I g, che resta sempre lo stesso, mentre i punti P e Q percorrono gli spazj IA ed IB, e perciò questi due membri possono esser rappresentati così I g. $\int$T — I g. $\int$U. E perchè T indica il peso della colonna PP pp, la formula $\int$ T esprimerà il peso della massa d' acqua contenuta nello spazio A I a. Parimenti $\int$ U esprimerà il peso dell' acqua contenuta nello spazio B I b. Laonde, poichè la parte immersa aLb nello stato d' inclinazione è eguale a quella che corrisponde allo stato d' equilibrio ALB, le due sopraddette porzioni $\int$ T e $\int$ U saranno eguali tra di loro, sicchè il secondo e quarto membro dell' anzidetta espressione si distruggeranno scambievolmente: quindi il momento di forza che risulta da que' due

spa-

ſpazj angolari A I *a*, e B I *b* ſi riduce a queſta eſpreſſione $\int$ T. I P + $\int$ U. I Q, dalla quale ſi deve ſottrarre quello che riſulta dalla prima porzione, cioè M. OG. ſen. *i* per avere il momento totale di forza, che tende a riſtabilire l' equilibrio.

§. 47.°

Si ſoſtituiſcano ora in luogo delle lettere T ed U i loro valori che ſono

$T = \frac{M}{V}$. PP. IP. ſen. *i*.

$U = \frac{M}{V}$. QQ. IQ. ſen. *i*.

E poichè le quantità $\frac{M}{V}$ e ſen. *i* reſtano le medeſime, mentre li punti P, Q percorrono gli ſpazj I A ed I B; quelle due formule poſſono eſprimerſi così

$\frac{M}{V}$. ſen. *i*. $\int$ P P. I P^2 + $\frac{M}{V}$. ſen. *i*. $\int$ QQ. IQ^2

e perciò l' intero momento per reſtituire il baſtimento all' equilibrio ſarà

$\frac{M}{V}$.

$\frac{M}{V}$. sen. i. $\sqrt{PP.IP^2 + \int QQ.IQ^2}$ − M.OG.

sen. i che sarà il valore della formula St. sen. i che abbiamo supposta nel Capo antecedente. Basta dunque dividere l' espressione ritrovata per sen. i, e s' avrà la stabilità del bastimento rispetto all' asse proposto: questa stabilità sarà per conseguenza eguale alla seguente espressione

$\frac{M}{V}$. $\sqrt{\int PP.IP^2 + \int QQ.IQ^2}$ − M. OG

nella quale il primo membro dipende principalmente dalla sezione d' acqua AB e dalla sua figura; lo che svolgeremo più attentamente nel capo seguente, dove trattaremo dell' indole di questa formula $\int PP.IP^2 + \int QQ.IQ^2$ sotto il titolo di momento della sezione d' acqua.

CAP. VII.

Del momento della ſezione d' acqua d' un baſtimento.

§. 48.

LE due ſezioni d' acqua AB, *ab* che convengono al baſtimento in equilibrio ed inclinato ſi ſono conſiderate ſino ad ora, come due ſemplici linee rette, e la loro interſezione I come un punto, e ciò ſi fece per non imbrogliare di troppo la figura, e per non iſtancare l' imaginazione. Ma poichè queſte due ſezioni ſono di fatto due ſuperficie piane, la loro interſezione ſarà realmente una linea retta orizzontale, e parallela all' aſſe, intorno al quale ſi fa l' inclinazione. Deveſi dunque concepire queſta linea, come perpendicolare al piano della figura e che paſſi per il punto I, e ne verrà in con-

ſe-

ſeguenza che le formule $\int PP.\ IP^2$, e $\int QQ.\ IQ^2$ eſprimeranno le ſomme di tutti gli elementi, che riempiono la ſezione d' acqua AB, ciaſcheduno de' quali ſia moltiplicato per il quadrato della ſua diſtanza dalla ſuddetta interſezione.

§. 49.

E poichè ſi ſono ſuppoſti eguali tra di loro gli ſpazj angolari AI*a* e BI*b* facilmente conchiudeſi, che l' interſezione comune deve paſſare per il centro di gravità della ſezione del baſtimento fatta a fior d' acqua, che nominaremo ſemplicemente ſezione d' acqua. Sia queſta rappreſentata dalla figura ACBD, e (*Fig.* 8.) ſia il ſuo diametro la retta AB che dalla Prora A paſſi alla Poppa B. Dunque in queſta linea deve eſſere il centro di gravità di quella ſuperficie: ſia queſto in I, e ſi faccia paſſare per queſto punto la retta MN parallela all' aſſe, intorno al quale

ſi fa l' inclinazione. Per trovare il momento della ſezione d' acqua riſpetto a queſt' aſſe, ſi conſideri una particella o elemento qualſivoglia Z, e lo ſi moltiplichi per il quadrato della ſua diſtanza dall' aſſe MN, cioè per ZX^2, e la ſomma di tutti queſti prodotti preſa per tutta la figura d' amendue le parti dell' aſſe MN, ci darà il momento ricercato, che abbiamo per lo innanzi eſpreſſo con la ſomma di queſte due formule $\int PP. IP^2 + \int QQ. IQ^2$ Potremo dunque ora eſprimerlo con più brevità mediante la formula $\int Z. ZX^2$; ſicchè la ſtabilità del baſtimento riſpetto all' aſſe propoſto ſarà $= \frac{M}{V} . \int Z. ZX^2 - M. OG$, nella qual formula M indica il peſo intero del baſtimento, V il volume della parte immerſa, ed OG l' elevazione del centro di gravità G ſopra il centro di profondità O.

§. 50.

§. 50.

E' manifeſto che il baſtimento potrà eſſere talmente inclinato che la linea MN reſti immobile, mentre la porzione MAN s' affonda nell' acqua, e l' altra ne emerge, e poichè queſta linea MN paſſa ſempre per il centro di gravità I della ſezione d' acqua, queſto punto ſarà preciſamente il punto d' appoggio, che il Signore *de la Croix* aveva tempo fa rintracciato con tanto ſtudio: e ciò non è contrario alla maniera onde ſi conſidera da noi la coſa, quando ſi riferiſcono tutte le inclinazioni a degli aſſi orizzontali che paſſano per il centro di gravità G. Imperocchè noi non abbiamo aggiunto che il centro di gravità G reſti immobile durante l' inclinazione. Ora è coſa nota nella Meccanica, che un' inclinazione intorno ad un aſſe qualſivoglia ſi può ſempre ridurre ad una eguale inclinazione fatta in-

torno al centro di gravità, purchè si dia a questo centro un moto conveniente: ma quando si tratta di forze atte a produrre una tale inclinazione, bisogna sempre riferirle all' asse condotto per il centro di gravità, e non mai alla linea MN, ancorchè essa resti immobile mentre il bastimento s' inclina.

§. 51.

Parerà alla prima che questa ricerca sia soggetta a difficoltà insuperabili, poichè per una parte bisogna raccogliere in una somma tutti li mentovati prodotti $Z.ZX^2$ per tutta l' estesa della sezione d' acqua ACBD, e poi conviene ripetere questa operazione per ciaschedun asse separatamente; ma noi trovaremo il modo di togliere molto commodamente tutte queste difficoltà. E quanto all' ultima essa immediatamente svanisce, qualor si rifletta che basta ricercare soltanto due momen-

menti della ſezione d' acqua, uno relativo al ſuo aſſe maggiore AB, l' altro relativo all' aſſe minore CD; poichè determinati queſti due momenti, il dedurre poi il momento relativo ad ogni altro aſſe intermedio ed obbliquo MN, dipende dai principj di Geometria elementare, ſiccome dimoſtraremo nell' articolo ſeguente, dopo che avremo fatto avvertire che l' aſſe maggiore AB è ſempre diretto dalla Prora verſo la Poppa, e l' aſſe minore CD gli è perpendicolare: atteſo che l' uſo di tutti li baſtimenti richiede che la lunghezza AB ſuperi conſiderabilmente la larghezza CD.

§. 52.

Suppongaſi dunque trovati i momenti della ſezione d' acqua relativamente alli due aſſi principali AB e CD, il primo de' quali ſia indicato dal ſegno [AB], l' altro dal ſegno [CD], allora per trova-

re il momento relativo ad un altro asse qualunque MN, che segnaremo parimenti [MN], si faccia la declinazione di quest' asse dal primo AB, cioè l' angolo AIM = θ, e si avrà sempre questa determinazione [MN] = [AB]. cos. θ^2 + [CD]. sen. θ^2, nella quale cos. θ^2 esprime il quadrato del coseno dell' angolo θ, e sen. θ^2 il quadrato del seno dello stesso angolo θ. Quindi è, che posto l' angolo θ = o, l' asse MN cade sull' asse AB, poichè essendo sen. θ = o, è cos. θ = 1 e perciò [MN] = [AB]: e posto θ = 90°, l' asse MN caderà sopra CD, poichè cos. θ = o e sen. θ = 1, e sarà [MN] = [CD], come richiede la natura della cosa. Non ci tratterremo a dimostrare queste verità, poichè dipendono dalla pura Geometria, e per poca attenzione che vi si presti, se ne troverà facilmente la dimostrazione. Facendo uso per-

tan-

tanto di queſto ſegno la ſtabilità del baſtimento rapporto all' aſſe MN ſarà $= \frac{M}{V}$. [MN] – M. OG.

§. 53.

Tutto pertanto riduceſi a trovare i momenti d' una data ſezione d' acqua relativamente a que' due aſſi principali AB e CD, ovvero i valori delle formule [AB] e [CD]. E ſiccome per ciò fare ſi richiederebbe un' eſatta notizia di tutta la figura della ſezione, il che non ſi può quaſi mai ſperare ne' baſtimenti, noi ci reſtringeremo ad applicare queſta ricerca a due figure principali, tra le quali la vera figura di tutte le ſezioni d' acqua ſempre ſi ritrova. Sarà la prima un parallelogrammo rettangolo *aabb* rappreſentato dalla figura 9.ª, e l' altra un (*Fig.* 9. e 10.) rombo ACBD rappreſentato dalla figura 10.ª, amendue le quali figure

ab-

abbiano li medeſimi aſſi principali AB e CD, che ha una data ſezione d' acqua. E' chiaro che la vera ſezione d' acqua ſarà ſempre minore della prima, e maggiore della ſeconda delle propoſte figure: ſicchè quando ſianſi determinati i momenti di queſte due figure, il momento della ſezion vera terrà ſempre un certo luogo tra que' due limiti, più vicino all' uno o all' altro ſecondo la figura del baſtimento; ed in ogni caſo, non ſarà molto difficile di ſcoprire preſſo a poco il giuſto mezzo, il che ſenza dubbio baſta per la pratica.

54.

Sia dunque in primo luogo il parallelogrammo (*Fig. 9.*) rettangolo *aabb* la ſezione d' acqua che abbiamo a conſiderare, della quale ſia l' aſſe maggiore AB ed il minore CD, che ſi ſegano in I centro di gravità di queſta figura. Ciò poſto, dopo

d'

d' aver calcolato i prodotti elementari come ſi fece ſopra, ſi troverà il momento di queſta figura relativo al ſuo aſſe maggiore AB, ovvero il valore di [AB] $= \frac{1}{12}$ AB. CD.^{3} Ed il momento relativo all' aſſe minore CD della ſteſſa figura ſarà [CD] $= \frac{1}{12}$ AB.^{3} CD. Onde è evidente che queſto momento è molto maggiore del primo, cioè tanto più quanto l' aſſe maggiore ſupera il minore. Così a cagion d' eſempio, ſe l' aſſe AB ſia quadruplo dell' aſſe minore, cioè AB $=$ 4CD, il momento relativo al primo ſarà al momento relativo al ſecondo come 1 : 16; e generalmente queſti due momenti avranno la ragione inverſa de' quadrati degli aſſi ai quali ſi riferiſcono, cioè s' avrà ſempre la ſeguente proporzione

[AB] : [CD] :: CD^2 : AB^2. *

§. 55.

§. 55.

Sia ora la ſezione d' acqua il rombo ACBD, (*Fig.* 10.) i due aſſi della quale AB e CD ſi ſeghino in I centro di gravità della figura; e fatti i calcoli neceſſarj, ſi troverà il momento relativo all' aſſe maggiore AB, cioè il valore [AB] $= \frac{1}{48}$ AB. CD^3; ed il momento relativo all' aſſe minore [CD] $= \frac{1}{48} AB^3 . CD$, ſicchè queſti due valori non differiſcono da quelli dell' ipoteſi precedente, che per il coefficiente numerico, il quale nel primo caſo è $\frac{1}{12}$, e nel ſecondo $\frac{1}{48}$, cioè quattro volte più piccolo, e ciò ſi deve avvertire, poichè l' area di queſta figura è preciſamente la metà della precedente. Onde ſembra molto probabile, che i coefficienti numerici per le altre figure, quali ſi vogliano, ſeguano la ragione de' quadrati delle loro aree, mentre le me-

deſi-

desime espressioni AB. CD^3, ed AB^3. CD entreranno egualmente nell' indicare i momenti di tutte le figure. *

§. 56.

Per esaminare questa regola, suppongasi che la sezione d' acqua (*Fig.* 8.) sia un' Ellisse, di cui sia parimenti l' asse maggiore AB, ed il minore CD; e facendo secondo le regole dell' analisi, il calcolo nel quale richiedesi per la determinazione di questi momenti la quadratura del circolo, si supponga per un cerchio il di cui diametro = 1, la circonferenza = π = 3, 14159265, ed il momento di questa Ellisse relativo all' asse maggiore AB, sarà $[AB] = \frac{\pi}{64}.AB.CD^3$, il momento poi relativo all' asse minore CD sarà $[CD] = \frac{\pi}{64}.AB_3.CD$. Il coefficiente numerico è in questo caso $\frac{\pi}{64}$, e nel primo caso era $\frac{1}{12}$, onde sono questi coefficien-

cienti come $\frac{\pi}{64} : \frac{1}{12}$, oppure come $\pi : \frac{16}{3}$. Ed essendo l' area dell' Ellisse $\frac{\pi}{4}$. AB. CD essa sarà all' area del rettangolo come $\pi : 4$, e quindi i quadrati come $\pi\pi : 16$. Bisogna confessare che queste due proporzioni non sono perfettamente eguali; ma la differenza è così piccola, che per la pratica si può francamente usare della regola data nel paragrafo precedente; atteso che la natura della cosa non ammette un' intiera precisione. *

§. 57.

Possiamo dunque servirsi di questa regola, e qualunque sia la figura che può avere la sezione d' acqua d' un bastimento, se ne trovi l' area per paragonarla all' area del rettangolo *aabb*, fatto con (*Fig. 9.*) gli stessi assi principali della figura proposta, e si faccia l' area divisa per AB. CD $\equiv \alpha$. Laonde si può in tutti i

casi

caſi conſiderare la frazione α come nota, e perciò il momento di queſta ſezione d' acqua relativo al ſuo aſſe maggiore AB ſarà $[AB) = \frac{\alpha\alpha}{12} . AB . CD^3$, ed il momento relativo all' aſſe minore CD ſarà $[CD] = \frac{\alpha\alpha}{12} . AB^3 . CD$. Ecco dunque le gravi difficoltà che ſi preſentarono a prima viſta, felicemente ſuperate ed in un modo tanto facile, che ſi può ſenza alcuna fatica farne uſo nella pratica. Quindi è facile l' aſſegnare il momento relativo ad ogni (*Fig.* 8.) altro aſſe MN della ſezione d' acqua propoſta; poichè ponendo l' angolo AIM come ſopra $= \theta$, ſi avrà immediatamente il momento ricercato $[MN] = \frac{\alpha\alpha}{12} . AB . CD . CD^2 . \text{cof.}\theta + AB_2 . \text{ſen.}\theta_2$

Conſi-

CAP. VIII.

Considerazioni degli altri elementi che entrano nella determinazione della stabilità.

§. 58.

DOpo che si sono appianate tutte le difficoltà sulli momenti della sezione d' acqua, che racchiudono il principale elemento della stabilità de' bastimenti, consideriamo gli altri elementi che concorrono a determinarne il giusto valore, a fine di poter giudicare, quanto contribuiscano tutte le circostanze d' un bastimento ad aumentare o a diminuire la sua stabilità. Rimettiamoci pertanto dinanzi agli occhi la formula del valore della stabilità relativamente ad un asse qualunque MN, la quale è

$\frac{M}{V}$. [MN] — M. OG.

§. 59.

§. 59.

E' manifesto che il peso M del bastimento è un elemento dell' addotta espressione ; laonde restando tutte le altre cose pari , la stabilità sarà proporzionale al peso del bastimento , sicchè se uno sia fabbricato con dimensioni doppie d' un altro , e per conseguenza se abbia una solidità otto volte maggiore , avrà altresì una stabilità otto volte più grande. Il che ancora è assolutamente necessario ; poichè i bastimenti maggiori sono esposti a forze più valide che operano contro di essi ; e siccome queste forze sono in ragione delle superficie de' bastimenti , ovvero in ragione duplicata delle loro semplici dimensioni , e le distanze di esse forze dall' asse d' inclinazione sono in ragione di queste stesse dimensioni , ne segue che i momenti delle forze operanti saranno proporzionali ai cubi delle dimensio-

ni , cioè al peſo intero M del baſtimento , preſcindendo dall' ineguaglianza e diſſomiglianza delle figure e della diſtribuzione del carico. *

§. 60.

Paſſiamo ora a conſiderare il volume della parte immerſa ſegnato con la lettera V , che ſi potrebbe riguardare come equivalente al peſo M del baſtimento , poichè una maſſa d' acqua del volume V avrebbe lo ſteſſo peſo M. Ma queſto volume non ſi conſidera in queſto luogo , ſe non per riguardo alla ſua eſtenſione geometrica di tre dimenſioni. Sia ACBD la ſezione d' acqua d' un baſtimento , i due aſſi ſiano come ſino ad ora AB e CD , (*Fig.* 11.) che ſi tagliano nel centro di gravità I della ſteſſa ſezione: poi ſia AEB la ſezione verticale e diametrale del baſtimento dalla ſezione d' acqua ſino alla colomba , di modo che queſta figura ci

rap-

rappresenti la carena del bastimento, del quale noi consideriamo il volume = V; Notiamo ancora il centro di gravità di tal volume in O, ed il centro di gravità dello stesso bastimento in G per avere l' intervallo OG, il quale pur entra nella stabilità, giacchè può accadere, che questa linea GO non passi per il punto I. Avremo dunque la profondità della carena, ovvero il pescar del bastimento, rappresentato dalla retta verticale IE, dalla quale dipende principalmente il volume V, che si può sempre riguardare, come il prodotto della stessa sezione d' acqua moltiplicata per una certa parte della profondità IE. *

§. 61.

Quanto all' area della sezione d' acqua abbiamo già avvertito, esser essa sempre minore del rettangolo de' suoi due assi AB, CD, e maggiore d' un rombo aven-

te le ſteſſe diagonali. Suppongaſi adunque come prima queſt' area $= \alpha$. AB. CD, in cui α è una frazione minore dell' unità e maggiore di $\frac{1}{2}$. Ora egli è chiaro, che ſe la carena conſervaſſe ſino alla colomba la ſteſſa ampiezza, o che le ſue ſezioni traverſali foſſero de' rettangoli, la ſua ſolidità ſarebbe $V = \alpha$. AB. CD. IE; ma ſe tutte le ſezioni traverſali foſſero de' triangoli con i loro apici nella colomba, allora l' area ACBD non ſi dovrebbe moltiplicare che per la metà della profondità IE, di modo che s' avrebbe $V = \frac{1}{2} \alpha$. AB. CD. IE. Notiſi ancora, che ſe tutta la carena non foſſe che una piramide roveſcia, e terminata al punto E, ſi dovrebbe moltiplicare l' area ACBD ſolamente per il terzo della ſua profondità IE; ma queſt' ultimo caſo eſſendo intieramente eſcluſo dalla pratica, ſi poſſono conſiderare tutte le carene co-

me

me rinchiuſe tra li due caſi precedenti, ſicchè biſogni ſempre moltiplicare la ſezione d' acqua per una tal parte della profondità β. IE, dove β indica una frazione contenuta tra i limiti 1 ed $\frac{1}{2}$, di cui non ſarà malagevole ſtimare in ogni caſo il giuſto valore. Quindi avremo il volume della carena $V = \alpha\beta$. AB. CD. IE, ſicchè queſta eſpreſſione ſarà ſempre una certa parte del ſolido formato dalle tre dimenſioni AB, CD ed IE. Ora il coefficiente $\alpha\beta$ ſarà ſempre minore di 1, e maggiore d' $\frac{1}{4}$, poichè l' una e l' altra di queſte due lettere α e β è contenuta tra i limiti 1 ed $\frac{1}{2}$. *

§. 62.

Ci reſta ora a conſiderare l' intervallo OG, che contiene due parti OF ed FG, delle quali la OF è determinata unicamente dalla figura della carena, mentre

l' altra FG dipende dal peso del bastimento intero; e secondo i differenti usi di essi può accadere, che il centro di gravità G sia più o meno elevato sopra la sezione d' acqua, o che cada anche di sotto, nel qual caso l' intervallo FG diverrebbe negativo. E quanto all' intervallo OF, vediamo qual relazione egli avrà alla profondità IE ne' tre casi sopraddetti. Nel primo avendosi $\beta = 1$, e la carena da per tutto della stessa larghezza, è chiaro, che sarà $OF = \frac{1}{2}$ IE; nel secondo caso, essendo $\beta = \frac{1}{2}$, e tutte le sezioni traversali essendo triangolari, s' avrà $OF = \frac{1}{3}$ IE; e finalmente nel terzo caso essendo $\beta = \frac{1}{3}$, s' avrà $OF = \frac{1}{4}$. IE. Dal che conchiudiamo, che se fosse $\beta = \frac{1}{n}$, s' avrebbe $OF = \frac{1}{n+1}$. IE; e perciò avendo già trovato il vero valore di β, possiamo sempre supporre l' interval-

vallo OF $= \frac{\beta}{\beta+1}$. IE; ficchè l'ultimo noſtro elemento diventa OG $= \frac{\beta}{\beta+1}$. IE + GF.*

§. 63.

Eſſendoſi ſviluppati tutti gli elementi, onde è compoſta la formula della ſtabilità, raccoglieſi 1. che la quantità [MN] racchiude quattro dimenſioni, ovvero che eſſa è il prodotto di quattro linee moltiplicate aſſieme, e 2. che il volume V è una quantità di tre dimenſioni: onde è chiaro, che la formula $[\frac{MN}{V}]$ eſprime una certa linea retta, che ſuppoſta $= l$, darà la ſtabilità $=$ M. $\overline{l - OG}$. Onde deduceſi, che la lunghezza l ſarà ſempre maggiore dell' intervallo OG, e come eſſa dipende dall' aſſe MN, intorno al quale ſi fa l' inclinazione, eſſa diverrà pur minore quando l' aſſe MN coinciderà coll' aſſe maggiore AB. Biſogna per conſeguen-

za, che il minimo valore della lettera *l* ſia anche maggiore dell' intervallo OG; baſta dunque che la ſtabilità de' baſtimenti rapporto all' aſſe maggiore AB ſia ſufficientemente grande per reſiſtere a tutti gli sforzi, onde eſſer certi che per tutti gli altri aſſi eſſa ſarà più che ſufficiente.*

§. 64.

Se i baſtimenti foſſero per ogni riguardo perfettamente ſimili tra di loro, ſicchè i loro peſi foſſero come i cubi delle loro ſemplici dimenſioni, e che la differenza *l* — OG aveſſe la ragione di queſte ſteſſe dimenſioni, la loro ſtabilità ſarebbe in ragione quadrato—quadrata delle dimenſioni ſemplici. E poichè gli sforzi, ai quali ſono eſpoſti i baſtimenti ſono in ragione cubica delle loro dimenſioni, i baſtimenti grandi avrebbero a proporzione maggiore ſtabilità de' piccoli, e perciò agitati da forze ſimili, ſoffrirebbero da que-

ſte

ſte minor inclinazione, che i piccoli: onde pare, che per i baſtimenti grandi ſi potrebbe diminuire la loro ſtabilità e farla proporzionale al cubo delle loro dimenſioni. Ma biſogna anche riflettere, che eguali inclinazioni poſſono diventar funeſte ai baſtimenti grandi, mentre non porterebbero alcun riſchio ai piccoli; perlochè ſi deve conchiudere, che è ottimo conſiglio d' ammettere ne' baſtimenti grandi proporzionalmente maggiore ſtabilità, che ne' piccoli: e di ciò ragionaremo più diffuſamente nel ſeguente capo. *

CAP. IX.

De' modi di procurare ai baſtimenti una ſufficiente ſtabilità.

§. 65.

ESſendoſi veduto, che il momento d' una ſezione d' acqua relativamente all' aſſe maggiore AB è il minimo, ed il momento relativo all' aſſe minore è il maſſimo, e che la proporzione tra di eſſi è come $CD^2 : AB^2$, egli è evidente che la ſtabilità d' un baſtimento relativa all' aſſe maggiore AB è altresì più piccola della ſtabilità relativa all' aſſe minore, ed in maggior ragione di quella de' quadrati $CD^2 : AB^2$. Poichè eſſendoſi trovata la ſtabilità relativa all' aſſe $AB = M. \left(\left[\frac{AB}{V} \right] - OG \right)$, e quella che è relativa all' aſſe $CD = M. \left(\left[\frac{CD}{V} \right] - OG \right)$, è

chia-

chiaro che queſte due eſpreſſioni anno fra di loro una ragione maggiore di quella che anno le prime parti $[\frac{AB}{V}]$ e $[\frac{CD}{V}]$, giacchè da queſte è ſottratta la ſteſſa quantità OG. Egli è poi neceſſario, che l' ultima delle mentovate ſtabilità ſia maggiore della prima; poichè gli ſteſſi sforzi ed urti, quando ſi eſercitano ſulla Poppa o ſulla Prora producono un momento maggiore, di quello che produrrebbero eſercitandoſi contro i fianchi del baſtimento. Ma la ragione di queſti è tutto al più di AB : CD; dunque poichè le ſtabilità ſono in una maggior ragione, è chiaro, che quando un baſtimento ha ſufficiente ſtabilità riſpetto al ſuo aſſe maggiore AB, ne avrà con più forte ragione abbaſtanza riſpetto all' aſſe minore CD: e perciò non conſideraremo in queſto capo, ſe non che la ſtabilità relativamente all' aſſe maggiore AB, ed eſaminaremo per quali mezzi

que-

queſta ſtabilità poſſa eſſer aumentata, e portata al grado, che eſige la ſicurezza del baſtimento.

§. 66.

Il momento della ſezione d' acqua relativo all' aſſe maggiore AB ſi trovò $[AB] = \frac{\alpha\alpha}{12}$. AB. CD^3, dove α eſprime la frazione, che ſi ha dividendo l' area della ſezione d' acqua ABCD per il rettangolo AB.CD, e biſogna ricordarſi, che α è tra i limiti 1 ed $\frac{1}{2}$. Indi ſi può ſempre concepire il volume immerſo V, come il prodotto dell' area della ſezione d' acqua, che ſi ſegnò per α. AB.CD moltiplicata per una certa parte della profondità IE; ed abbiamo poſta queſta parte $= \beta$. IE, in cui ſi deve notare la medeſima circoſtanza, che β è ſempre una frazione rinchiuſa tra 1 ed $\frac{1}{2}$, de' quali limiti il primo avrebbe luogo, ſe tutte

le

le sezioni traversali fossero de' rettangoli, ed il secondo, se le sezioni fossero de' triangoli aventi i loro apici nella colomba. E' vero che nel fissare que' limiti non s' è tenuto conto dell' obbliquità con cui la carena ascende verso Poppa e verso Prora, dalla quale risulta senza dubbio qualche diminuzione; ma nondimeno pare che il valore di β non possa mai farsi minore d' $\frac{1}{2}$. Ad ogni modo lasciaremo questa lettera β indeterminata, ed avremo con ciò il volume $V = \alpha\beta . AB . CD . IE$, e quindi dedurremo il valore del primo membro della stabilità $\left[\frac{AB}{V}\right] = \frac{\alpha}{12\beta} . \frac{CD^2}{IE}$, nel quale la lunghezza AB è uscita dal calcolo, ma vi rientra ancora nel peso M. *

§. 67.

Poscia per l' intervallo $OG = OF + FG$, abbiamo già dimostrato che la parte OF

può

può ſempre valutarſi $= IE \cdot \frac{\beta}{1+\beta}$. Laonde l' eſpreſſione della ſtabilità relativa all' aſſe maggiore AB prenderà queſta forma

$$M. \left(\frac{\alpha}{12\beta} \cdot \frac{CD^2}{IE} - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE - FG \right)$$

dalla quale deduceſi una condizione aſſolutamente neceſſaria, cioè, che la formula $\frac{\alpha}{12\beta} \cdot \frac{CD^2}{IE}$ deve eſſer ſempre maggiore della quantità $\frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE + FG$; poichè ſe queſte due quantità foſſero eguali, l' equilibrio del baſtimento ſarebbe indifferente: e ſe la prima foſſe minore della ſeconda, l' equilibrio ſarebbe vacillante, ed il baſtimento per ogni minima ſcoſſa ſarebbe roveſciato. Per rendere queſta condizione più intelligibile, ſi moltiplichi l' una e l' altra parte per $\frac{12\beta}{\alpha} \cdot IE$, e s' avrà queſto riſultato

CD^2

$CD^2 > \frac{12\ \beta\beta}{\alpha.(\beta+1)}.\ IE^2 + \frac{12\ \beta}{\alpha}.\ IE.\ FG$

dal quale deducesi, che il quadrato della larghezza CD^2 deve sempre esser maggiore del valore dell' espressione

$\frac{12\ \beta\beta}{\alpha.(\beta+1)}.\ IE^2 + \frac{12\ \beta}{\alpha}.\ IE.\ FG$ *

§. 68.

Per rischiarare vieppiù questa importante condizione riguardo alla stabilità de' bastimenti, suppongasi per abbreviare il calcolo $\frac{12\ \beta\beta}{\alpha.(\beta+1)} = m$, e $\frac{12\ \beta}{\alpha} = n$, e la condizione di cui si tratta sarà espressa così, $CD^2 > m.IE^2 + n.IE.FG$. Ora poichè le due lettere α e β possono variare da 1 fino ad $\frac{1}{2}$, e l' ultima β forse anche sotto ad $\frac{1}{2}$, esporremo i valori delle lettere m, n nella seguente Tavola nella quale assegnaremo ad α successivamente questi valori 1, 0; 0, 9; 0, 8;

0, 7;

0, 7; 0, 6; 0, 5, ed a β li seguenti 1, 0; 0, 9; 0, 8; 0, 7; 0, 6; 0, 5; 0, 4, e notaremo espressi con frazioni decimali i valori di m, e di n che risultano da ciascheduna combinazione di α e β

Valori di α

β	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
1,0	6,00	6,67	7,50	8,57	10,00	12,00 = m
	12,00	13,33	15,00	17,14	20,00	24,00 = n
0,9	5,12	5,69	6,40	7,31	8,53	10,24 = m
	10,80	12,00	13,50	15,43	18,00	21,60 = n
0,8	4,27	4,74	5,34	6,10	7,12	8,54 = m
	9,60	10,67	12,00	13,71	16,00	19,20 = n
0,7	3,46	3,84	4,33	4,94	5,77	6,92 = m
	8,40	9,33	10,50	12,00	14,00	6,80 = n
0,6	2,70	3,00	3,38	3,86	4,50	5,40 = m
	7,20	8,00	9,00	10,29	12,00	5,40 = n
0,5	2,00	2,22	2,50	2,86	3,33	4,00 = m
	6,00	6,67	7,50	8,57	10,00	12,00 = n
0,4	1,37	1,52	1,71	1,96	2,28	2,74 = m
	4,80	5,33	6,00	1,86	8,00	9,60 = n

§. 69.

§. 69.

Non v' è dubbio che in queſta Tavola non ſiano raccolti tutti i caſi poſſibili; ma ſiccome i valori eſtremi delle lettere α e β ſono eſcluſi dalla pratica, così i caſi che effettivamente anno luogo ne' baſtimenti debbonſi rintracciare nel mezzo della Tavola ſteſſa. E poichè qui ſi tratta ſoltanto d' aſſegnare certi limiti, che il quadrato della larghezza deve eccedere, ed anche di molto, perciò una preciſione ſcrupoloſa ſarebbe fuori di propoſito. Quindi baſterà aver attenzione di non ſtabilire queſti limiti troppo piccoli, al qual fine ſembra che il caſo in cui $\alpha = 0,8$ e $\beta = 0,8$ ſia il più proprio che ſi poſſa applicare a quaſi tutti i baſtimenti, de' quali ſi fa uſo nella navigazione. In tal caſo avremo dunque $m = 5,34$ ed $n = 12,00$, ficchè l' altro limite ſarà $CD^2 > 5,34 . IE^2 + 12,00 . IE . FG$. Nondimeno per

vedere come una piccola differenza influisca nel valore di CD^2, v' aggiungeremo anche il caso $\alpha = 0,7$ e $\beta = 0,7$, il quale ci dà questo limite $CD^2 > 4,94 \cdot IE^2 + 12,00\, IE.FG$. *

§. 70.

Tutto ora riducesi alla ragione che ha l' altezza FG alla profondità della carena IE, per la quale avvertasi che l' altezza FG non eccede mai la metà della profondità IE; e nel caso che il centro di gravità cada sotto la superficie dell' acqua, questa profondità sarà sempre minore di $\frac{1}{3}$ IE. Laonde progredindo per parti decimali percorreremo le seguenti ipotesi per amendue i casi.

Per il caso di $\alpha = 0,8$ e $\beta = 0,8$.

I. Se $FG = 0,5.IE$, s' avrà
$CD^2 > 11,34.IE^2$, e perciò
$CD > 3,37.IE$.

II.

II. Se $FG = 0, 4.IE$, s' avrà
$CD^2 > 10, 14.IE^2$, e perciò
$CD > 3, 19.IE$

III. Se $FG = 0, 3.IE$, s' avrà
$CD^2 > 8, 94.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 99.IE$

IV. Se $FG = 0, 2.IE$, s' avrà
$CD^2 > 7, 74.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 79.IE$

V. Se $FG = 0, 1.IE$, s' avrà
$CD^2 > 6, 54.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 56.IE$

VI. Se $FG = 0, 0.IE$, s' avrà
$CD^2 > 5, 34.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 32.IE$

VII. Se $FG = -0, 1.IE$, s' avrà
$CD^2 > 4, 14.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 04.IE$

VIII. Se $FG = -0, 2.IE$, s' avrà
$CD^2 > 2, 94.IE_2$, e perciò
$CD > 1, 72.IE$

IX. Se FG = 0, 3.IE, s' avrà
$CD^2 > 1, 74.IE^2$, e perciò
$CD > 1, 32.IE$

Per il caso poi di $\alpha = 0,7$, e $\beta = 0,7$

I. Se FG = 0, 5.IE, s' avrà
$CD^2 > 10, 94.IE^2$, e perciò
$CD > 3, 31.IE$

II. Se FG = 0, 4.IE, s' avrà
$CD^2 > 9, 74.IE^2$, e perciò
$CD > 3, 13.IE$

III. Se FG = 0, 3.IE, s' avrà
$CD^2 > 8, 54.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 93.IE$

IV. Se FG = 0, 2.IE, s' avrà
$CD^2 > 7, 34.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 71.IE$

V. Se FG = 0, 1.IE, s' avrà
$CD^2 > 6, 14.IE^2$, e perciò
$CD > 2, 48.IE$

VI. Se FG = 0, 0.IE, s' avrà
$CD^2 > 4, 94.IE^2$, e perciò

CD

$CD > 2, 23 . IE$

VII. Se $FG = -0, 1 . IE$, s' avrà
$CD^2 > 3, 74 . IE^2$, e perciò
$CD > 1, 94 . IE$

VIII. Se $FG = -0, 2 . IE$, s' avrà
$CD^2 > 2, 54 . IE^2$, e perciò
$CD > 1, 60 . IE$

IX. Se $FG = -0, 3 . IE$, s' avrà
$CD_2 > 1, 34 . IE^2$, e perciò
$CD > 1, 16 . IE$. *

§. 71.

Queſta conſiderazione ci ſomminiſtra una delle più importanti regole nella coſtruzione de' baſtimenti, per ben proporzionare la larghezza della carena alla ſua profondità, poſto che ſia nota l' altezza del centro di gravità G; ed è, che qualora ſi trovi il centro di gravità G ſopra l' acqua, la larghezza CD del baſtimento deve ſempre ſuperare il doppio della profondità IE, e con eccesſo maggiore, quant'

è più elevato il centro di gravità. Ma siccome non s'è qui da noi assegnato, se non che il limite che la larghezza CD deve necessariamente eccedere, così senza dubbio si richiederà di quanto essa debba eccederlo. E poichè questo dipende dalla violenza delle scosse che un bastimento deve sostenere, perciò bisogna ricorrere all' esperienza. Suppongasi per esempio, che andar possa con tutta sicurezza un bastimento, nel quale la larghezza della carena CD alla sua profondità IE abbia la ragione di 5 : 2, o pure sia CD = 2, 5. IE, ed il centro di gravità si trovi precisamente nella superficie dell' acqua, onde sia FG = 0. Ciò posto, poichè il primo caso (al n.° VI.) dà CD > 2, 32. IE minore di quello che si ha dall' esperienza di 0, 18 che è presso a poco la 13.ª parte del nostro limite, quindi aumentando ciascheduno de' trovati limiti della sua

de-

decimaterza parte, si troverà il giusto valore della larghezza CD. I limiti poi che sono dati per l'altro caso, dovrebbero esser aumentati della loro ottava parte.

§. 72.

Quanto alla profondità IE della carena, conviene qui notare, che i costruttori d' ordinario assegnano un poco più di profondità ai bastimenti verso la Poppa che verso la Prora, nel qual caso è evidente che la profondità IE da noi considerata deve tenere un certo mezzo tra le due mentovate. Di tale costruzione comunemente s' adduce la ragione, che i bastimenti riescano per questo modo di più agevole governo: ma la vera ragione è senza dubbio, affinchè quando il bastimento solca il mare spinto dal vento, la colomba divenga orizzontale, giacchè la forza del vento d' ordinario lo inclina verso la Prora. Per altro da tutto ciò che s' è

detto si scorge, che oltre l' allargamento della sezione d' acqua, il mezzo più efficace per aumentare la stabilità è di portare il centro di gravità G tanto basso quanto è possibile, o quanto lo permettono le circostanze. *

CAP. X.

De' moti di rollare e ficcare de' bastimenti.

§. 73.

DOpo che un bastimento sarà stato rimosso dal suo equilibrio ed inclinato per qualsivoglia cagione, per la sua stabilità sarà egli sollecitato di ritornare all' equilibrio, e ciò si farà con un moto accelerato, dal che ne seguirà necessariamente ch' egli passerà oltre ad un' inclinazione in senso contrario fino a tanto

che

che il ſuo moto ſia eſtinto, e di là ritornerà per conſeguenza nuovamente allo ſtato d' equilibrio, e ripeterà queſto movimento di andare e venire allo ſteſſo modo che un pendolo fa le ſue vibrazioni, e con la ſteſſa regolarità, quando non ſia perturbato dalla reſiſtenza dell' acqua, dalla quale qui faremo aſtrazione. Poichè dunque queſti moti d' un baſtimento intorno a qualſivoglia aſſe ſono perfettamente ſimili alle vibrazioni d' un pendolo, non ſi può conoſcerne in miglior modo la natura, quanto determinando la lunghezza d' un pendolo ſemplice, che faccia le ſue vibrazioni in tempi eguali a quelli de' moti del baſtimento. Tal pendolo ſi dirà iſocrono ai libramenti del baſtimento.

§. 74.

Aſſegnata la lunghezza d' un tale pendolo ſemplice, che ſupporremo $= l$, i

prin-

principj della Meccanica ci ſomminiſtrano la regola ſeguente per determinare la durata, o ſia il tempo d' una vibrazione. Primieramente biſogna ſapere l' altezza da cui un grave liberamente cade in un minuto ſecondo. Queſta, ſiccome conſta dall' eſperienza, è preſſo a poco di 16 piedi di Londra, e ſi ſegnerà con la lettera g. Poi con la lettera π s' indicherà la circonferenza d' un cerchio il cui diametro ſia $= 1$: ed il tempo ricercato d' una vibrazione ſarà $= \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$ eſpreſſo in minuti ſecondi: cioè ſi deve dividere la lunghezza l del pendolo per la doppia altezza g, e moltiplicare la radice quadrata del quoziente per π, cioè per $\frac{22}{7}$ ſecondo la regola d' Archimede, e s' avrà la durata d' una vibrazione eſpreſſa in minuti ſecondi. *

§. 75.

§. 75.

Si tratta adunque di ritrovare per ogni caso che venga proposto questa lunghezza l del pendolo isocrono ; questione che senza dubbio esige le più profonde ricerche. Ma per l' uso nostro basterà addurre qui semplicemente il risultato di ciò che i principj della Meccanica ci somministrarono a questo proposito. Siccome pertanto noi qui consideriamo la questione in generale, e supponiamo che il bastimento sia inclinato intorno ad un qualunque asse orizzontale che passi per il suo centro di gravità, così prima di tutto bisogna sapere la stabilità del bastimento relativa a questo stesso asse, la quale è sempre il prodotto del peso M moltiplicato per una certa lunghezza, che nominaremo $= s$, sicchè la stabilità sarà espressa per $M s$. Oltre ciò, bisogna conoscere quello che in Meccanica chiamasi momento d' iner-

zia

zia del baſtimento relativamente allo ſteſſo aſſe. Queſto ſi ottiene moltiplicando tutte le parti, ond' è compoſto un baſtimento, per il quadrato della loro particolare diſtanza dall' aſſe, e raccogliendo tutti que' prodotti in una ſomma, che indicaremo per $M.rr$, atteſo che eſſa ſarà ſempre il prodotto del peſo intero M del baſtimento moltiplicato per il quadrato d' una certa linea r. Sapendo dunque il valore di que' due elementi, la lunghezza ricercata del pendolo iſocrono ſi troverà ſempre dividendo il momento d' inerzia $M.rr$ per la ſtabilità Ms, onde ſarà $l = \frac{rr}{s}$. *

§. 76.

Dopo queſte determinazioni generali, conſideriamo il caſo, in cui un baſtimento ſi agita intorno al ſuo aſſe maggiore diretto da Poppa a Prora, e queſto moto diceſi il rollare, quando cioè il baſti-

men-

mento alternativamente s' inclina dall' uno e dall' altro lato. Si avverta che queſto moto può lungamente conſervarſi nell' acqua in calma, perchè la figura del baſtimento è per la ſua maggior parte così ritondata intorno a queſt' aſſe, che per tale movimento non incontra nel fluido quaſi alcuna reſiſtenza, e gli sforzi prementi della medeſima eſſendo preſſo a poco diretti verſo lo ſteſſo aſſe, non producono quaſi verun momento atto a perturbarlo. Sarà dunque facile d' oſſervare il tempo, nel quale ſi compiſcono queſte agitazioni, e quindi mediante una ſola eſperienza ſi troverà la lunghezza del pendolo iſocrono $l = \frac{rr}{s}$, e perciò ſi potrà aſſegnare il valore d' una di quelle due quantità r ed s, eſſendo nota l' altra. In oltre ſi vede, che quanto più lento e tardo ſarà queſto moto di rollare, tanto più lungo riuſcirà il pendolo iſocrono: ond'

è evi-

è evidente, che non convenendo diminuire il denominatore s, bisogna procurar d' aumentare il numeratore rr, quanto possono permettere le circostanze. Si otterrà questo aumento di lunghezza l, allontanando i pesi del carico, quant' è possibile, dall' asse maggiore orizzontale, che passa per il centro di gravità G secondo la lunghezza del bastimento. *

§. 77.

Lo stesso presso a poco dovrà dirsi delle agitazioni che succedono intorno all' asse traversale del bastimento, le quali si nominano il ficcare, quando cioè il bastimento s' inclina alternativamente verso Prora e verso Poppa. In questo caso il denominatore della formula $l = \frac{rr}{s}$ è molto maggiore di quello che fosse nel caso precedente, poichè la stabilità relativa a quest' asse supera a più doppj quella che si riferisce all' asse di lunghezza; quindi

il

il valore di *l* dovrebbe riuſcir minore, e perciò eſſere più rapida l' agitazione del ficcare di quella del rollare. Ma biſogna inſieme riflettere che il valore di *r* in queſto caſo ſi fa maggiore che nel precedente, atteſo che tutto il carico collocato verſo la Prora e verſo la Poppa è molto lontano dall' aſſe traverſale, e queſta circoſtanza potrebbe produrre per la lettera *l* un valore tanto grande, quanto nel caſo precedente. Queſto moto poi del ficcare non può durare così alla lunga come quello del rollare, perchè la Prora e la Poppa a cagione della loro obbliquità ſoffrono una reſiſtenza conſiderabile nell' alzarſi ed abbaſſarſi a vicenda, ſicchè eſſo s' eſtinguerà ben preſto per la maſſima parte, anche nella ſuppoſizione, che l' acqua ſia in calma. *

§. 78.

Quando poi il mare è in una grande agi-

agitazione, facilmente s' intende che i moti tanto del rollare quanto del ficcare devono soffrire delle considerabili alterazioni ; giacchè l' alzamento ed abbassamento alternativo dell' onde è da per se solo capace di produrre l' agitazione del bastimento , quand' anche veruna altra forza non lo inclinasse . Ma per determinare i movimenti che possono essere impressi al bastimento in tal caso, la teoria ci abbandona affatto; poichè per una parte s' ignorano ancora assolutamente le leggi , secondo le quali l' acqua agitata spinge i corpi galleggianti , e per l' altra parte la formula ritrovata della stabilità non può per la stessa ragione aver luogo : quindi anche la lunghezza del pendolo isocrono che abbiamo dedotta diverrebbe erronea. L' esperienza dimostra , che le forze esercitate dall' acqua ondeggiante in un bastimento sono affatto differenti da quelle

che

che ſono eſercitate dall' acqua in calma: e s' è anche oſſervato che quando un baſtimento è portato in alto dall' onde, egli aſcende con moto accelerato e diſcende poi con moto ritardato; il che ſembra direttamente contrario ai principj che comunemente ſi ſtabiliſcono ſull' azione dell' acque.

§. 79.

Non pertanto, quantunque ſiamo molto lontani dal poter determinare qualche coſa di certo ſopra tale materia, ſarà però utile il riflettere, che le onde ſi ſuccedono per lo più con molta regolarità e per intervalli di tempo eguali, ſicchè quando un baſtimento è percoſſo dall' onda la prima volta, riceve in ſeguito con eguali intervalli di tempo la ſeconda e la terza percoſſa, e così le ſucceſſive. Dunque ſe il baſtimento foſſe di tal natura, che compiſſe i ſuoi libramenti ne' medeſimi inter-

valli di tempo, la percoſſa ſeguente dell' onda lo incontrarebbe ſempre nella ſteſſa ſituazione, nella quale lo aveſſe incontrato la prima, e perciò vi unirebbe la propria forza aumentando il moto a ſegno, che finalmente potrebbe divenire pericoloſo. E ſe i detti intervalli di tempo tra le ſucceſſioni dell' onde, e tra i libramenti del baſtimento foſſero così proporzionati tra di loro, che la percoſſa ſeguente diſtruggeſſe l' effetto delle precedenti, il baſtimento ſoffrirebbe delle ſcoſſe troppo forti. Sopra tutto nel ficcare, quando la Prora e la Poppa aveſſero concepiti de' moti molto rapidi, ſe delle nuove percoſſe vi s' opponeſſero all' improviſo, ne potrebbe derivare uno ſcuotimento sì forte in tutte le parti del baſtimento, che riſchiarebbe di *dematarſi*, cioè di far crollare e perdere gli alberi. *

PARTE SECONDA

Nella quale si tratta delle resistenze che i bastimenti incontrano nel loro corso, e dell' azione del Timone.

CAPITOLO I.

Della resistenza che incontra una superficie piana mossa nell' acqua.

§. 1.

Sino a che un corpo immerso nell' acqua è quieto, egli sostiene in tutta la sua superficie delle pressioni, le quali se si risolvano in orizzontali e verticali, scorgesi che le orizzontali si di-

ſtruggono ſcambievolmente, e le verticali ſi riducono ad una forza eguale al peſo d' un volume d' acqua pari al corpo immerſo, dalla quale egli è ſpinto verticalmente all' insù, ſiccome abbiamo di ſopra dimoſtrato. Ma quando il corpo immerſo ſi muove, egli ſoffre oltre queſte preſſioni anche una forza, che ſi oppone al ſuo moto, la quale ſi nomina reſiſtenza dell' acqua, che ora ci proponiamo di determinare: e biſogna avvertire, che queſta forza di reſiſtenza dipende principalmente dalla figura del corpo immerſo, laddove le preſſioni mentovate ne ſono aſſolutamente indipendenti. Conviene pertanto cominciare le noſtre ricerche dalle ſuperficie piane, le quali ſi muovano nell' acqua con una certa velocità tanto direttamente, quanto obbliquamente. Si muove direttamente nell' acqua una ſuperficie, quando la direzione del ſuo moto è perpendicolare alla

ſteſ-

ſteſſa ſuperficie ; ed obbliquamente quando la detta direzione le è obbliqua. *

§. 2.

Conſideriamo adunque una ſuperficie piana qualſivoglia (*Fig.* 1.), che muovaſi nell' acqua ſecondo la direzione EF perpendicolare ad eſſa , con una velocità che diremo $= c$, indicando con c lo ſpazio percorſo in un minuto ſecondo con la detta velocità , giacchè queſto modo di rappreſentare le velocità ce ne procura la più eſatta nozione. Ciò poſto, poichè queſta ſuperficie non può continuare il ſuo moto ſenza promovere l' acqua che la precede, naſcerà una colliſione, dalla quale riſulterà neceſſariamente una certa forza , con cui la ſuperficie ſarà riſpinta all' indietro , e facilmente s' intende che queſta forza ſarà perpendicolare alla ſuperficie , e perciò direttamente contraria al ſuo moto ; o pure queſta ſuperficie ſi troverà

nel medesimo stato, come se fosse posta orizzontalmente e sostener dovesse una certa colonna d' acqua, di modo che se si conoscesse l' altezza di tal colonna, s' avrebbe un' esatta cognizione della resistenza, che la superficie incontra effettivamente nell' acqua. Si tratta dunque di definire questa colonna, l' altezza della quale ci darà la più giusta misura della resistenza che cerchiamo: poichè moltiplicando quell' altezza per la superficie medesima, s' avrà la solidità d' una massa d' acqua, il di cui peso sarà precisamente eguale alla forza di resistenza. *

§. 3.

Il ragionamento seguente ci condurrà alla determinazione di tale altezza. E' chiaro che la superficie ABCD movendosi nell' acqua con la velocità $= c$, sosterrà la stessa forza dall' acqua, che sosterrebbe, se la superficie fosse in quiete e l'

acqua

acqua veniſſe ad urtarla perpendicolarmente con la ſteſſa velocità. Ciò poſto, ſe la ſuperficie già quieta foſſe bucata in qualche parte con un piccolo foro, l' acqua ne ſcapperebbe fuori con velocità preciſamente eguale a c. Aſſegniamo dunque a detta colonna d' acqua tale altezza, quale le converrebbe, ſe eſſa doveſſe uſcire con la medeſima velocità per un buco aperto nella baſe della colonna; nè vi può eſſere alcun dubbio, che la ſuperficie non ſia per eſſere nell' uno e nell' altro caſo egualmente premuta e forzata. Laonde ponendo queſt' altezza $= b$, e l' area della baſe o della ſuperficie che conſideriamo $= ff$, la ſolidità della colonna ſarà ffb, e perciò il peſo d' un egual volume d' acqua ci darà la vera forza di reſiſtenza, con cui la ſuperficie ſarà riſpinta perpendicolarmente, o ſia per una direzione contraria a quella del ſuo moto.*

§. 4.

E' noto tanto per teoria, quanto per esperienza, che l' acqua contenuta in un vaso d' altezza $= h$, esce da un foro aperto nella base con quella velocità che acquistarebbe un grave cadendo dalla stessa altezza h: e se la lettera g indichi l' altezza, dalla quale cade un grave in un minuto secondo, è altresì noto, che la velocità sarà tale, che percorrerebbe con essa in un minuto secondo lo spazio $= 2\sqrt{gh}$. Poichè dunque questa velocità s' è supposta $= c$, di modo che $2\sqrt{gh} = c$, prendendo i quadrati $4gh = c^2$, s' avrà l' altezza ricercata $h = \frac{c^2}{4g}$: e per conseguenza la resistenza che soffrirà la superficie piana proposta ABCD $= ff$ mossa direttamente nell' acqua con la velocità c, sarà $= \frac{ccff}{4g}$, e da questa forza la superficie sarà rispinta con una direzione contra-

traria al ſuo moto. Quindi vedeſi, che tale reſiſtenza è ſempre proporzionale al quadrato della velocità, ed in oltre anche proporzionale all' area della ſuperficie, ſicchè per queſto mezzo eſſa è perfettamente determinata. *

§. 5.

Conſideriamo ora nella ſteſſa maniera il caſo, in cui la ſuperficie ABCD (*Fig.* 2.) ſi muove nell' acqua con la ſteſſa velocità $= c$, ma per una direzione obbliqua al ſuo piano, onde l' angolo d' inclinazione ſia $= \varphi$. Queſto caſo ſia rappreſentato nella detta figura, in cui AB ſia la ſuperficie piana propoſta, EF la direzione del ſuo movimento, che ſi fa con la velocità $= c$, e l' angolo AEF $= \varphi$; ed è certo che queſto piano ſoſterrà la ſteſſa forza, come ſe egli foſſe quieto, e l' acqua gli correſſe incontro con la direzione FE e con la ſteſſa velocità. Potrà

dun-

dunque esser paragonata tal forza col peso d' una certa colonna d' acqua sostenuta dalla stessa base, e siccome essa propriamente non è che una pressione, perciò opererà perpendicolarmente nella superficie AB secondo la direzione EG, che non sarà più direttamente contraria al moto per EF. Ma trovata che siasi questa pressione EG, che dicasi = P, basterà risolverla nella direzione EH, che è la stessa di EF, e nella direzione GH, che le è perpendicolare, e per conseguenza non s' oppone al moto, e si dedurrà che la resistenza direttamente contraria al movimento della superficie sarà = P. sen. φ, poichè l' angolo EGH è evidentemente eguale all' angolo AEF = φ, ed EH rappresenta il seno di quest' angolo, posto che il seno totale sia = EG. Ora per trovare questa pressione (*Fig.* 3.) applichiamo lo stesso principio, di cui ci sia-

mo

mo ſerviti nel caſo precedente, e conſiderando un getto d' acqua che incorra nella ſuperficie quieta AB con velocità $= c$, è chiaro, che ſe la ſuperficie foſſe traforata in E, l' acqua paſſarebbe per quel foro liberamente con la direzione EH, ſenza cangiare nè direzione, nè velocità. Riſolvaſi queſta velocità nella direzione EI perpendicolare alla ſuperficie, e nella IH parallela alla ſteſſa, e poichè queſt' ultima non influiſce nel moto, la prima ſoltanto ſecondo EI deve eſſere riguardata come l' effetto dell' urto che ſoffre la ſuperficie. Ora eſſendo l' angolo EHI = AEF = φ, la velocità per EI ſarà $= c.$ ſen. φ. Laonde ſi tratta di trovar l' altezza d' una colonna d' acqua, che ſoſtenuta dalla ſteſſa baſe per un foro in eſſa aperto riſalirebbe con la velocità $= c.$ ſen. φ. Ma s' è veduto, che nominando queſt' altezza h, ſi deve porre $2\sqrt{gh} = c.$ ſen.

ſen. φ, onde ſi ha $b = \frac{cc.\text{ſen. }\varphi^2}{4g}$, che moltiplicata per l' area ff, darà la forza di reſiſtenza perpendicolare alla ſuperficie (*Fig.* 2.) ſecondo EG, cioè la reſiſtenza totale da prima nominata = P; dunque la reſiſtenza direttamente contraria al moto ſarà, P. ſen. $\varphi = \frac{cc\,ff.\text{ ſen. }\varphi^3}{4g}$.

§. 6.

Eccoci giunti con un ragionamento aſſai ſemplice e luminoſo a delle formule, che ci fanno conoſcere per ogni caſo che una ſuperficie piana AB = ff ſi muova nell' acqua con velocità = c, e con obbliquità AEF = φ, tanto la reſiſtenza totale = $\frac{ccff\text{ſen. }\varphi^2}{4g}$ quanto quella che è direttamente contraria al moto = $\frac{ccff\text{ſen. }\varphi^3}{4g}$.

La prima dimoſtra, che la reſiſtenza totale è in ragione compoſta, 1.° dell' area

ff

ff della ſuperficie data; 2.° del quadrato del la velocità *cc*, e 3.° del quadrato del ſeno d' obbliquità, o dell' angolo AEF $= \phi$. E la reſiſtenza contraria al moto è in ragion compoſta 1.° dell' area *ff*; 2.° del quadrato della velocità *cc*; ma 3.° del cubo del ſeno d' obbliquità. Su queſti due principj che da molto tempo ſono riconoſciuti dai Geometri, è fondata tutta la teoria della reſiſtenza, che i corpi ſolidi debbono vincere movendoſi in qualſivoglia fluido. Si diedero anche fino ad ora varie dimoſtrazioni di queſti principj, ma quella che abbiamo eſpoſta pare la più chiara e la più ſolida.

§. 7.

Per riſchiarare vieppiù queſto argomento, paragoniamo inſieme i due caſi ſeguenti. 1.° Sia (*Fig.* 4.) AB una ſuperficie piana $= ff$, la quale ſi muova direttamente nell' acqua ſecondo la linea A*a* con

la

la velocità $= c$, e 2.° un' altra ſuperficie AC che ſi muova per la ſteſſa linea e con la ſteſſa velocità $= c$, ma obbliquamente, ſicchè l' angolo d' obbliquità ſia aAC $= \varphi$. L' area di queſta ſuperficie AC ſia all' area della prima, come nella figura, l' Ipotenuſa AC al cateto AB. Conducaſi la linea Bb parallela ad Aa, ſicchè queſte due ſuperficie debbano lottare contro la ſteſſa colonna d' acqua, onde ſi vede, che l' area di queſt' ultima ſuperficie AC ſara $= \frac{ff}{\text{ſen. }\varphi}$. Ciò poſto, poichè la reſiſtenza della ſuperficie AB s' è trovata $= \frac{cff}{4g}$, e la reſiſtenza della ſuperficie AC in quanto eſſa è contraria al moto, ponendo nell' ultima noſtra formula $\frac{ff}{\text{ſen. }\varphi}$ in luogo di ff, ſarà $= \frac{cff\,\text{ſen. }\varphi^2}{4g}$; perciò queſte due reſiſtenze ſono tra di loro, come l' unità al quadrato del ſeno d' obbliquità. Dun-

que

que se l' angolo BAC fosse $= 45°$, essendo $\varphi = 45°$ e sen. $\varphi^2 = \frac{1}{2}$, la resistenza dell' Ipotenusa AC sarebbe precisamente la metà di quella della superficie AB, e se si facesse l' angolo BAC $= 60°$, a cagione di $\varphi = 30°$ e di sen. $\varphi = \frac{1}{2}$, la resistenza di AC diverrebbe quattro volte minore della resistenza di AB. E generalmente quanto più s' aumenta l' angolo BAE, tanto minore diviene la resistenza della superficie AC, e finalmente quasi del tutto svanisce. Poichè prendendo l' angolo BAC $= 80°$, di modo che $\varphi = 10°$, la resistenza di AC sarà 33 volte minore di quella d' AB, e prendendo quest' angolo BAC $= 85°$ o pure $\varphi = 5°$, la resistenza si ridurrà alla 131.ma parte. Quindi già si comprende che la resistenza può diminuirsi molto considerabilmente allungando e restringendo la Prora.

§. 8.

§. 8.

In queſto paragone noi non abbiamo conſiderato ſe non che la reſiſtenza, che è direttamente contraria al moto : e ciò baſta, qualor ſi tratta di determinare la forza di reſiſtenza, che i baſtimenti ſoffrono nel loro corſo, e già ſi vede in qual modo ſi debba procedere per trovar la reſiſtenza che prova qualunque figura di baſtimento. Poichè baſta dividere la ſuperficie della carena in molti piccoli ſegmenti, che ſi potranno riguardare come ſuperficie piane, indi cercare l' obbliquità di ciaſcheduna riſpetto alla direzi one del moto. Egli è in oltre egualmente neceſſario di determinare in tutti queſti caſi, quanta forza eſerciti la reſiſtenza per inclinare il baſtimento, ed allora conviene ſervirſi della noſtra formula principale, che eſprime la reſiſtenza totale, e che era $\frac{cc\,ff\,\text{ſen. }\varphi^2}{4g}$, per dedurre poi con la ri-

ſo-

ſoluzione delle forze quelle che ſono capaci di produrre qualche inclinazione. Finalmente biſogna ricordarſi a queſto paſſo, che la lettera *g* eſprime la lunghezza di 16 piedi di Londra preſſo a poco, il che baſta per queſta ſorte di ricerche.

CAP. II.

Della reſiſtenza che incontrano i baſtimenti nel loro corſo diretto.

§. 9.

QUando un baſtimento ſi muove per l' acqua in maniera che la direzione del ſuo moto ſia paralella alla colomba, o vero all' aſſe maggiore della carena, il ſuo corſo ſi dice diretto, per diſtinguerlo da quello, in cui la direzione del moto foſſe inclinata a quella della colomba. Biſogna dunque cominciare dal cor-

ſo diretto, e per ritrovare la reſiſtenza che prova il baſtimento in queſto corſo, dobbiamo conſiderare la carena, la cui ſezione diametrale ſia (*Fig.* 5.) ABCD, ed il ſuo aſſe maggiore AB ci rappreſenti nello ſteſſo tempo la direzione del ſuo moto, la velocità del quale indicaremo con la lettera *c*, eguale alla miſura dello ſpazio percorſo con queſta velocità in un minuto ſecondo di tempo. Sia dunque A la Prora, B la Poppa, e CD la colomba del baſtimento, G indichi il centro di gravità del baſtimento intiero, dal quale conducendo la linea verticale GE, eſſa tagli la ſezione d' acqua AB in F, e la colomba in E.

§. 10.

Ora immaginiamoci, che il baſtimento incontri l' acqua con la maſſima ſua ſezione traverſale con la velocità = *c*, ed in modo che la direzione del moto ſia per-

pen-

pendicolare a queſta ſteſſa ſezione. Queſto ſarebbe il caſo d' un baſtimento che aveſſe figura priſmatica, e tale in cui tutte le ſezioni traverſali foſſero tra di loro eguali. La Prora in A ſarebbe terminata da un piano verticale $A\alpha$, perpendicolare all' aſſe AB, ed eguale alla ſezione traverſale FE, che noi conſideriamo ſempre come la maſſima. Supponiamo in oltre l' area di queſta ſuperficie $A\alpha = ff$, e poichè eſſa urta direttamente contro l' acqua, la reſiſtenza ſarà $= \frac{cc\,ff}{4g}$, e direttamente contraria alla direzione del moto.

§. 11.

Poſcia è evidente che la media direzione della reſiſtenza paſſerà per il centro di gravità di queſta ſuperficie piana $A\alpha$, il quale ſe ſi ſupponga in c, la linea orizzontale cd parallela ad AB ci additerà la direzione della forza di reſiſtenza totale, che il baſtimento incontra nel ſuo

corso diretto. Quindi conchiudiamo, che il moto del bastimento sarà primieramente ritardato da questa stessa forza $= \frac{ccff}{4g}$, ed oltre a ciò qualora la direzione *cd* non passa per il centro di gravità G, quella stessa forza produrrà un momento per inclinare il bastimento intorno al suo asse traversale condotto per il punto G perpendicolarmente al piano diametrale rappresentato dalla figura: sarà dunque questo momento $= \frac{ccff}{4g}$. G*d*, per cui il bastimento sarà inclinato verso la Prora A la quale per conseguenza sarà più affogata nell' acqua; e sapendosi la stabilità del bastimento rapporto allo stesso asse, la quale sia $=$ M*s*, potremo anche assegnare l' angolo $= i$, al quale verrà inclinato il bastimento. A tale effetto bisogna considerare, che indicandosi per M il peso intiero del bastimento, ed il momento

di

di forza eſſendo eſpreſſo per un volume d' acqua, biſogna prima di tutto ridurlo ad un peſo aſſoluto. Per conſeguenza ponendo il volume intiero della carena come ſopra = V, il momento di forza diverrà = $\frac{M}{V} \cdot \frac{ccff}{4g} \cdot Gd$, che diviſo per la ſtabilità Ms darà il ſeno d' inclinazione ſen. $i = \frac{ccff}{4gV} \cdot \frac{Gd}{s}$.

§. 12.

Queſta reſiſtenza che la maſſima ſezione traverſale ſoffrirebbe, ſe eſſa ſi moveſſe immediatamente nell' acqua con la ſteſſa velocità, ſi deve riguardare come la baſe per regolare ſopra d' eſſa la reſiſtenza, che una figura qualunque di Prora avrà a ſoſtenere, computando cioè quante volte la reſiſtenza attuale ſarà minore di quella della ſezion traverſale. Ora da ciò che abbiamo detto s' intende, che la reſiſtenza attuale può divenire molte vol-

te minore di quella, che incontrarebbe la ſezione traverſale; poichè abbiamo dimoſtrato, che quanto più obbliquamente la Prora è urtata dall' acqua, tanto minore diventa la reſiſtenza: onde ſegue che quanto più allungata ſarà la Prora d' un baſtimento e ſucceſſivamente riſtretta verſo la parte anteriore, tanto più ſarà diminuita la ſua reſiſtenza. Ma come il riſtringimento ſi fa d' ordinario non ſolamente dai lati verſo il mezzo, ma anche dal baſſo all' alto, s' intenderà facilmente, che deve riſultare anche una forza, dalla quale il baſtimento ſarà ſpinto verticalmente insù, oltre a quella che s' oppone direttamente al ſuo corſo. Converrà dunque rivolgere a queſte due forze la noſtra attenzione, ſe vogliamo formarci un' aggiuſtata idea dell' effetto intiero, che la reſiſtenza è atta a produrre.

§. 13.

§. 13.

Ma ſiccome la ricerca di queſte due forze eſige de' calcoli di ſomma difficoltà, anche per le più ſemplici figure de' baſtimenti, e perciò conviene contentarſi delle approſſimazioni; così, prima d' entrare nelle particolarità di tal argomento, ſarà ben fatto di conſiderare la coſa in generale. Sia dunque ABCD (*Fig. 6.*) la ſezion diametrale del baſtimento, o piuttoſto della carena, come prima, e la linea AC rappreſenti il montar della Prora dalla colomba C ſino all' eſtremità A nella ſuperficie dell' acqua: o vero queſta linea AC rappreſenti l' aſta di Prora del baſtimento, e la velocità con cui il baſtimento ſcorre nella direzione BA ſia = *c*; è manifeſto che tutti gli ſforzi della reſiſtenza devono ridurſi 1.° Ad una forza orizzontale nella direzione *c* P, e perciò direttamente contraria a quella del

corso, che noi segnaremo con la lettera P. 2.° Ad una forza verticale nella direzione dQ, che indicaremo con la lettera Q, dove anche è a proposito notare l' intersezione R, che si può nominare il centro di resistenza, per il quale passerà la direzione della forza RS equivalente alle due forze precedenti; di modo che si potrebbe dire, che tutti gli sforzi della resistenza si riducono alla sola forza secondo RS, di cui la quantità sarà, come è noto, $= \sqrt{P^2 + Q^2}$, e la sua inclinazione all' orizzonte o vero l' angolo PRS avrà per sua tangente la frazione $\frac{Q}{P}$, onde basta considerare le due forze P e Q, delle quali sì l' una che l' altra è sempre proporzionale al quadrato della velocità del bastimento.

§. 14.

Vediamo ora qual effetto produrrà sul bastimento l' una e l' altra di queste due for-

forze. La prima o l' orizzontale P produrrà già come nel caso precedente due effetti, uno che s' oppone direttamente al corso, appunto come se essa fosse direttamente applicata al centro di gravità G, e spingesse il bastimento all' indietro; l' altro effetto risulta dal momento di questa forza rispetto all' asse traversale del bastimento, il quale essendo = P. GP farà che il bastimento inclini verso la Prora A. Nello stesso modo anche l' altra forza Q che è verticale produce un doppio effetto: uno di spingere il bastimento direttamente all' insù, appunto come se essa fosse applicata al centro di gravità G, di modo che il peso intero del bastimento sarà diminuito del peso Q; l' altro effetto di questa forza sarà un momento relativo al medesimo asse traversale = Q. FQ, la cui direzione essendo contraria a quella del primo momento P. GP, imprimerà

al

al baſtimento un' inclinazione contraria, cioè d' elevazione della Prora ; quindi ſe queſto ſorpaſſa quello , il baſtimento ſarà inclinato verſo la Poppa con un momento di forza = Q. FQ − P. GP, il quale diviſo per la ſtabilità del baſtimento relativa allo ſteſſo aſſe traverſale , darà il ſeno dell' inclinazione che ne ſarà prodotta.

§. 15.

Quindi è chiaro , che per conſervare nel baſtimento il moto che abbiamo ſuppoſto farſi con la velocità = c , biſogna prima ſpingere direttamente innanzi il baſtimento con la ſteſſa forza P , con cui è riſpinto dalla reſiſtenza , indi, poichè il peſo del baſtimento M è diminuito dalla reſiſtenza d' un peſo = Q, ſi dovrebbe caricarlo d' un nuovo peſo Q collocato nello ſteſſo centro di gravità G , affinchè il luogo di queſto punto non foſſe mutato. Finalmente per impedire al baſtimento di

frire alcuna inclinazione, baſta applicare la prima forza P ſopra il centro di gravità G, come in H, di modo che il ſuo momento P. GH divenga preciſamente eguale a quello con cui il baſtimento ſarebbe inclinato all' indietro, che era Q. FQ — P. GP, e perciò P. GH = Q. FQ — P. PG, dal che ſi deduce $GH = \frac{Q}{P}$. FQ — GP, di modo che $PH = \frac{Q}{P}$. FQ. Sia dunque HK queſta forza = P applicata al baſtimento ed è evidente che il punto H ſi troverà preciſamente nell' interſezione dell' aſſe verticale EG con la vera direzione della reſiſtenza RS. *

§. 16.

Ma per la pratica non è neceſſario di caricare il baſtimento d' un nuovo peſo Q, poichè è anzi di molto vantaggio, che la reſiſtenza diminuiſca il peſo del

me-

medesimo. Quindi sarebbe molto mal a proposito di volerlo caricare di più. Finalmente poichè in questo caso anche tutto il bastimento sarebbe un poco elevato e la profondità della carena diverrebbe minore; questa riuscirebbe una circostanza molto favorevole, perchè con ciò la resistenza sarebbe un poco diminuita, di modo che una minor forza bastarebbe allora per conservare al bastimento il suo moto.

CAP. III.

Del modo di valutare la resistenza d' una data Prora.

§. 17.

SE la figura della Prora sia tale, che tutti gli elementi della sua superficie siano egualmente inclinati alla direzione del moto, è facile di determinare la resi-

sten-

ſtenza che è contraria al ſuo corſo: poichè per quello che ſpetta alla reſiſtenza, onde il baſtimento è ſpinto all' insù, ſi può ben traſcurarne la determinazione, ſiccome ab biamo veduto. Dunque ſe l' area della ſezione traverſale, o della ſezione più larga della carena ſi ponga $= ff$, la velocità del baſtimento ſecondo il ſuo aſſe maggiore BA $= c$, e l' angolo d' inclinazione della ſuperficie della Prora alla direzione del moto $= \varphi$, abbiamo veduto che la reſiſtenza la quale s' oppone al moto, è eguale al peſo d' una maſſa d' acqua il di cui volume è $= \frac{cc\,ff\,\text{ſen.}\,\varphi^2}{4g}$. Se poi la maggior ſezione correſſe con la ſteſſa velocità direttamente nell' acqua, la ſua reſiſtenza ſarebbe $= \frac{cc\,ff}{4g}$; di modo che nell' altro caſo la reſiſtenza è tante volte minore, quante volte il quadrato del ſeno dell' angolo φ è minore dell' unità:

tà : dal che deduceſi , che ſi potrebbe a piacere diminuire la reſiſtenza , ſe non vi foſſero dell' altre circoſtanze egualmente eſſenziali al baſtimento , che vi poneſſero de' limiti . *

§. 18.

Ora una tale eguaglianza d' inclinazione in tutta la ſuperficie della Prora può aver luogo in infiniti caſi, alcuni de' quali eſporremo. E primieramente ſe la ſezione maggiore foſſe un parallelogramo rettangolo (*Fig.7.*) come MN*mn* , e la Prora aveſſe la figura d' un cuneo terminato dalla retta verticale A*a* , ſicchè tutte le ſezioni orizzontali foſſero de' triangoli AMN , *amn* eguali tra di loro : in tal caſo le due faccie A*a*M*m* ed A*a*N*n* ſoſterrebbero gli ſforzi dell' acqua ſotto lo ſteſſo angolo FAM = FAN = φ , di cui il ſeno eſſendo = $\frac{FM}{AM}$, la reſiſtenza di queſta figura ſarebbe a quella della baſe MN*mn*

co-

come $FM^2 : AM^2$: ovvero ſegnando la reſiſtenza della baſe con la lettera R, quella della Prora che eſaminiamo ſarà $= R . \frac{FM^2}{AM^2}$. *

§. 19.

Sarà nello ſteſſo modo, ſe la ſezion maggiore foſſe come prima un parallelogramo rettangolo, e la Prora (*Fig.* 8.) aſcendeſſe da E ſino ad A per un piano inclinato EA, di modo che tutte le ſezioni paralelle alla diametrale foſſero de' triangoli rettangoli eguali ad AFE. Poichè in queſto caſo l' angolo d' obbliquità ſarebbe FAE, ed il ſuo ſeno $= \frac{EF}{AE}$, dal che riſultarebbe la reſiſtenza $= R . \frac{EF^2}{AE^2}$: nella quale eſpreſſione R dimoſtra la reſiſtenza della *corba maeſtra* o ſezione maſſima FE. Queſta ſteſſa reſiſtenza avrebbe anche luogo, ſe la ſezione maſſima foſſe un ſemicerchio deſcritto col raggio EF,

e la

e la Prora foſſe metà del cono deſcritto ſu queſta baſe col ſuo apice in A. E' anche chiaro, che queſta ſteſſa reſiſtenza converrebbe ad una piramide qualunque, che aveſſe per baſe un poligono circoſcritto alla baſe del cono, del quale ſi parlò; ma ſiccome tutte queſte figure non convengono alla pratica, vediamo in qual modo ſi debba procedere per determinare la reſiſtenza di qualſivoglia data Prora.

§. 20.

Sia dunque (*Fig. 9.*) CDE la metà della maggior ſezione o della traverſale, ed immaginando che ſi facciano nel baſtimento ſteſſo da queſta ſezione ſino all' eſtremità della Prora molte ſezioni paralelle tra di loro a diſtanze date, ſi traſportino per mezzo di projezioni le loro figure nella più grande, una delle quali ſia rappreſentata da MPQN, e quella che la precede immediatamente da *mpqn*,

nel-

nello ſteſſo modo che i coſtruttori diſegnano i piani de' baſtimenti : per il noſtro uſo però noi non conſideriamo queſte figure , ſe non dalla colomba E ſino alla ſuperficie dell' acqua CD . Si tirino poi molte linee traverſali , come RP*pr* , SQ*qs* che taglino le prime preſſo a poco ad angoli retti , di maniera che con queſti due ordini di linee l' area della prima mezza ſezione CDE ſia diviſa in molti piccoli trapezj e triangoli quaſi rettangoli, come per eſempio il trapezio P*p*Q*q* , i quali ſi devono prendere così piccoli , che la porzione di ſuperficie della Prora , che corriſponde a ciaſcheduno di eſſi , ſi poſſa riguardare come un piano , del quale debba trovarſi l' inclinazione alla direzione del moto ; la quale eſſendo trovata non ſi ha che a moltiplicare la piccola area PQ*pq* per il quadrato del ſeno di queſta inclinazione, e ſommare que' prodotti , per

aver il valore della formula ff sen. φ_2 ; di cui il doppio moltiplicato per $\frac{cc}{4g}$ darà la resistenza di questa Prora , in quanto essa è contraria al moto del bastimento. *

§. 21.

Per fare queste operazioni , consideriamo una delle suddette caselle $PQpq$, come descritta sul piano della sezione MN; e ponendo l' intervallo tra questa sezione e la seguente $mn = k$, s' innalzino sopra questo piano le perpendicolari $P\pi$, e $Q\rho = k$, ed i punti π e ρ saranno nella superficie della Prora, come anche i punti P e Q; e perciò la figura quadrilatera $P\pi\rho Q$ rappresenterà una porzione della superficie della Prora , che è la stessa che si concepisce corrispondere alla piccola area Ppq nella figura precedente. Ma qui essendo le perpendicolari $P\pi$ e $Q\rho$ paralelle all' asse maggiore della carena e per conseguenza

al-

alla direzione del moto, tutto riducesi a determinare l' angolo, col quale queste linee saranno inclinate alla superficie $PpqQ$. Ora è manifesto che se gli angoli Ppq e Qqp fossero retti, gli angoli $P\pi p$ e $Q\rho q$ misurarebbero esattamente questa inclinazione. Dunque poichè noi supponiamo questi angoli pressochè retti, l' errore non sarà sensibile. Nondimeno, giacchè bisogna moltiplicare per il quadrato del seno d' inclinazione, nel caso che i due angoli $P\pi p$ e $Q\rho q$ non fossero esattamente eguali, si moltiplichi per il prodotto de' seni di questi due angoli, che essendo $\frac{P\,p}{P\pi}$ e $\frac{Q\,q}{Q\rho}$, avrassi per la casella $PQpq$ questo prodotto $\frac{PQ_{pq}\cdot P_p\cdot Q_q}{P\pi\cdot Q\rho}$: e dopo d' aver trovati in questo modo gli altri simili prodotti, si procederà, come abbiamo insegnato nell' articolo precedente. *

§. 22.

Se si volesse essere più scrupolosi in questo calcolo, giacchè può accadere che i quattro punti P, Q, π, ρ non siano nello stesso piano; si potrebbe tirare una diagonale Pρ o Qπ per aver due triangoli ciascheduno de' quali sarebbe un piano, di cui si determinerebbero facilmente le inclinazioni. Ma poichè in sì fatti casi sarebbe quasi impossibile di decidere, a quale delle due diagonali Pρ o Qπ conveniſſe di dare la preferenza, non si può sperare d' accostarsi di più alla verità, quanto servendosi della esposta regola. Per altro tutte queste precauzioni non conducono che a minuzie, alle quali non si fa attenzione nella pratica; e si può sempre contentarsi d' aver trovato a cagion d' esempio, che una data Prora soffrirà una resistenza dieci volte minore di quella che soffrirebbe la sua maggior sezione, quand'

an-

anche questa proporzione fosse in fatti come 1 : 9 $\frac{1}{2}$, o come 1 : 10 $\frac{1}{2}$.*

§. 23.

Ma quello che contribuirà di più a risparmiarci questa ricerca troppo spinosa si è, che bisogna confessar francamente, che la teoria della resistenza da noi fino ad ora esposta è ancora molto difettosa, nè si può far conto, che a un di presso de' risultati che se ne deducono. Per il primo difetto, lo abbiamo già di sopra indicato, esponendo che le semplici pressioni sostenute da una carena che si muove nell' acqua, si distruggono scambievolmente, come avviene nello stato di quiete; ma facilmente anche s' intende che ciò non può realmente accadere, quando il bastimento è in moto; poichè dovendo l' acqua ch' è dietro al bastimento, seguirlo e raggiungerlo prima di potervi esercitare la sua pressione, è evidente, che la pressione dell'

acqua nella Poppa, quand' è in moto, non sarà così forte, come s' egli fosse quieto; mentre la pressione nella Prora deve essere pressochè la stessa in ambedue i casi. Dal che ne segue evidentemente, che non essendo la pressione nella Prora equilibrata dalla pressione nella Poppa, l' effetto della resistenza deve acquistare qualche accrescimento, il quale sarà tanto più considerabile, quanto più rapido sarà il moto del bastimento; e per poco che vi si rifletta, s' intenderà, che questo aumento dipende altresì principalmente dalla figura della Poppa, la quale fino ad ora s' è interamente negletta nella ricerca della resistenza. *

§. 24.

Per questa circostanza si riconoscerà, che mal grado ad ogni pena che si volesse avere per determinare con questo metodo la vera resistenza d' un bastimento,

si ris-

ſi riſchiarebbe ſempre d' allontanarſi conſiderabilmente dalla verità. Laonde per iſchivare que' nojoſiſſimi calcoli ſarà ſenza dubbio miglior partito il cercare una formula baſtanza ſemplice, per cui mezzo ſi poſſa in ogni caſo determinare a un di preſſo la reſiſtenza d' un baſtimento. A tal effetto ſupponendo la reſiſtenza della ſezione maggiore della carena (*Fig.* 7.), come ſopra = R, ſia la mezza lunghezza della carena, ovvero la diſtanza della Prora da queſta ſezione AF = a, e la ſua mezza larghezza FM = b, alla quale è preſſochè eguale la profondità. Ora ſe la Prora foſſe un paralellepipedo, la reſiſtenza ſarebbe = R, ma ſe eſſa foſſe un cono o piramide terminata in A, la reſiſtenza ſarebbe come ſopra

$$R. \frac{FM^2}{AM^2} = \frac{bb}{aa + bb} . R.$$

Ma egli è manifeſto che tutte le figure

delle carene, che ſono in uſo, tengono un certo mezzo tra queſti due caſi eſtremi, di modo che ſupponendo la reſiſtenza attuale d' una tal Prora $= n.R$, la lettera n indicherà una frazione media tra l' unità e la frazione $\frac{bb}{aa+bb}$. Si tratta dunque d' aſſegnare queſto giuſto mezzo. Avendo conſultato ſopra ciò alcune ſperienze fatte ſu delle navi di linea, pare che ſi avvicini di molto il vero, prendendo per n il mezzo armonico tra 1 e $\frac{bb}{aa+bb}$ che è $= \frac{2bb}{aa+2bb}$, e che ſi poſſa ſempre far uſo di queſta formula, a meno che la figura della Prora non s' allontani molto notabilmente dalla figura ordinaria delle navi di linea. Ed anche in queſto caſo non ſarà difficile il giudicare, a quale de' noſtri due limiti converrà accoſtare il valore della reſiſtenza.*

§. 25.

§. 25.

Stabilendo dunque queſta formula $\frac{2bb}{aa+2bb} \cdot R$, per indicare la reſiſtenza de' baſtimenti, ſcorgeſi, che eſſa dipende unicamente dalla proporzione tra la lunghezza e la larghezza della carena, delle quali dimenſioni le metà ſono ſegnate con le lettere a e b, mentre la lettera R indica ſempre la reſiſtenza della ſezion maggiore della carena, poſto che eſſa ſi moveſſe direttamente nell' acqua. Sarà dunque molto a propoſito d' aggiungere qui una piccola tavola, che moſtri per ciaſcheduna data ragione tra la larghezza e la lunghezza d' una carena, il valore della formula $\frac{2bb}{aa+2bb} \cdot R$, ovvero il vero valore della reſiſtenza.

Ragione $a : b$	Reſiſtenza
$2 : 1$	$\frac{1}{3}$. R
$2\frac{1}{2} : 1$	$\frac{8}{33}$. R, o preſſo a poco $\frac{1}{4}$ R
$3 : 1$	$\frac{2}{11}$. R
$3\frac{1}{2} : 1$	$\frac{8}{57}$. R, o preſſo a poco $\frac{1}{7}$ R
$4 : 1$	$\frac{1}{9}$. R
$4\frac{1}{2} : 1$	$\frac{8}{89}$. R, o preſſo a poco $\frac{1}{11}$ R
$5 : 1$	$\frac{2}{27}$. R
$5\frac{1}{2} : 1$	$\frac{8}{129}$. R, o preſſo a poco $\frac{1}{16}$ R
$6 : 1$	$\frac{1}{19}$. R
$6\frac{1}{2} : 1$	$\frac{8}{177}$. R, o preſſo a poco $\frac{1}{22}$ R
$7 : 1$	$\frac{2}{51}$. R.

CA-

CAP. IV.

Della reſiſtenza de' baſtimenti nel corſo obbliquo e della deviazione in generale.

§. 26.

QUando i baſtimenti ſono ſpinti dal vento, egli è ſpeſſe volte impoſſibile che abbiano un corſo diretto, ma ſono forzati di ſcorrere per una direzione più o meno differente da quella del loro aſſe maggiore: in tal caſo l' angolo che fa la direzione del corſo, o ſia *la rota* del baſtimento col ſuo aſſe maggiore, ſi chiama la *deviazione*. Non entraremo per anche nell' eſame delle circoſtanze, che obbligano a tenere una *rota* obbliqua, e ſupporremo ſoltanto, che un baſtimento ſi muova di fatto ſecondo una tal obbliqua direzione con una data velocità, ed in queſta ſuppoſizione procuraremo di de-

ter-

terminare la reſiſtenza che il baſtimento ſoffrirà nell' acqua. E' chiaro che in queſto caſo la media direzione di tutti gli sforzi, che l' acqua eſercita nella ſuperficie della carena, non caderà più nel piano diametrale del baſtimento; ma che ne ſarà più o meno lontana verſo l' uno o l' altro lato, in oltre ch' eſſa non ſarà ſempre orizzontale, ma inclinata all' orizzonte. Speſſe volte ancora non è poſſibile di ridurre tutte le preſſioni elementari ad una ſola forza, che operi ſecondo una certa direzione: ſi poſſono però ſempre ridurre a tre forze, le direzioni delle quali ſiano paralelle ai tre aſſi principali del baſtimento che ſono 1.° l' aſſe orizzontale tirato ſecondo la lunghezza, 2.° l' aſſe orizzontale ſecondo la larghezza, e 3.° l' aſſe verticale, i quali ſi ſegano ſcambievolmente nel centro di gravità del baſtimento.

§. 27.

§. 27.

Ma poichè la conſiderazione di queſte tre forze in generale ſarebbe aſtratta, e non ci ſomminiſtrarebbe alcuna cognizione luminoſa, cominciaremo le noſtre ricerche ſopra ciò da un caſo ſempliciſſimo, e che non può aver luogo nella pratica, ma che non pertanto ci darà dell' idee molto chiare ed eſatte ſull' argomento, di cui abbiamo a trattare. Daremo alla carena la figura d' un paralellepipedo rettangolo (*Fig.* 10.), nel quale AB indica l' aſſe maggiore della carena, CD l' aſſe minore, FE l' aſſe verticale, ed anche la profondità del baſtimento, ſicchè tutte le ſezioni perpendicolari a ciaſcheduno di queſti tre aſſi ſaranno de' paralellogrami rettangoli, e poichè le faccie, che urtano contro l' acqua ſono verticali, tutti gli ſforzi della reſiſtenza agiranno per direzioni orizzontali, e non ne riſulterà alcuna che

ſia

ſia verticale. In oltre poichè la direzione del corſo è ſempre orizzontale, qualunque angolo eſſa faccia coll' aſſe maggiore AB, tutte le ſezioni orizzontali di queſta carena ſoffriranno gli ſteſſi ſforzi dall' acqua; il che ci dà il comodo di conſiderare la ſola ſezione fatta a fior d' acqua ACBD, ed in tutte le corſe obblique ſoltanto i due lati di queſto paralellogramo, che ſono battuti dall' acqua. Ora trovati che ſiano gli ſforzi, che l' uno e l' altro di queſti due lati ſoſtengono, baſterà moltiplicarli per la profondità della carena FE, onde avere la reſiſtenza intiera, che queſta carena ſoffrirà dall' acqua.

§. 28.

Sia dunque (*Fig.* 11.) il paralellogramo rettangolo ACBD la ſezione orizzontale del baſtimento fatta a fior d' acqua, la linea AB ſia l' aſſe maggiore, CD l' aſſe minore, e ſi nomini per brevità il

mez-

mezzo asse maggiore AF = a, ed il mezzo asse minore CF = b. Sia FX la direzione obbliqua della corsa, che coll' asse maggiore AB faccia l' angolo AFX, che è quello che si nomina l' angolo di deviazione del bastimento, e si dica = φ. E' manifesto che la faccia aAa sarà battuta dall' acqua secondo l' angolo A$\varkappa$F, o pure $a\varkappa$X = 90° — φ, il seno del quale è = cos. φ. Laonde la forza dell' acqua sarà rappresentata da $2b$. cos. φ^2. (poichè in fatti bisognarebbe moltiplicar questa formula per la profondità della carena, ed in oltre per $\frac{cc}{4g}$: indicandosi con la lettera c la velocità del bastimento nella direzione FX, e perciò in seguito conviene sempre sottintendere questa doppia moltiplicazione). Nello stesso modo tirando la retta Cc paralella a F$\varkappa$, si scorge che la faccia aCb = $2a$ sarà battuta dall' acqua secondo l' angolo aCc = φ, laonde

la

la forza sarà $= 2a$. sen. φ_2. L' una e l' altra di queste forze opera perpendicolarmente nella faccia che ne è battuta, e passa per lo mezzo dell' una e dell' altra. Dunque la prima di queste forze $2b$. cos. φ^2 spingerà per la direzione AF, che rappresentaremo con la linea Fr, appunto come se fosse applicata al centro di gravità F: parimente la linea $Fs = 2a$. sen. φ^2 rappresenterà la forza, da cui è battuta la faccia aCb: compiendo adunque il piccolo rettangolo $Frys$, la diagonale Fy rappresenterà la forza di resistenza, che il bastimento soffre in questo corso. Dunque questa forza intiera sarà

$y = \sqrt{(4\,bb \text{ cos. } \varphi^4 + 4\,aa \text{. sen. } \varphi^4)}$, e la sua obbliquità relativamente all' asse maggiore AB sarà l' angolo BFy, del quale la tangente è $\frac{ry}{Fr} = \frac{a \text{. sen. } \varphi^2}{b \text{. cos. } \varphi^2}$.

§. 29.

§. 29.

Determinata queſta forza egli è evidente che per mantenere il baſtimento nel corſo che ſupponiamo ſecondo la direzione FX, biſogna ſpingerlo con una forza direttamente contraria a quella della reſiſtenza. Si prolunghi adunque la diagonale *y* F verſo Y, e queſta linea FY darà la direzione della forza, con cui il baſtimento deve eſſere ſpinto, affinchè ſegua la via propoſta FX. Ed avendo dimoſtrato che la tangente dell' angolo AFY è $= \frac{a.\text{ſen.}\varphi^2}{b.\text{coſ.}\varphi^2}$, ſappiamo già la relazione tra l' obbliquità della corſa FX, e della forza ſpingente FY, la quale è indipendente dalla velocità ſteſſa *c* del baſtimento. Per avere poi la forza, che richiedeſi per conſervare il baſtimento in queſto moto, baſta moltiplicare la formula trovata $\surd(4aa.\text{ſen.}\varphi^4 + 4bb.\text{coſ.}\varphi^4)$ tanto per la profondità del-

la carena quanto per $\frac{cc}{4g}$; risovvenendosi che c indica lo spazio percorso dal bastimento in un minuto secondo, e g è l' altezza percorsa in un secondo da un grave liberamente cadente, che può computarsi di 16 piedi di Londra. Oltre a ciò non bisogna dimenticarsi che noi esponiamo questa forza col peso d' una massa d' acqua, il di cui volume sia eguale alla formula che gli assegniamo.*

§. 30.

Ciò che qui merita di più la nostra attenzione, è la relazione che si trova tra gli angoli AFX e AFY, o pure tra l' obbliquità della corsa o deviazione, che qui nominasi $= \varphi$, e l' obbliquità della forza spingente che nominaremo AFY $= \psi$, sicchè Tang. $\psi = \frac{a \cdot \text{sen. } \varphi^2}{b \cdot \text{cos. } \varphi^2}$ o pure $\frac{a}{b}$. Tang. φ^2 = Tang. ψ. Onde nasce che sapendosi la relazione delle lettere a, b, è facile

di

di trovare tanto per gli angoli φ, gli angoli ψ che vi corrispondono; quanto reciprocamente per tutti gli angoli ψ i relativi angoli φ. Avendosi per quest' ultimo caso Tang. $\varphi = \sqrt{(\frac{b}{a}}$ Tang. $\psi)$, ed essendo la quantità a ordinariamente molto maggiore della b, l' obbliquità della forza spingente AFY supera per lo più di molto la deviazione o l' angolo AFX. Nondimeno rilevasi apertamente dalla nostra formula, che queste due obbliquità diventano eguali tra di loro nel caso, in cui si prende Tang. $\varphi = \frac{b}{a}$; poichè allora s' avrà altresì Tang. $\psi = \frac{b}{a}$; onde è evidente, che se la deviazione fosse ancora minore, minore altresì diverrebbe l' altra obbliquità ψ; ma tosto che Tang. $\varphi > \frac{b}{a}$, diverrà altresì $\psi > \varphi$. Per dare a ciò maggior evidenza, s' assuma un angolo α tale che Tang. $\alpha = \frac{b}{a}$, e s' avrà

Tang. φ^2 = Tang. α. Tang. ψ; vale a dire i tre angoli α, φ, ψ anno sempre tra di loro tale relazione, che le loro tangenti sono in proporzione geometrica; cioè Tang. φ è media proporzionale tra Tang. α e Tang. ψ.

§. 31.

Essendosi già avvertito, che le due obbliquità φ e ψ diventano eguali tra di loro nel caso che $\varphi = \alpha$, dal che risulta anche $\psi = \alpha$; è evidente che tale eguaglianza deve anche verificarsi tanto se $\varphi = 0$, quanto se $\varphi = 90°$. Poichè nel primo caso la corsa del bastimento sarebbe diretta, e nell' altro il bastimento si moverebbe secondo la direzione dell' asse minore FC, che si potrà considerare come diretta. Poichè dunque in questi tre casi 1.° $\varphi = 0$, 2.° $\varphi = \alpha$ e 3.° $\varphi = 90°$, si ha $\psi = \varphi$, ed in tutti gli altri casi que' due angoli φ e ψ sono differenti tra di lo-

loro, si dimanderà senza dubbio, in qual caso la differenza di que' due angoli diverrà la massima, o pure quando l' angolo XFY sarà il massimo? Facendo per tanto questa ricerca secondo le regole dell' analisi, si trova che questo caso accaderà, quando il seno del doppio angolo 2ψ è eguale alla metà del seno del doppio angolo 2φ, o pure quando sen. $2\psi = \frac{1}{2}$ sen. 2φ. Ma lo sviluppo di questa ricerca dipende dal scioglimento d' un' equazione del quarto grado, che è Tang.φ^4 $-$ 2Tang.α. Tang.φ^3 $-$ 2.Tang.α. Tang.φ $+$ Tang.$\alpha^2 = 0$, della quale non saprebbesi assegnar le radici che per approssimazione; di modo che il scioglimento di tale questione che pare a prima vista assai facile, esige per ciaschedun valore di α de' calcoli assai imbarazzanti.

§. 32.

Ma siccome tutto ciò che abbiamo fin

ora detto si deduce da un' ipotesi, che non ha luogo nella pratica, potrà forse sembrare strano, che vi si trattenghiamo così lungamente. Nondimeno dimostraremo tra poco, che la considerazione di questo caso ci può condurre a delle conclusioni molto generali, e che si possono applicare a quasi tutti i bastimenti. Basta legare con le lettere *a* e *b* che indicano i due semiassi della nostra figura dell' altre nozioni, che loro possono egualmente convenire. Poichè se la figura che consideriamo corresse direttamente secondo l' asse maggiore BA, la resistenza sarebbe $2b$; o pure se la stessa figura corresse secondo il suo asse minore, la resistenza sarebbe $= 2a$: dal che si può conchiudere, che le nostre formule si potranno applicare a tutti i bastimenti, purchè in vece di $2b$ si metta la resistenza, che il bastimento soffrirebbe nel suo corso diretto,

to, che nominaremo = P, ed in vece di $2a$ quella che lo ſteſſo baſtimento ſoffrirebbe, ſe correſſe con la ſteſſa velocità ſecondo la direzione del ſuo aſſe minore, la qual reſiſtenza indicaremo con la lettera Q. Laonde per un baſtimento qualunque baſta ſcrivere in vece delle lettere $2b$ e $2a$, le reſiſtenze P e Q: e la proporzione trovata tra le due obbliquità φ e ψ, avrà ancora luogo, di modo che Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$. Tang. φ^2. Per poco che ſi rifletta, s' intenderà facilmente, che le lettere a e b non ſono entrate nelle formule ſopra addotte, ſe non in quanto eſprimono le due reſiſtenze, delle quali abbiamo ragionato. Per conſeguenza anche la ſteſſa forza ſecondo la direzione FY, che richiedeſi per mantenere il baſtimento nella ſua via FX, ſarà $= \sqrt{(P^2 . \text{ſen.}\varphi^4 + Q^2 . \text{coſ.}\varphi^4)}$, e queſte formule non poſſono quaſi mai ſcoſtarſi dal vero: o al-

meno non si scostano considerabilmente. Questa riflessione ci dà l' argomento per il capo seguente.*

CAP. V.

Sulla relazione tra l' obbliquità del cammino d' un bastimento e della forza spingente.

§. 33.

DOpo queste ricerche sulla relazione de' due angoli φ e ψ, consideriamo un bastimento qualsivoglia, nel quale i tre assi principali della carena siano (*Fig.* 12.) l' asse maggiore AB $= a$, l' asse minore CD $= b$, e la profondità FE $= e$; e vediamo come la relazione, di cui qui si tratta, possa esser espressa unicamente per le tre dimensioni della carena a, b, e. Determiniamo primieramen-

mente co' principj ſopra ſtabiliti la reſiſtenza, che il baſtimento provarebbe nel ſuo corſo diretto ſecondo la lunghezza BA. A queſto fine biſogna aver riguardo alla ſua maggior ſezione traverſale CED, di cui la baſe eſſendo CD = b, e l' altezza FE = e, la ſua area ſarà contenuta tra i limiti be ed $\frac{1}{2}be$, che noi per conſeguenza ſupporremo = $\frac{3}{4}be$. Si vedrà tra poco, che un piccolo errore in queſto mezzo non è d' alcuna conſeguenza. Ora queſta ſteſſa area $\frac{3}{4}be$ eſprimerà la reſiſtenza, ch' eſſa ſoffrirebbe direttamente nell' acqua, ſottintendendovi ſempre la moltiplica per $\frac{cc}{48}$. Queſto ſarà dunque il valore della lettera R, che abbiamo impiegata nel Cap. III. per determinare la reſiſtenza nel corſo diretto. Quindi poichè la ragione $a : b$ è la ſteſſa; che abbiamo indicata con le ſteſſe let-

te-

tere, la resistenza che il bastimento soffrirà nel suo corso diretto sarà $= \frac{2bb}{aa+bb} \cdot \frac{3}{4} be$: questa dunque è la medesima quantità, che abbiamo indicata con la lettera P verso il fine del cap. precedente, sicchè $P = \frac{2bb}{aa+2bb} \cdot \frac{3}{4} be$. *

§. 34.

Immaginiamoci ora, che il medesimo bastimento corra con la stessa velocità c, secondo la direzione del suo asse minore CD, e s' intende subito ch' egli proverà una resistenza enorme. Per trovarla consideriamo la sezion diametrale della carena AEB, come se essa urtasse direttamente contro l' acqua. E poichè l' area di questa sezione è parimenti contenuta tra i limiti ae ed $\frac{1}{2} ae$, la supporremo $= \frac{3}{4} ae$, che ci esprimerà nella stessa maniera la resistenza di questa sezione; ed è facile da vedersi, che la curvatura del basti-

men-

mento non iſminuirà conſiderabilmente queſta reſiſtenza ; poichè in fatti ſe conſideriamo qui b come l' aſſe maggiore ed a come il minore, la noſtra regola ci darà in tal caſo la reſiſtenza $= \frac{2aa}{2aa+bb} \cdot \frac{3}{4} ae$, cioè preciſamente il valore ſopra indicato con la lettera Q. Quindi deduceſi la frazione $\frac{Q}{P} = \frac{a_3}{b_3} \cdot \frac{(aa+2bb)}{(2aa+bb)}$, nella quale tanto la profondità e, quanto il coefficiente $\frac{3}{4}$ ſono ſvaniti dal calcolo. Dunque ſe a è molte volte maggiore di b, e perciò ſe aa è molti ſſimo maggiore di bb, queſta frazione riduceſi preſſo poco ad $\frac{a_3}{2b_3}$, e ſiccome non è da pretenderſi maggior preciſione, così potremo con ſicurezza ſervirci di queſt' ultima formula.*

§. 35.

Ciò poſto riuſcirà faciliſſimo di conſeguire l' oggetto che abbiamo in viſta: poichè

ſup-

ſuppongaſi, che il baſtimento ſcorra obbliquamente ſecondo la direzione FX, e che per mantenerlo in queſto corſo biſogni ſpingerlo per la direzione FY; nominando l'angolo della prima obbliquità FX o pure la deviazione del baſtimento AFX $= \varphi$, e l'obbliquità della forza ſpingente FY, cioè l'angolo AFY $= \psi$, avremo la ſeguente equazione per conoſcere la relazione tra queſti due angoli, Tang. $\psi = \frac{a3}{2b3}$. Tang. φ^2, dalla quale ſi dedurrà facilmente l'angolo ψ dato l'altro φ. E ſe foſſe dato l'angolo ψ, per aver l'altro φ biſognarebbe riſolvere la ſeguente equazione Tang. $\varphi = \sqrt{\frac{2b3}{a3}}$. Tang. ψ

Non ſarà nè meno difficile di calcolar delle tavole per ogni ſpecie di baſtimento, ed un piccolo numero di sì fatte tavole potrà baſtare, poichè in quaſi tutti li baſtimenti la proporzione tra la lunghezza

a e la larghezza b è compresa tra i limiti $3 : 1$ e $6 : 1$, di modo che i casi seguenti della ragione $a : b$, cioè $3 : 1$; $3\frac{1}{2} : 1$; $4 : 1$; $4\frac{1}{2} : 1$; $5 : 1$; $5\frac{1}{2} : 1$; $6 : 1$ daranno tutti i rischiaramenti che si possono desiderare. In oltre siccome la deviazione φ non può mai sorpassare li 20, o 30 gradi e basta calcolare queste tavole di cinque in cinque gradi, così esse si ridurranno ad un piccolo numero di termini. *

Prima Specie in cui $AB = 3CD$		Seconda Specie in cui $AB = 3\frac{1}{2} CD$	
AFX	AFY	AFX	AFY
5°	5° 54′	5°	9° 19′
10	22 46	10	33 41
15	44 16	15	56 59
20	60 47	20	70 36
25	71 11	25	77 54
30	77 28	30	82 2
35	81 24	35	84 34

Ter-

Terza Specie in cui AB = 4 CD		Quarta Specie in cui AB = $4\frac{1}{2}$ CD	
AFX	AFY	AFX	AFY
5°	13° 46′	5°	19° 14′
10	44 51	10	54 47
15	66 29	15	78 1
20	76 44	20	80 36
25	81 49	25	84 14
30	84 39	30	86 14
35	86 21	35	87 27

Quinta Specie in cui AB = 5 CD		Sesta Specie in cui AB = $5\frac{1}{2}$ CD	
AFX	AFY	AFX	AFY
5°	25° 34′	5°	32° 29′
10	62 46	10	68 51
15	77 26	15	80 30
20	83 7	20	84 49
25	85 47	25	86 50
30	87 15	30	87 56
35	88 8	35	88 36

Set-

Settima Specie
in cui AB = 6 CD

AFX	AFY
5°	39° 35′
10	73 25
15	82 39
20	86 1
25	87 34
30	88 25
35	88 55

§. 36.

Ancorchè queſte Tavole ſiano propriamente deſtinate a dedurre l' obbliquità della forza ſpingente AFY per ciaſcheduna ſpecie di baſtimenti, data la deviazione o l' angolo AFX; ſi può non pertanto ſervirſene anche reciprocamente per trovare la deviazione AFX data l' obbliquità AFY. Così a cagion d' eſempio, ſe nella quinta ſpecie, in cui AB = 5 DC, l' obbliquità della forza ſpingente foſſe AFY = 62°, la deviazione o l' angolo AFX ſareb-

rebbe allora proſſimamente = 10°. Ma poichè gli angoli AFY s' accreſcono ſaltando per intervalli troppo grandi, e ſarebbe difficile d' applicarvi un' eſatta interpolazione; quindi, incontrandoſi nella pratica ſpeſſe volte tal queſtione, ſarà neceſſario di calcolare ancora una tavola che ci additi per ciaſcheduna ſpecie di baſtimenti, e per ogni angolo AFY il vero valore della deviazione AFX. Per ottener ciò baſterà far creſcere gli angoli AFY di dieci in dieci gradi fino a 60°, e di là fino agli 80° di cinque in cinque gradi; finalmente dagli 80° agli 85° per gradi, giacchè ſarebbe inutile d' aſcendere ſopra gli 85°. Per calcolare queſta tavola biſognerà ſervirſi della ſeguente formula Tang. $\varphi = \sqrt{(\frac{2b3}{a3}}$. tang. $\psi)$, ſicchè log. tang. $\varphi = \frac{1}{2}$ log. tang. $\psi - \frac{1}{2}$ log. $\frac{a3}{2b3}$.

Avrà dunque queſta Tavola la forma ſeguente.

Ta-

Tavola per conoscere la deviazione de' bastimenti d' ogni specie, data l' obbliquità AFY della forza spingente.

Lunghezza del bastimento AB

l' angolo AFY	3. CD		$3\frac{1}{2}$ CD		4. CD		$4\frac{1}{2}$ CD	
10°	6°	31′	5°	11′	4°	14′	3°	33′
20	9	19	7	25	6	5	5	7
30	11	41	9	19	7	39	6	25
40	14	1	11	11	9	12	7	44
50	16	33	13	16	10	55	9	11
60	19	43	15	52	13	6	11	3
65	21	43	17	31	14	29	12	15
70	24	17	19	42	16	20	13	48
75	27	44	22	39	18	51	15	56
80	32	57	27	13	22	50	19	26
81	34	22	28	29	23	57	20	25
82	35	59	29	57	25	15	21	34
83	37	49	31	38	26	45	22	54
84	40	1	33	40	28	37	24	33
85	42	37	36	9	30	52	26	36

Continuazione della Tavola.

Lunghezza del baſtimento AB

l' angolo AFY	5. CD	$5\frac{1}{2}$ CD	6. CD
10°	3° 2′	2° 38′	2° 19′
20	4 22	3 47	3 19
30	5 29	4 45	4 11
40	6 37	5 44	5 3
50	7 52	6 49	5 59
60	9 27	8 13	7 13
65	10 31	9 7	8 1
70	11 50	10 18	9 4
75	13 44	11 57	10 32
80	16 46	14 38	12 55
81	17 38	15 24	13 36
82	18 39	16 18	14 24
83	19 50	17 22	15 21
84	21 19	18 41	16 32
85	23 9	20 20	18 1

§. 37.

Ora con la ſcorta di queſta tavola ſarà facile riſolvere la queſtione di cui abbiamo fatta parola, dove trattavaſi d' aſſegnare per ciaſcheduna ſpecie di baſti-

men-

menti le due obbliquità o angoli AFX ed AFY, in modo che la loro differenza o l' angolo XFY diveniſſe il maſſimo. Lo ſcioglimento di queſto problema è di ſomma importanza nell' arte de' piloti, per ſaper profittare di tutti i venti, ſiccome più diſtintamente ſi dimoſtrerà nella parte ſeguente. Intanto riferiremo qui per ciaſcheduna ſpecie di baſtimenti i due angoli AFX ed AFY, de' quali la differenza è maſſima, come ſi vedrà nella ſeguente tavola.

Specie di baſtimenti	l' angolo AFX	l' angolo AFY	loro differenza XFY
AB = 3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB = 3½ CD	26 4	78 56	52 52
AB = 4 CD	23 45	80 6	56 21
AB = 4½ CD	20 0	80 36	60 36
AB = 5 CD	18 27	81 53	63 26
AB = 5½ CD	16 18	82 6	65 48
AB = 6 CD	15 4	82 50	67 46

§. 38.

Sino ad ora abbiamo atteſo ſoltanto alla direzione della forza ſpingente; ma i principj dai quali l' abbiamo dedotta, ſomminiſtrano anche la miſura di forza che richiedeſi per imprimere al baſtimento la data velocità c. Poichè abbiamo trovata al §. 32. queſta formula $\sqrt{(P.^2 \text{ cof. } \varphi^4 + Q^2 . \text{ fen. } \varphi^4)}$; e ſi deve avvertire che s' aveva l' equazione $\text{Tang. } \psi = \frac{Q}{P} . \text{ Tang. } \varphi^2$, dalla quale ſi deduce $P = Q. \frac{\text{tang. } \varphi^2}{\text{tang. } \psi}$, e $P \text{ cof. } \varphi^2 = \frac{Q. \text{ fen. } \varphi^2}{\text{tang. } \psi}$: ſicchè per la forza riſulta queſta formula $\frac{Q. \text{ fen. } \varphi^2}{\text{fen. } \psi}$.

Ma ſi trovò al §. 34. $Q = \frac{3}{4} ae . \frac{2aa}{2aa+bb}$, dunque poichè ſi deve moltiplicare queſta formula anche per $\frac{cc}{4g}$, la vera forza ſpingente nel caſo noſtro ſarà $\frac{cc}{4g} . \frac{3}{4} ae . \frac{2aa}{2aa+bb} . \frac{\text{fen. } \varphi_2}{\text{fen. } \psi}$. Ovvero perchè

ſi può

si può senza conseguenza trascurare *bb* in confronto di 2 *aa*, la forza ricercata sarà semplicemente $\frac{cc}{4g} \cdot \frac{3}{4} ae \cdot \frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \psi}$ espressa da un egual volume d' acqua. Laonde reciprocamente, se la forza spingente fosse data $= F$, si determinarebbe facilmente la velocità che per essa concepirebbe il bastimento, per mezzo di questa equazione $\frac{cc}{4g} = \frac{4F}{3ae} \cdot \frac{\text{sen. } \psi}{\text{sen. } \varphi^2}$, ed in questo modo si verrebbe anche a tener conto della grandezza della forza spingente. Per quello poi che riguarda il luogo dove si deve applicare questa forza, ne intraprenderemo la ricerca nel capo seguente.

§. 39.

Ma prima di por termine a questo capo, notaremo un paradosso singolare su la formula $\sqrt{(P^2 \cos. \varphi^4 + Q^2 . \text{sen.} \varphi^4)}$ che esprime la forza di resistenza, e che di-

venta = P, quando $\varphi = 0$, e = Q, se $\varphi = 90°$. Il primo di questi casi ha luogo, quando il bastimento scorre nella direzione dell' asse maggiore BA, e l' altro quando scorre nella direzione dell' asse minore CD; onde pare che essendo Q sempre maggiore di P, la minima resistenza dovrebbe trovarsi nel corso diretto, nel quale la deviazione φ svanisce. Ma egli è certo, che la resistenza diventa minore in una certa deviazione, che si trova prendendo Tang. $\varphi = \frac{P}{Q}$, e che sarà per conseguenza minima. Poichè allora s' avrà sen. $\varphi = \frac{P}{\sqrt{PP+QQ}}$, e cos. $\varphi = \frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$

è perciò PP cos. $\varphi^4 = \frac{PPQ^4}{PP+QQ^2}$

e QQ. sen. $\varphi^4 = \frac{QQP^4}{PP+QQ^2}$; adunque

PP cos. φ^4 + QQ. sen. $\varphi^4 = \frac{PPQ^4+QQP^4}{PP+QQ^2} = \frac{PPQQ}{PP+QQ}$,

di

di cui la radice quadrata dà la resistenza $= \frac{PQ}{\sqrt{PP+QQ}}$ che è minore di P, perchè $\frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$ è minore dell' unità. Ecco per tanto il grande paradosso: dando al bastimento una piccola deviazione φ, tale che tang $\varphi = \frac{P}{Q}$, la resistenza si trova minore di quella che si ha nel corso diretto. Quest' è precisamente il caso, che noi abbiamo di sopra avvertito, nel quale svanisce l' angolo XFY, di modo che la resistenza è qui direttamente contraria alla direzione del moto FX.

CAP. VI.

Sul luogo al quale s' applica la forza ſpingente.

§. 40.

NEl modo col quale abbiamo cominciata queſta ricerca, conſiderando la carena come un paralellogramo rettangolo, ſi trovò la forza di reſiſtenza applicata al centro ſteſſo della carena F (*Fig.* 11.); e quando abbiamo in ſeguito fatta generale queſta ipoteſi, le concluſioni che ne abbiamo dedotte, non riguardarono ſe non che la quantità della reſiſtenza F*y*, e la ſua obbliquità, ovvero l' angolo *r*F*y* che la direzione della corſa fa coll' aſſe maggiore AB del baſtimento. Ma grande ſarebbe l' inganno, ſe ſi voleſſe eſtendere queſta generale deduzione per ſino al luogo dell' applicazione. Per

di-

dimoſtrare ciò chiaramente, ſi ſupponga (*Fig.* 13.) che la figura della carena ſia un rombo ACBD, il ſuo aſſe maggiore ſia AB ed il minore CD, la direzione del corſo FX, ſicchè la deviazione AFX ſia minore dell' angolo ABC; poichè per una parte abbiamo già veduto che le deviazioni non diventano mai molto conſiderabili, e dall' altra poi per il noſtro oggetto baſta trovare eſattamente il luogo dell' applicazione delle forze per le piccole deviazioni. Ciò poſto è chiaro che il baſtimento non ſarà battuto dall' acqua che nelle due faccie anteriori AC ed AD, e poichè l' obbliquità dell' incidenza è da per tutto la ſteſſa ſopra ambedue, la mezzana direzione della forza dell' acqua paſſerà per i punti M ed N, ne' quali queſti lati reſtano diviſi in due parti eguali; e ſiccome queſte forze ſono perpendicolari alle ſuddette faccie, ſi tirino

le

le perpendicolari MQ ed NQ, che si segheranno sull' asse maggiore in Q, e perciò la direzione mezzana di queste due forze, che è la medesima di quella della resistenza, passerà indubitatamente per il punto Q.

§. 41.

In tal caso adunque non v' è dubbio che la direzione della forza spingente QY non passi per questo stesso punto Q, o pure che la forza che si richiede per mantenere il bastimento nel suo moto obbliquo, non debba esser applicata al punto Q, o piuttosto ad un altro punto elevato perpendicolarmente sopra il punto Q: giacchè qui noi ci limitiamo a cercare l' intervallo dal mezzo del bastimento F, dove si deve applicar questa forza, nè investighiamo per anche la sua altezza verticale, il che dipende da particolari circostanze che svolgeremo in seguito. Ora per

de-

determinare il punto Q, tiriamo al lato AC la perpendicolare CK, ed è chiaro che il punto Q si troverà nel mezzo dell' intervallo AK. Avendo dunque questa proporzione AF : FC : : FC : FK, sarà $FK = \frac{FC^2}{AF}$, e perciò $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$, la di cui metà dà $AQ = \frac{1}{2} AF + \frac{CF^2}{2AF}$. Quindi deducesi l' intervallo $FQ = \frac{1}{2} AF - \frac{CF^2}{2AF}$. Dunque dinanzi al centro della carena F verso A in Q deve esser applicata la forza spingente, ed introducendo nella formula l' intera larghezza $CD = b$, e l' intera lunghezza $AB = a$, s' avrà l' intervallo $FQ = \frac{1}{4} a - \frac{bb}{4a}$. *

§. 42.

Paragoniamo ora insieme le due figure, che abbiamo date alla carena: la prima d' un paralellogramo rettangolo ci aveva da-

dato l' intervallo $FQ = o$, mentre quella d' un rombo ci dà $FQ = \frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$: dal che conchiudiamo, che essendo tutte le figure di carene egualmente lontane da queste due figure estreme che si possono riguardar come limiti per tutti i bastimenti in generale, l' intervallo FQ terrà un certo mezzo tra que' due valori o ed $\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$. Quindi conchiudiamo, che non c' ingannaremo punto stabilindo generalmente questo intervallo $FQ = \frac{a}{8} - \frac{bb}{8a}$, e sebbene possa accadere, ch' egli divenga talvolta un poco più grande e tal altra un poco più piccolo, questa differenza però sarà quasi sempre insensibile, e si potrà trascurare nella pratica.

§. 43.

Determinato per questo modo l' intervallo FQ, poichè la forza spingente nelle corse obblique deve esser applicata so-

pra

pra il punto Q, ſi vede che in queſto punto Q deve eſſer collocato l'albero principale del baſtimento, ovvero quello che ſi potrebbe riguardare come equivalente a tutti gli alberi preſi inſieme; per la qual coſa l' eſatta determinazione di queſto punto deve eſſere di tanto maggior rilievo. E' dunque neceſſario che l' albero principale ſia più vicino alla Prora A di quello che alla Poppa B, ed i coſtruttori ſono molto ſcrupoloſi ſul giuſto luogo di queſto punto Q, ovvero ſulla proporzione tra le diſtanze AQ e BQ, ch' eſſi ſtabiliſcono generalmente come 2 : 3; il che s' accorda molto bene con le noſtre determinazioni, poichè avendoſi $AQ = \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a}$, e $BQ = \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a}$, la proporzione tra AQ e BQ diventa $3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$, che ſarebbe eguale alla ragione di 2 : 3, ſe foſſe $\frac{bb}{aa} = \frac{1}{5}$. Ma biſogna altresì conſiderare, che la noſtra

ſtra ſuppoſizione, per cui abbiamo aſſegnato all' intervallo FQ il valore del mezzo aritmetico tra i due limiti, potrebbe allontanarſi un poco dal vero. Pare anche probabile, che le reali figure de' baſtimenti s' avvicinino più ad un rettangolo di quello che ad un rombo, e ſe ſupponeſſimo $FQ = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a} \right)$ ſi trovarebbe $AQ = \frac{2}{5} a + \frac{bb}{10aa}$ e $BQ = \frac{3}{5} a - \frac{bb}{10aa}$, ne' quali valori traſcurando il minimo termine $\frac{1}{10} \cdot \frac{bb}{aa}$, la proporzione ſarà eſattamente come 2 : 3. Queſta così bella armonia baſta tanto per riſchiarare, quanto per confermare il metodo del quale ci ſiamo ſerviti. *

§. 44.

Vediamo ora quello che avverrebbe, ſe non ſi applicaſſe la forza ſpingente al ſuo giuſto luogo; e primieramente per quello che riguarda il moto progreſſivo d'

un

un baſtimento, è certo che la reſiſtenza produrrebbe ſempre lo ſteſſo effetto, ovunque foſſe applicata la forza con la ſteſſa direzione, e perciò anche una forza contraria ne diſtruggerebbe l' effetto, ovunque ella foſſe applicata, ſicchè rapporto al moto progreſſivo, il luogo dell' applicazione è aſſolutamente indifferente. Ma non è poi lo ſteſſo dell' inclinazione del baſtimento, la quale dipende dal momento della forza di reſiſtenza eſercitata relativamente a qualche aſſe orizzontale tirato per il centro di gravità del baſtimento; e perciò ſebbene la forza contraria foſſe eguale alla reſiſtenza, potrebbe nondimeno avvenire che l' inclinazione cagionata dalla reſiſtenza non ne foſſe diſtrutta, o che ne naſceſſe anche una nuova inclinazione. Queſto appunto accade in tutte le corſe obblique, e pare preſſochè impoſſibile d' impedire che il baſtimento non ſof-

fra

fra allora una notabiliſſima inclinazione; dal che ſi comprende facilmente, che un baſtimento inclinato deve ſoffrire un' altra reſiſtenza diverſa da quella che gli abbiamo aſſegnata, e che per la maggior parte la reſiſtenza diretta P debba riceverne qualche aumento, mentre la laterale Q è un poco diminuita, ſicchè la frazione $\frac{P}{Q}$ nella formula Tang. $\psi = \frac{P}{Q}$. Tang. φ^2 debba riuſcire un poco aumentata. Nondimeno queſta ſteſſa formula, e le tavole che ne abbiamo dedotte poſſono egualmente aver luogo, purchè ſi diminuiſca d' un poco la proporzione della lunghezza alla larghezza del baſtimento. Così ſe il baſtimento appartenesſe a cagion d' eſempio alla quarta ſpecie, biſognarebbe ſervirſi delle tavole della terza ſpecie.

§. 45.

Ma il principale oggetto in queſto luogo è il momento di reſiſtenza relativamen-

mente all' asse verticale del bastimento, condotto per il suo centro di gravità. Così nella figura 13., in cui la linea Qy rappresenta la forza di resistenza, e l' asse verticale passa per il punto F, il momento di questa forza sarà $Qy.QF.$ sen. FQy per cui il bastimento sarà girato intorno a quest' asse verticale nel senso $A\alpha$. Dunque se la forza spingente non è talmente applicata, che il momento che ne risulta in senso contrario non sia precisamente a quello eguale, il bastimento concepirà un moto di rotazione intorno al suo asse verticale, che è assolutamente necessario di distruggere per mantenere il divisato corso; poichè se la differenza nel luogo dell' applicazione fosse molto considerabile, il solo timone non bastarebbe a distruggere tal effetto. Quindi bastantemente s' intende la necessità d' osservare la regola che abbiamo tro-

vata per il luogo dell' applicazione della forza ſpingente, almeno proſſimamente, atteſo che l' effetto il quale riſultarebbe da una piccola aberrazione potrebbe eſſer facilmente diſtrutto dall' azione del timone, oltre di che i piloti devono ſempre avere qualche vela a loro diſpoſizione, per ſupplire all' azione del timone.

§. 46.

Sino ad ora abbiamo conſiderate tutte queſte forze, come applicate alla ſuperficie dell' acqua; e per altro facilmente s' intende, che l' altezza alla quale s' applica la forza ſpingente, deve entrare principalmente in conſiderazione, allorchè ſi tratta dell' inclinazione che ſoffrir può il baſtimento tanto per la reſiſtenza, quanto per la forza ſpingente. Imperocchè è evidente, che quanto è più elevato il luogo dell' applicazione, tanto più ſarà inclinato il baſtimento; e ſiccome nel corſo obbli-

quo la direzione della forza ſpingente FY è preſſochè perpendicolare all' aſſe maggiore del baſtimento AB, ne riſulterà quindi un momento fortiſſimo per inclinare il baſtimento intorno a queſt' aſſe, di cui l' effetto tanto più ſi dovrà temere, quanto minore ſarà la ſtabilità relativa allo ſteſſo aſſe. Dal che ſi deduce, che per rendere i baſtimenti atti alle corſe obblique, è aſſolutamente neceſſario d' aumentare la loro ſtabilità relativamente all' aſſe maggiore: ma di queſto argomento ſi tratterà più particolarmente nella terza parte.*

CAP. VII.

Dell' azione del Timone nel corso diretto.

§. 47.

Rappresenti la *Fig.* 14. una sezione orizzontale della carena fatta a qualsivoglia profondità nell' acqua, BA sia l' asse maggiore, il quale coincida con la direzione del moto, di cui la velocità sia $= c$, e l' asse verticale del bastimento passi per il punto F. Ciò posto sia BK il timone disposto ad un' obbliquità qualunque, misurata dall' angolo bBK, che nominaremo $= \zeta$. Si tratta di sapere l' effetto del timone in questo stato, quanto a far girare il bastimento intorno al suo asse verticale: essendo già provato nella meccanica, che tutti i movimenti di rotazione d' un corpo devono sempre ri-

riferirsi ad un asse, il quale passi per il suo centro di gravità. Quindi dovremo primieramente ricercare la forza che il timone sostiene in questa situazione, poscia determinare il momento, col quale questa forza opera relativamente all' asse verticale FG, ovvero al punto F.*

§. 48.

Mentre adunque il bastimento scorre per la direzione BA con la velocità $= c$, il timone BK sosterrà lo stesso sforzo, come se l' acqua lo colpisse con direzione contraria, e con la medesima velocità, purchè però questo colpo o la sua direzione non si alterino per la grossezza del bastimento: giacchè facilmente s' intende, che tanto la mole del bastimento, quanto la sua figura possono alterare moltissimo non solamente la direzione, ma anche la velocità con cui l' acqua va a battere nel timone. Ma per cominciare le no-

ſtre ricerche ſu queſto argomento, noi prima preſcinderemo da queſte irregolarità, e ſupporremo che l' acqua venga a battere nel timone BK con la direzione AB o IL, e con la velocità = c, e quando avremo ſviluppato queſto caſo, non ci ſarà poi malagevole di calcolare le aberrazioni, che poſſono eſſer cagionate dalle ſuddette irregolarità.

§. 49.

Eſſendo il timone un piano, contro il quale l' acqua ſcorre con la ſteſſa obbliquità da per tutto = BLI = bBK = ζ, la media direzione degli ſforzi dell' acqua paſſerà per il centro di gravità dell' area del timone immerſa nell' acqua, che ſupporremo in L: e poſta queſt' area intera = ff; avendo noi dimoſtrato di ſopra che la forza dell' acqua è eguale al peſo d' una maſſa di fluido, il cui volume ſi trova moltiplicando l' area ff per il quadrato del ſeno

d'

d' incidenza sen. ζ^2, e per $\frac{cc}{4g}$, sarà questa forza nel caso nostro $= \frac{cc\,ff}{4g}$. sen. ζ^2, e sarà applicata al punto L nella direzione L*b* normale al piano del timone. Ora per giudicar meglio dell' effetto di tal forza la scomporremo in due laterali, cioè una L*p* paralella ad AB, l'altra L*q* perpendicolare. Onde nominando BL $= l$, ed essendo l' angolo bBL $= \zeta$, avremo B$q = l$. cos. ζ ed L$q = l$. sen. ζ: e perchè l' angolo L$bp = \zeta$, sarà la forza per L$p = \frac{cc\,ff}{4g}$. sen. ζ^3, e la forza per L$q = \frac{cc\,ff}{4g}$. sen. ζ^2. cos. ζ, delle quali la L*p* s' opporrà direttamente al moto del bastimento, e la L*q* lo spingerà dal fianco, nello stesso modo, come se queste due forze fossero applicate al centro di gravità. Ecco dunque a che si riduce l' azione del timone riguardo al moto progressivo del bastimento.*

§. 50.

Sino a che queſte due forze Lp , Lq cadono ſotto o ſopra il centro di gravità, eſſe avranno un momento per inclinare il baſtimento , la prima Lp intorno all' aſſe minore o traverſale , l' altra Lq intorno all' aſſe maggiore. Ma poichè il centro di gravità G ſi trova comunemente più alto del punto L , ſe ſupponiamo queſta altezza FG $= h$, il momento della prima forza Lp ſarà $= \frac{cc\,ff\,h}{4g}$. ſen. ζ_3 , per cui il baſtimento ſarà inclinato verſo la Prora, la quale per conſeguenza s' affogherà di più nell' acqua. L' altra forza poi Lq dà il momento $\frac{cc\,ff\,h}{4g}$. ſen. ζ_2 . coſ. ζ, per cui il baſtimento ſarà inclinato verſo il lato deſtro , o pure per cui piegherà verſo il lato dov' è rivolto il timone. Per tutto ciò ſi vede , che queſti effetti ſaranno tanto meno offervabili , quanto più baſſo ſi tro-

ve-

verà il centro di gravità del baſtimento, e ſiccome l' altezza $FG = h$ non può giammai diventar conſiderabile, così facilmente s' intende, che non v' è mai coſa alcuna a temere da queſto effetto del timone: quindi è ancora, che non vi ſi fa comunemente alcuna attenzione.

§. 51.

Ma l' effetto principale che il timone deve produrre riguarda il moto del baſtimento intorno l' aſſe verticale GF, che conoſceremo dal momento trovato delle forze relativo allo ſteſſo aſſe verticale FG. Ora la forza ſecondo Lp moltiplicata per l' intervallo $Lq = l.\text{ſen.}\zeta$, darà riſpetto all' aſſe FG il momento $\frac{cc ff}{4g}.l.\text{ſen.}\zeta_4$, per il quale la Prora ſarà girata a deſtra; e l' altra forza ſecondo Lq moltiplicata per l' intervallo $qF = Bq + BF$ darà un momento eſpreſſo con queſti due membri

$\frac{cc ff}{4g}$.

$\frac{cc\,ff}{4g} . l . \text{sen. } \zeta^2 \text{ cos. } \zeta^2 + \frac{cc\,ff}{4g} \text{ sen. } \zeta^2 . \text{ cos. } \zeta . BF$,

per il quale ancora la Prora sarà girata a destra o verso il timone. Sommando adunque questi due momenti s' avrà il momento intero, col quale si gira il bastimento intorno all' asse FG nel senso $A\alpha$, che per conseguenza sarà

$\frac{cc\,ff}{4g} . l . \text{sen. } \zeta^2 + \frac{cc\,ff}{4g} . \text{sen. } \zeta^2 . \text{cos. } \zeta . BF .$

Dal che si deduce che se l' angolo bBK fosse $= o$, cioè se il timone stasse nella natural sua situazione, allora questo momento di forza svanirebbe del tutto. Dunque se si facesse l' angolo $\zeta = 90°$, questo stesso momento diverrebbe $\frac{cc\,ff}{4g} . l$, è perciò minimo, atteso che la linea BF, la quale è a molti doppj maggiore dell' intervallo l sortirebbe dal calcolo. *

§. 52.

Laonde poichè il timone non produce al-

alcun effetto nel caso di $\zeta = 0$, ed un effetto minimo quando $\zeta = 90°$, è evidente, che vi sarà un certo angolo medio, per cui il timone produrrà il massimo effetto possibile. Per trovare questa obbliquità efficacissima, cominciamo dal trascurare nella nostra formula la parte $\frac{cff}{4g} . l$ sen. ζ^2, che è minima rispetto all' altra, sicchè si riduce la cosa a questa ricerca, qual sia il valore dell' angolo ζ, affinchè la formula $\frac{cff}{4g}$. sen. ζ^2. cos. ζ. BF, o semplicemente questa sen. ζ^2. cos. ζ divenga un massimo? Le regole dell' analisi ci fanno conoscere che ciò avviene qualor si prenda tang. $\zeta = \sqrt{2}$, o pure sen. $\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, e cos. $\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$: conseguentemente l' angolo della ricercata obbliquità bBK sarà di 54°, 44′, nel quale il timone produrrà il suo massimo effetto di girare il bastimento: ed allora trascurando il piccolo

in-

intervallo l, il momento sarà $= \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{cc\,ff}{g} \cdot BF$.
Ma se si voglia tener conto del piccolo intervallo $BL = l$, suppongasi la distanza $BF = a$, e s' avrà questa formula:

$$\frac{cc\,ff\,l}{4g} \cdot \text{sen.}\,\zeta^2 + \frac{cc\,ff\,a}{4g} \cdot \text{sen.}\,\zeta^2 \cdot \text{cos.}\,\zeta$$

ovvero $\frac{cc\,ff}{4g}\,(l \cdot \text{sen.}\,\zeta^2 + a\,\text{sen.}\,\zeta^2 \cdot \text{cos.}\,\zeta)$

che deve essere un massimo, o semplicemente questa $l \cdot \text{sen.}\,\zeta^2 + a\,\text{sen.}\,\zeta^2 \cdot \text{cos.}\,\zeta$. Qui le regole dell' analisi ci conducono alla seguente equazione

$$3 \cdot \text{cos.}\,\zeta^2 + \frac{2l}{a} \cdot \text{cos.}\,\zeta - 1 = 0.$$

E poichè $\frac{l}{a}$ è sempre una piccola frazione, è chiaro, che l' angolo ζ non differirà molto dal precedente, che era di 54°, 44′. Quindi si dedurrà questa semplice approssimazione: cioè che bisogna aggiungere all' angolo 54°, 44′ tanti gradi, o tante unità quante ne contiene la formula $\frac{23 \cdot l}{a}$, cioè sarà $\zeta = 54°, 44' + \frac{23\,l^{\circ}}{a}$ *.

§. 53.

§. 53.

Ma queſta determinazione non ha luogo, ſe non quando l' acqua può ſcorrere liberamente al timone con la direzione AB o IL, il che non accade che alla più profonda ſezione orizzontale della carena, dov' eſſa è terminata dalla colomba, che eſſendo quaſi una retta linea, non impediſce, che l' acqua vi ſcorra ſecondo la direzione IL con la ſua intiera velocità $= c$. Quando poi la ſezione della carena ſi faccia ſopra la colomba, eſſa avrà verſo il mezzo una larghezza molto conſiderabile che impedirà all' acqua d' incorrere liberamente nel timone. Se la lunghezza BK del timone foſſe maggiore della mezza larghezza della ſezione, è chiaro che l' acqua potrebbe correrci contro liberamente almeno alla ſua eſtremità K: ma poichè queſta lunghezza BK è comunemente più piccola della mez-

za larghezza FD, il moto dell' acqua nel timone ſarà tanto più alterato, quanto più vicino al punto B egli ſi conſidera, e per queſta ragione la ricerca dell' effetto del timone diventerà tanto più difficile. Conviene anche confeſſare, che la teoria del moto de' fluidi non è a tal ſegno avanzata, ſicchè ſi poſſa determinare di quanto sì la velocità che la direzione d' un fluido, che paſſa vicino ad un ſolido venga alterata; nondimeno procureremo di apportare tanto lume ſopra queſto argomento, quanto baſtar poſſa per l' uſo pratico. *

§. 54.

Sia dunque (*Fig.* 15.) ACBD la figura di tal ſezione, di cui la lunghezza ſia AB e la larghezza CD; la velocità del baſtimento ſecondo la direzione BA ſia come ſino ad ora $= c$, BK la poſizione del timone nell' obbliquità $= \zeta$, ed il

pun-

punto L ſia il centro di gravità della ſuperficie del timone, o almeno di quella ſua parte che corriſponde a queſta ſezione. Ciò poſto è chiaro, che l' acqua non potrà ſcorrere contro il timone vicina al punto B, ſe non nella direzione *c* B, che è quella de' lati di queſta ſezione vicino alla Poppa, e facilmente s' intende che, ſe queſta ſezione conſervaſſe la ſua mezza larghezza FC fino quaſi alla Poppa, e che il lato CB vi giungeſſe con una curvità aſſai conſiderabile, allora l' acqua all' intorno di B non avrebbe alcun moto, di modo che il timone non vi produrrebbe alcun effetto. Biſogna dunque che il lato ACB non abbia in alcuna ſua parte veruna gran curvità, ed ancor meno verun angolo: ma che la larghezza FC diminuiſca a poco a poco verſo il punto B, con una inflеſſione tanto piccola, quanto le circoſtanze poſſono permettere.*

§. 55.

§. 55.

Suppongasi adunque che l' acqua scorra di fatto vicina a B con la direzione cB, e l' angolo CBc sia $= \beta$; e poichè la lunghezza del timone BK è sempre molto moderata relativamente alla grandezza del bastimento, potremo supporre, che l' acqua scorra con la stessa direzione contro tutto il timone BK. Perciò si tiri la linea Li paralella a Bc, e per indicare la direzione del moto dell' acqua, poichè l' angolo BLI era $= \zeta$, ed $ILi = \beta$, l' obbliquità con cui il timone verrà battuto sarà $= \beta + \zeta$: per la velocità poi dimostraremo tra poco ch' essa non è $= c$, ma piuttosto $= c . \cos. \beta$, di modo che la formula ritrovata per il caso precedente s' applicherà facilmente al caso presente, scrivendo $c . \cos. \beta$ invece di c, e l' angolo $\beta + \zeta$ in luogo di ζ; e così avrassi l' espressione della forza con cui l' acqua batterà nel timone cc.

$\frac{cc \cdot \text{cof.}\beta^2}{4g} \cdot ff \cdot \text{sen.}(\beta + \zeta)^2$, (§. 49).

onde si vede che quanto più l' angolo β s' accosta ai 90°, tanto minore diviene questa forza, che svanirebbe intieramente, se l' angolo CBc diveniſſe retto. Ora quest' è precisamente il caso da noi avvertito, in cui l' acqua dietro alla Poppa non farebbe alcuna forza nel timone. Per trovar poi anche il momento di questa forza relativamente all' asse verticale del bastimento, si potrà trascurare la piccola parte, che rinchiudeva di sopra la lettera *l*; e l' altra parte che è la più grande, si troverà moltiplicando la forza tanto per l' intervallo BF, quanto per il coseno ζ, sicchè il momento di forza del timone sarà per il caso nostro

$\frac{cc \cdot \text{cof.}\beta}{4g} \cdot ff \cdot \text{sen.}(\beta + \zeta)^2 \cdot \text{cof.}\zeta \cdot \text{BF}$.

§. 56.

Ora per trovare l' angolo ζ, cioè l'

obbliquità del timone, nella quale si ha l' effetto massimo, l' analisi ci dà questa regola: Si cerchi un angolo γ tale che cos. $\gamma = \frac{1}{3}$ cos. β, ed allora si prenda $\zeta = 90° - \frac{\beta - \gamma}{2}$. Così se l' angolo β o CBc fosse 45°, o l' angolo CBD 90°, il che avviene presso a poco nella sezione d' acqua, si avrebbe cos. $\beta = 7071068$, e perciò $\frac{1}{3}$. cos. $\beta = 2357023 =$ cos. γ, dal che si deduce $\gamma = 76°, 22'$; dunque $\frac{\beta + \gamma}{2} = 60°, 41'$; per conseguenza l' angolo $\zeta = 29°, 19'$; molto minore che per la più bassa sezione della carena, dove abbiamo trovato $\zeta = 54°, 44'$, e questo stesso valore ci dà anche la nostra regola prendendo $\beta = 0$; poichè avendo allora cos. $\beta = 1, 0000000$, risulterà cos. $\gamma = 0, 3333333$, e perciò $\gamma = 70°, 32'$; dunque $\frac{\beta + \gamma}{2} = 35°, 16'$, e perciò $\zeta = 54°, 44'$, appunto come si tro-

trovò di ſopra. Quindi ſi potrà dedurre una concluſione importante per i Piloti, ed è che per ottenere il più pronto effetto dal timone, biſogna dargli un' obbliquità minore di quella di 54°, 44′, che fu fin ora preſcritta da' Geometri; poichè ſe la più alta ſezione della carena addimanda un' obbliquità di 29°, 18′, mentre la più baſſa eſige 54°, 44′, biſogna ſenza dubbio ſcegliere qualche mezzo tra queſti due limiti. Il mezzo aritmetico ſarebbe = 42°, 1′; ma ſiccome il timone è molto più largo abbaſſo, che a livello dell' acqua, e gli urti baſſi ſono molto più forti che gli alti, anche il mezzo da prenderſi deve accoſtarſi di più al maggior limite. Onde pare che ſi potrebbe ſtabilire queſta regola, che l' obbliquità di 48° in circa produrrà quaſi ſempre il miglior effetto; o pure che per ottenere l' effetto maſſimo, dovrà il Pi-

loto metter l' aggiaccio o ribolla del timone in modo ch' essa faccia coll' asse del bastimento un angolo di 48°, o almeno di 45°, giacchè vicino ad un massimo le differenze sono insensibili. *

§. 57.

Non altro adunque ci rimane che d' esporre le ragioni, le quali ci determinarono a stabilire la velocità, con cui l' acqua urta nel timone a $c.\cos.\beta$. Suppongasi perciò che la posizione della sezione della carena che consideriamo, sia rappresentata nella figura da ABM, in cui AB è l' asse maggiore del bastimento, BM (*Fig.* 16.) una parte qualunque del suo fianco, e perciò l' angolo $ABM=\beta$: indi che dopo un minuto secondo di tempo questa figura siasi avanzata in *abm*, per lo spazio $Bb=c=Mm$; atteso che la velocità c è espressa per lo spazio percorso in un secondo. In questo stato se l' a-

l' acqua che circondava il baſtimento nella poſizione ABM non lo ſeguitaſſe nel di lui moto, lo ſpazio B*b*m*m*M reſtarebbe vuoto d' acqua; ma lo ſtato di preſſione in cui eſſa trovaſi, la obbliga a ſeguire prontamente il baſtimento, ed a riempiere lo ſpazio B*b*m*m*M. Queſta ſucceſſione in oltre ſi farà per la via più corta; onde menando dal punto *m* al lato BM la perpendicolare *m*N, è chiaro che l' acqua da N anderà a riempiere il vuoto vicino ad *m*, e queſta ſucceſſione facendoſi in un ſecondo per lo ſpazio N*m*, la ſua velocità ſarà eſpreſſa per lo ſteſſo intervallo. Dunque poichè l' intervallo M*m* = B*b* = *c*, e l' angolo *m*MN = ABM = β, la vera velocità dell' acqua in N ſarà = *c*. ſen. β, eſſendo la ſua direzione N*m*. Ora per trovare la velocità, con cui l' acqua urta nel timone, biſogna conſiderare il baſtimento, come ſe egli foſſe in quie-

te, e l' acqua del mare vi correſſe contro con la velocità c, e nella direzione AB. Dunque una particola d' acqua in N ſarà, oltre al proprio ſuo moto, traſportata in n, punto che ſi determina menando Nn paralella ed eguale a Bb. Per conſeguenza combinando queſto moto per Nn col moto proprio dell' acqua per Nm, baſterà compire il paralellogramo Mm Nn, la cui diagonale NM rappreſenterà tanto la direzione quanto la velocità dell' acqua in N relativamente al baſtimento. Eſſendo dunque $Mm = c$, e l' angolo $mMN = \beta$, la diagonale NM ſarà $= c.\text{cof.}\,\beta$, ſicchè la velocità con cui l' acqua urta nel timone è in fatti $= c.\text{cof.}\,\beta$, ſiccome abbiamo ſuppoſto di ſopra: ed eſſendo anche la direzione NM quella ſteſſa che gli abbiamo aſſegnata, queſta teoria ſembra baſtantemente comprovata.

CA-

CAP. VIII.

Dell' azione del Timone nelle corse obblique.

§. 58.

PRincipiaremo anche questa ricerca dalle sezioni orizzontali infime della carena, che non contengono se non la colomba del bastimento (*Fig.* 17.). La linea retta AB rappresenti la colomba, il di cui moto si faccia nella direzione Aα, o FX con la velocità $= c$; sicchè l'angolo AFX indichi la deviazione del bastimento, che nominaremo, come sopra $= \varphi$. Il timone BK faccia con la colomba prolungata l'angolo KBS $= \zeta$, e sia egli diretto nello stesso senso della deviazione AFX. Trattasi di determinare tanto la velocità, quanto la direzione con cui l'acqua verrà a battere il timone BK. Consideraremo perciò il bastimento, come se fosse in quie-

te, e l' acqua vi correſſe contro con la direzione αA, o XF, e con la velocità $= c$; ed è chiaro, che opponendoſi il corpo della colomba alla continuazione di queſto moto, l' acqua che s' avvicina ſarà obbligata a cangiar a poco a poco direzione, ſicchè preſſo alla Poppa in B eſſa ſeguirà eſattamente la direzione della colomba FB, con una velocità diminuita, che ſi potrà valutare $= c . \text{cof.} \varphi$. Ma ad una qualche diſtanza dalla colomba, la direzione dell' acqua s' avvicinerà tanto più alla natural ſua direzione XF, quanto più ſarà grande la diſtanza che ſi ſuppone dalla colomba. E perchè il timone ha poca eſtenſione, ſe il ſuo mezzo ſia in L, e condotta la IL paralella alla colomba, ſi rappreſenti la direzione dell' acqua con la linea iL, l' angolo $IL i$ ſarà ſempre minore della deviazione AFX $= \varphi$: per la ſteſſa ragione la velocità ſarà

rà maggiore di $c.\text{cof.}\varphi$, e come non si può determinare cosa alcuna con precisione, prendasi un altro angolo θ minore di φ, e supposto $IL_i = \theta$, la velocità dell' acqua sarà $= c.\text{cof.}\theta$, e la forza sua nel timone diventerà

$$\frac{cc.\text{cof.}\theta^2.ff.\text{sen.}(\zeta+\theta)^2}{4g}$$

a cagione dell' angolo d' incidenza $BL_i = \zeta+\theta$: nella qual' espressione *ff* indica la superficie del timone in questo sito. La linea poi LS che è ad esso perpendicolare addita la direzione della forza.

§. 59.

Laonde è ben evidente che in questa ricerca bisogna servirsi di qualche stima, per valutare la direzione dell' acqua al punto L: giacchè poi in fatti una determinazione esatta non sarebbe di grande vantaggio in pratica, bastando per questa che si sappia, che l' acqua realmente bat-

te-

terà nel timone. Ora il momento di queſta forza relativamente all' aſſe verticale del baſtimento FG, traſcurando la piccola porzione che dipende dall' intervallo BL ſi troverà come ſopra

$$\frac{cc \cdot \text{cof.}\,\theta^2}{4g} \cdot ff \cdot \text{ſen.}\,(\zeta+\theta)^2\ \text{cof.}\,\zeta \cdot BF;$$

onde ſi può giudicare, che per conſeguire l' effetto maſſimo ſi deve prender l' angolo ζ minore di 54°, 44′, e ſe ſi voglia ſaperne eſattamente la grandezza, non ſi ha che a ricercare un angolo η tale, che $\text{cof.}\,\eta = \frac{1}{3}\,\text{cof.}\,\theta$, ed allora ſi prenderà $\zeta = 90° - \frac{\eta - \theta}{2}$. Per altro poichè la deviazione φ rare volte eccede li 20 gradi, prendendo $\theta = \frac{1}{2}\,\varphi$, la formula non riuſcirà troppo lontana dal vero. Poichè dunque θ non eccede li 10 gradi, è chiaro, che non potrebbe riſultare alcun errore notabile, quand' anche queſt' angolo

eſ-

eſſer doveſſe d' alcuni gradi maggiore o minore. Così prendendo $\theta = 10°$, ſi trova $\eta = 70°, 50'$, e $\zeta = 49°, 35'$. In queſta medeſima ipoteſi il primo moltiplicatore $cc.\text{cof.}\theta^2$ non è notabilmente diminuito per la moltiplica di $\text{cof.}\theta^2$, ſicchè ſarebbe molto fuori di propoſito il pretendere una preciſione maggiore. *

§. 60.

Se poi il timone foſſe rivolto al lato oppoſto alla deviazione (*Fig.* 18.), il caſo ſarebbe affatto diverſo dal precedente, perchè non potrebbe giungere ad eſſo altra acqua, che quella che veniſſe dalla Prora A con la direzione $A\alpha$, la quale conſervando la ſua direzione non giungerebbe ſicuramente giammai a battere nel timone, ancorchè egli foſſe più lungo del ſolito. Ma facilmente s' intende che l' acqua, la quale comincierà dallo ſcorrere ſecondo la direzione $A\alpha$ cangierà a poco a poco la ſua

ſtra-

ſtrada, ed inflетterà il ſuo andamento a un di preſſo ſecondo la linea $\alpha\beta\gamma$, ſicchè qualche porzione potrà giungere all' eſtremità del timone: la forza però che ne riſulta ſarà ſempre minore di quella che riſultava nel caſo precedente. In fatti è molto noto per eſperienza, che in queſto caſo è preſſochè impoſſibile di far girare il baſtimento per mezzo del timone in ſenſo contrario alla deviazione. I Piloti comunemente ſi riducono a ſervirſi per queſto fine d' alcune vele in vece del timone: nè ſi vede come ſi doveſſe rimediare a queſto inconveniente, quando non ſi voleſſe apporre un timone all' aſta di Prora. Ma queſto ripiego incontrarebbe dell' altre inſuperabili difficoltà. *

§. 61.

Paſſiamo ora ad una ſezione più elevata della carena, in cui la larghezza ſia indicata dalla retta CD, e la lunghezza,

co-

come ſempre, dalla linea BA : il moto ſi faccia nella direzione FX , e la deviazione ſia indicata dall' angolo AFX = φ. Ciò poſto , ſia il timone BK rivolto allo ſteſſo lato della deviazione , e l' angolo della ſua obbliquità ſia SBK = ζ ; è manifeſto che in tal caſo l' acqua può ſcorrere al timone più liberamente ancora , di quello che nel corſo diretto , di modo che eſſa non perderà tanto della ſua velocità ; e quindi le determinazioni fatte nel Cap. precedente avranno luogo anche in queſto caſo . Ma ſiccome l' obbliquità dell' incidenza dell' acqua è ora maggiore , anche per la più baſſa ſezione della carena, ne ſegue che per produrre l' effetto maſſimo , l' angolo ζ deve prenderſi minore di quello che ſi è preſo di ſopra ; e ſarà ben fatto di non dare a queſto angolo più di 40° . Tuttavolta queſto avvertimento non è di gran conſeguenza nella

pra-

pratica, perciocchè li Piloti s' accorgono ſenza difficoltà, ſe il baſtimento obbediſce o no al timone, e quale obbliquità gli procuri il miglior effetto.

§. 62.

La maggior difficoltà s' incontra, quando ſi gira il timone all' altra banda B*k* oppoſta alla deviazione, nel qual caſo ſi vede ſubito, che l' acqua ſcorrendo dalla Prora con la direzione A*a* potrà a pena giungere al timone, ancorchè inflетta a poco a poco il ſuo corſo. In queſto caſo avviene, che i baſtimenti per la maggior parte non ſentano affatto l' azione del timone: e quand' anche l' acqua giungeſſe al timone B*k*, il ſuo effetto ſarebbe molto minore che nel corſo diretto. Baſta oſſervar la figura, per aſſicurarſi, che quanto più corto ſarà il baſtimento relativamente alla ſua larghezza, tanto maggiore riuſcirà queſto difetto. Ma ſe al

con-

contrario la lunghezza del baſtimento ſupera a più doppj la larghezza, e la figura della Poppa ſia ben tagliata ne' fondi, cioè raſtremata verſo il governale, ſicchè l' acqua poſſa ſcorrere facilmente lungo i fianchi, potrà darſi che l' effetto nel timone divenga conſiderabile: e queſta ſarà ſempre un' ottima proprietà di sì fatte figure de' baſtimenti. Perciò vediamo che i coſtruttori accoſtumano di reſtringere inſenſibilmente la figura della Poppa, ſchivando ogni acuta curvità, e queſta pratica non ad altro fine ſi oſſerva, che per procurare ai baſtimenti la grande prerogativa di obbedire al timone. I coſtruttori anno anche immaginato un altro modo molto opportuno per rimediare a tal difetto: queſt' è di dare alla colomba una poſizione inclinata all' orizzonte, ſicchè la Poppa e perciò il timone s' immerga a maggiore profondità di quello che la

par-

parte anteriore del baſtimento ; poichè è manifeſto che per queſto mezzo l' acqua è meno impedita dal battere nel timone e nella ſua parte inferiore. Evvi in oltre in queſto caſo una felice combinazione, che agevola l' azione del timone. Queſta è, che nelle corſe la deviazione delle quali è a deſtra, il baſtimento s' inclina alla ſteſſa parte molto conſiderabilmente, onde ſegue che la colomba alla ſiniſtra ſi trovi molto più vicina alla ſuperficie dell' acqua, ed il corpo del baſtimento non impediſca tanto all' acqua di battere nel timone.*

§. 63.

Per altro s' avverta che il ſin qui detto ſulla maſſima azione del timone, non deve riguardarſi come un' aſſoluta regola da ſeguire tutte le volte che ſi ha biſogno di farne uſo. Poichè quando il baſtimento deve tenere lo ſteſſo cammino, l' uſo

del

del timone non è neceſſario, ſe non al caſo, che per qualſivoglia accidente ſe ne ſia cangiata la direzione, e convenga rimetterlo nella giuſta ſua poſizione. Per ciò fare una piccola azione del timone è per lo più baſtante, e ſarebbe mal a propoſito, ſe in queſto caſo ſi voleſſe metterlo nella ſituazione che ſi richiede per produrre l' effetto maſſimo. Soltanto adunque quando ſi voglia far girare riſolutamente il baſtimento, converrà ricorrere all' azione più efficace del timone. In qual modo poi, e con qual moto il baſtimento ſia per eſſere in fatti girato dalla forza del timone, ci proponiamo di eſaminarlo nel Capo ſeguente.

CAP. IX.

Del moto con cui l' azione del Timone fa girare il baſtimento.

§. 64.

PEr determinare il moto di rotazione, che ſarà impreſſo ad un baſtimento intorno al ſuo aſſe verticale dall' azione del timone, biſogna prima di tutto determinar bene il momento di queſta forza relativamente allo ſteſſo aſſe verticale. Abbiamo veduto che queſto momento è ſempre eſpreſſo dalla formula $\frac{\varkappa cc}{4g}.ff.BF$, nella quale ff indica la ſuperficie del timone, BF la diſtanza tra il timone e l' aſſe verticale, c la velocità, ed $\varkappa$ un coefficiente numerale che riſulta tanto dall' obbliquità del timone, quanto dalla de-

deviazione del baſtimento, ed anche dalla figura della Poppa: ſicchè quell' eſpreſſione racchiude quattro dimenſioni lineari, tre delle quali danno un volume d' acqua, il cui peſo rappreſenta la forza, che moltiplicata per la quarta linea dà quello che ſi chiama momento di forza. Quindi è manifeſto che tal momento è ſempre proporzionale al quadrato della velocità, ſicchè quanto più rapido è il moto del baſtimento, tanto maggiore ſarà l' effetto del timone; il che già è di per ſe evidente, atteſo che un baſtimento quieto è ſempre inſenſibile all' azione del timone. Poi è egualmente chiaro, che tal forza eſſer deve proporzionale alla ſuperficie del timone *ff*, ed in oltre anche proporzionale all' intervallo BF; dal che ſi deduce che quanto maggiore ſarà queſt' intervallo, o quanto più la lunghezza del baſtimento eccederà la larghezza, tanto

più efficace sarà l' azion del timone : di modo che i bastimenti lunghi oltre i grandi vantaggi che abbiamo già avvertiti , avranno anche quello di obbedire più facilmente al timone. *

§. 65.

Ma non basta conoscere questo momento per determinare il vero moto che sarà impresso al bastimento : bisogna avere ancora un altro elemento dedotto dalla sua massa ; come appunto se si trattasse del moto progressivo , per sapere quello che chiamasi accelerazione , bisognarebbe dividere la forza movente per la massa del corpo . Ma poichè la nostra ricerca è qui sopra un moto di rotazione , bisogna dividere il momento di forza per una quantità che si chiamerà il momento d' inerzia del corpo relativo all' asse di rotazione . Ora secondo le regole della meccanica questo momento d' inerzia si tro-

trova moltiplicando tutte le maſſe o peſi, de' quali è compoſto il baſtimento, ciaſcheduno per il quadrato della ſua diſtanza dall' aſſe di rotazione. Si moltiplichino adunque tutti i peſi del baſtimento, ciaſcheduno per il quadrato della ſua diſtanza dall' aſſe verticale FG, e ne riſulterà un prodotto eguale al peſo intiero del baſtimento moltiplicato per il quadrato d' una certa media tra le maggiori e le minore diſtanze, che ſia $=k$; di modo che il momento d' inerzia ricercato ſarà $=M.kk$. O pure ſe ſi vuol ridurre il peſo del baſtimento ad un volume d' acqua, come ſi fece per il momento di forza, baſta ſcrivere in vece di M il volume della parte immerſa o della carena indicato di ſopra con la lettera V; ſicchè il momento d' inerzia ricercato ſarà $=V.kk$. Queſta formula dunque racchiude cinque dimenſioni lineari.

§. 66.

Ora per trovare l' accelerazione nel moto di rotazione, bisogna secondo le regole della meccanica moltiplicare il momento delle forze per $2g$ ovvero per il doppio dell' altezza, dalla quale cadono i corpi in un minuto secondo, e dividere questo prodotto per il momento d' inerzia del bastimento; di modo che quest' accelerazione sarà espressa dalla formula $\frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha \, ccff \cdot BF}{V \cdot kk}$, la quale avendo e nel numeratore e nel denominatore cinque dimensioni lineari, darà una frazione numerale, che esprimerà sempre il seno della velocità angolare, che sarà generata in un minuto secondo: al qual passo conviene avvertire, che noi misuriamo la velocità angolare coll' angolo, che con essa si può percorrere in un minuto secondo. Quindi rilevasi, che l' angolo stesso per cui il basti-

ſtimento ſarà girato nel primo minuto ſecondo, ſarà la metà della velocità angolare che abbiamo trovata. Per quello poi che riguarda il moto ſuſſeguente, ſi ſa che le velocità angolari concepite ſarebbero proporzionali a' tempi, e gli angoli ſteſſi percorſi con queſto moto di rotazione ai quadrati de' tempi corſi, ſe il baſtimento non incontraſſe veruna reſiſtenza in queſto moto, e la forza movente reſtaſſe la medeſima.

§. 67.

Ma toſto che il baſtimento comincia a girare intorno al ſuo aſſe verticale, e che per conſeguenza tanto la ſua direzione, quanto la ſua velocità ſoffrono qualche cambiamento, è chiaro che inſieme ſi cangia la forza che fa l' acqua nel governale, di modo che il moto di rotazione non può più eſſer determinato dallo ſteſſo momento di forza. Oltracciò toſto che il

baſtimento s' aggira intorno al ſuo aſſe, incontra egli nell' acqua una particolar reſiſtenza, che tende a diminuir queſto moto. Nondimeno fino a tanto che queſto moto è lentiſſimo, nè il cambiamento della forza, nè la reſiſtenza poſſono eſſere ſenſibili, e quindi per il breve tempo d' un minuto ſecondo ſi può riguardare il moto generato come ben eſpreſſo dalla ſuddetta formula ; ſicchè dopo un ſecondo la velocità della rotazione ſarà preſſo a poco la ſteſſa, che fu da noi aſſegnata. Ma qui non tanto ſi tratta della miſura aſſoluta di queſto moto, quanto della ſua miſura relativa nelle diverſe ſpecie de' baſtimenti : quindi toſto che ſi ſappia la proporzione tra le quantità ff, BF, V, kk, per due diverſi baſtimenti, ed oltre a ciò le loro velocità c, con cui ſcorrono in circoſtanze ſimili, ſi può giudicare quale di queſti baſtimenti obbedirà

più

più facilmente all' azione del ſuo governale, e qual relazione ſaravvi tra le velocità di rotazione di ciaſcheduno intorno al ſuo aſſe verticale. *

§. 68.

Per mettere queſta relazione in tutta la chiarezza, nominiamo come ſopra la lunghezza della carena alla ſuperficie d' acqua $= a$, la larghezza $= b$, la profondità $= e$, ed il volume della carena V ſarà preſſo a poco proporzionale al prodotto abe. Poi per il quadrato kk s' intende agevolmente, ch' egli dipende tanto dalla lunghezza a, quanto dalla larghezza b, di modo che non ſi farà errore ſupponendolo proporzionale al prodotto ab. La grandezza del timone ſi regola ordinariamente ſulla larghezza del baſtimento, e ſiccome la profondità e coſtituiſce la ſua principal dimenſione, ſi può riguardare la ſuperficie ff come proporzionale al prodot-

dotto *be*. Finalmente l' intervallo BF è manifeſtamente proporzionale alla lunghezza *a*. Quindi ne ſegue, che la velocità di rotazione generata in un minuto ſecondo, o in un altro breve intervallo di tempo, ſarà ſempre proporzionale a queſta formula $\frac{\alpha cc}{ab}$, nella quale il coefficiente α include le piccole differenze cagionate dalla diverſità delle coſtruzioni ed anche della corſa. Dal che ſi deduce, che il moto di rotazione è proporzionale al quadrato della velocità che ha il baſtimento quando ſcorre, e reciprocamente al prodotto *ab*, cioè come l' area della ſezione d' acqua. Quindi dati due baſtimenti perfettamente ſimili, uno de' quali abbia le ſue dimenſioni doppie dell' altro, la velocità di rotazione del maggiore ſarà quattro volte più piccola della velocità di rotazione del minore.

§. 69.

§. 69.

Finalmente prima di terminare queſta ſeconda parte, deveſi fare un cenno ſulla forza, che il Piloto deve impiegare per mantenere il timone in una data obbliquità. Sia perciò l' obbliquità del timone KBS $= \zeta$, a cui è preſſo a poco eguale l' obbliquità d' incidenza dell' acqua nel timone; e la forza con la quale egli è colpito farà $\frac{cc}{4g} . ff \text{ sen. } \zeta^2$, che moltiplicata per l' intervallo BL $= l$, eſſendo L il centro del timone, darà il momento relativo all' aſſe B, intorno al quale è mobile il timone ſteſſo. Dunque il Piloto deve impiegare una tal forza, che eſſendo applicata alla ribolla produca un momento $= \frac{cc}{4g} . ff l \text{ sen. } \zeta^2$. Onde raccoglieſi che il momento di forza del Piloto è 1.° proporzionale al quadrato di velocità del baſtimento, 2.° alla ſuperficie del timone,

3.°

3.° all' intervallo BL e 4.° al quadrato del seno d' obbliquità, nella quale egli vuol mantenere il timone. *

TER-

TERZA PARTE

Dell' arboratura, e del maneggio delle Vele o ſia manovra *de' baſtimenti.*

CAPITOLO I.

Delle Vele e della forza del vento.

§. 1.

L'Aria è una materia fluida, ſimile all' acqua ma molto più tenue. Le ſperienze dimoſtrarono, che la denſità dell' aria è in circa ottocento volte minore di quella dell' acqua; ſicchè il peſo d' uno ſpazio o volume ripieno d' aria è ottocento volte minore di quello che avrebbe, ſe foſſe ripieno d' acqua. Dunque quando l' aria

aria viene a battere in una qualſivoglia ſuperficie con una data velocità, l' effetto ſarà ottocento volte minore di quello che ſe con la ſteſſa velocità la ſuperficie foſſe colpita dall' acqua. Quindi poſſiamo aſſegnare la forza, che una ſuperficie piana $= ff$ deve ſoſtenere da un vento che ſpiri in eſſa perpendicolarmente con la velocità data $= c$: poichè eſſendoſi veduto che ſe l' acqua batteſſe in quella ſuperficie, la forza ſarebbe eguale al peſo d' un volume d' acqua $= \frac{cc\,ff}{4g}$, conchiuderemo che la forza del vento ſarà eguale al peſo d' un volume d' acqua $= \frac{cc\,ff}{800.\,4g}$; e biſogna ricordarſi che g indica l' altezza, dalla quale i gravi cadono in un ſecondo, e che noi miſuriamo ſempre le velocità per gli ſpazj che ſarebbero percorſi in un ſecondo. Dunque poichè abbiamo eſpreſſa la forza di reſiſtenza col peſo d'

un

un volume d' acqua , potremo anche esprimere la forza del vento con simili volumi d' acqua.

§. 2.

Siccome non è facile osservare la vera velocità del vento , o pure lo spazio ch' egli percorre in un minuto secondo , e che in oltre il vento può cangiare ogni momento ; così il fu Signor *Bouguer* immaginò uno strumento assai semplice , per mezzo del quale si può prontamente conoscere la forza che il vento esercita sopra una data superficie (*Fig.* 1.). Quest' è un tubo vuoto AABB , dentro al quale vi è una molla spirale CD , che si può più e meno comprimere , per mezzo d' una verga FSD la quale si fa entrare per un buco fatto nel tubo in AA , ed avendo osservato , a quali gradi differenti forze , e pesi dati sono capaci di comprimere la spirale , si segnano sulla ver-

ga delle divisioni ; sicchè quella che si scorge in S indichi il peso che si richiede, per caricare la molla fino allo stato CD. Poi si commette perpendicolarmente a questa verga in F una superficie piana EFE di data grandezza, come d' un piede quadrato, o maggiore secondo che fa a proposito. Ciò fatto, basta dirigere questo strumento verso il vento, onde vi batta perpendicolarmente VE, VE ; ed il segno in S mostrerà il peso a cui equivale la forza del vento: onde poi sarà facile ridurre questo peso ad un volume d' acqua, appunto come abbiamo fin ora espresse tutte le forze. In questo modo quando lo stesso vento soffia perpendicolarmente contro una superficie piana qualunque, sarà facilissimo il determinare la forza che egli in essa esercita.

§. 3.

§. 3.

Sarà lo ſteſſo, quando il vento batte obbliquamente in una ſuperficie piana, e la forza ſi diminuiſce in ragione del quadrato del ſeno d' obbliquità. Così ſe la ſuperficie $= ff$, la velocità del vento $= c$, l' obbliquità $= \theta$, la forza ſarà eguale al peſo d' una maſſa d' acqua, il di cui volume $\frac{1}{800} \cdot \frac{cc}{4g} \cdot ff \cdot \text{sen.}^{\theta 2}$. La direzione di queſta forza è ſempre perpendicolare alla ſuperficie e paſſa per il ſuo centro di gravità. Quindi ſi conoſcerà facilmente la forza che il vento eſercita nelle vele: e ſe le vele ſaranno teſe in modo, onde la loro ſuperficie poſſa conſiderarſi come un piano di cui l' area ſia $= ff$, la formula che abbiamo data, eſprimerà la forza del vento. Per formarcene un' idea più chiara, conſideriamo una vela ben teſa, di cui la ſuperficie ſia un piede quadra-

to, o pure $ff = 1$, la quale ſia battuta dal vento perpendicolarmente, e che la velocità ſia di dieci piedi per minuto ſecondo; e la noſtra formula darà $\frac{1}{800} \cdot \frac{100}{64}$ piedi cubici, a cagione che $g = 16$. Onde queſta frazione diventa $= \frac{1}{512}$, o pure in decimali 0,00195. Dunque ſe il vento ſcorreſſe 20 piedi per ſecondo, la forza ſarebbe $\frac{1}{128}$ di piede cubico; ſe 30 piedi per ſecondo, la forza ſarebbe $\frac{1}{57}$, e ſe faceſſe 40 piedi per ſecondo, la forza ſarebbe la 32a parte d' un piede cubico, che equivale a poco più del peſo di due libbre. *

§. 4.

Non ſi poſſono però mai ſtendere le vele a queſto grado, ſicchè divenga piana la loro ſuperficie, ſopra tutto quando il vento è ben forte, e che vi batte quaſi perpendicolarmente. Perchè in tal caſo le

ve-

vele ſono incurvate più o meno ed in una figura, che li geometri ſono ben riuſciti a determinare. Ma importa pochiſſimo al noſtro oggetto di conoſcere queſta figura, e baſta avvertire, che quanto maggior curvità riceve una vela, tanto minore rieſce la forza del vento; e ciò per quella ſteſſa ragione che una Prora curva o anche puntaguta ſoffre una reſiſtenza minore di quella che ſoſtiene una Prora piatta. Si trova anche che ſe la curvità d' una vela s' avvicini a quella d' un emisfero, la forza del vento ſi riduce alla metà di quella che eſercitarebbe nel circolo maſſimo della ſteſſa sfera; e come la ſuperficie del maſſimo circolo è la metà di quella dell' emisfero, ne ſegue che una vela incurvata ad emisfero non riceve che la quarta parte della forza di vento ch' eſſa riceverebbe ſe foſſe piana. Biſogna dunque impiegare ogni

mezzo, per impedire, o per diminuire almeno il gonfiamento delle vele, per quanto lo permettono le circoſtanze. E ſiccome ſi può ſempre concepire una vela piana, che produca la ſteſſa forza d' una gonfiata, così non c' imbarazzaremo più della curvità, e nelle ricerche ſeguenti le riguardaremo tutte come perfettamente piane, ſupponendole proporzionalmente minori. *

§. 5.

Sin qui abbiamo conſiderata la vela come in quiete; ma ſe eſſa pure abbia un moto, come quello del vaſcello ſopra il quale è teſa, ne riſulta ſovente un cambiamento aſſai conſiderabile nella forza che il vento in eſſa eſercita. Suppongaſi che la vela ſia portata verſo una data direzione con la velocità $= v$, e che il vento ſpiri nella ſteſſa direzione con una velocità maggiore $= c$; è chia-

ro

ro che il vento percuoterà la vela allo ſteſſo modo, come ſe eſſa foſſe quieta, ed il vento vi batteſſe con la velocità $= c - v$: e ſe la velocità del vento c foſſe minore di quella della vela, eſſa ne ſarebbe battuta dal lato oppoſto. Ora ſe la direzione del vento foſſe contraria a quella del moto della vela, l' urto ſi farebbe con una velocità $= c + v$: e perciò ſi vede, che biſogna ben diſtinguere nella navigazione la vera velocità e la vera direzione del vento da quella di cui ſi tratta, cioè da quella che effettivamente s' eſercita ſulle vele traſportate da' baſtimenti. Perlochè nominaremo vento apparente, quello che batte nelle vele in moto, per diſtinguerlo dal vento vero, dal quale ſarebbono battute le vele ſe foſſero in quiete.*

§. 6.

Per iſpiegare generalmente queſta diffe-

renza , ſia (*Fig.* 2.) ST la direzione e la velocità con cui è traſportata la vela ; ſicchè queſta linea ST ſia lo ſpazio percorſo in un minuto ſecondo. Spiri il vento nella direzione VS con una velocità indicata da queſta ſteſſa linea VS , la quale per conſeguenza ci rappreſenta il vento vero ; trattaſi di trovare il vento apparente , o quello che ſpingerebbe la vela quieta , nello ſteſſo modo che il vento vero ſpinge la vela in moto. Per riſolvere queſta dimanda , immaginiamoci impreſſo in un iſtante a tutto il ſiſtema un moto contrario ed eguale a quello del vento ; ſicchè tutto ſia traſportato nella direzione SV e con la velocità rappreſentata dalla ſteſſa linea ; l' aria ſarà quieta in tale ipoteſi, e la vela avrà un moto, compoſto del ſuo proprio moto ST e dell' impreſſo SV. Baſterà dunque compire il paralellogramo STvV e la diagonale

le Sv rappresenterà il moto della vela per l' aria quieta ; e perciò reciprocamente la vela sosterrà la stessa forza come se essa fosse in riposo , ed il vento venisse a batterla con la direzione e con la velocità vS : di modo che questa diagonale vS c' indicherà precisamente quello che noi chiamiamo vento apparente.

§. 7.

Laonde se la linea ST indichi il moto della vela , e la linea VS quello del vento vero , il vento apparente ci verrà rappresentato dalla diagonale vS ; e per trovare il suo effetto sulla vela, basterà considerare la vela come se fosse quietà , e fosse battuta dal vento indicato da questa linea vS ; sicchè applicando le formule che abbiamo di sopra esposte , sarà facile il determinare la forza che il vento vero VS esercita sulla vela trasportata col suo moto ST. Dunque se nominiamo la ve-

locità della vela ST $= v$, la velocità del vento vero VS $= c$, e l' angolo VST $= \zeta$, la velocità del vento apparente vS sarà $\sqrt{(cc + 2cv \cdot \text{cos.}\, \zeta + vv)}$; e per la direzione si trova sen. vST $= \frac{v \cdot \text{sen.}\, \zeta}{\sqrt{(cc + 2cv \cdot \text{cos.}\, \zeta + vv)}}$

o pure tang. vST $= \frac{c \cdot \text{sen.}\, \zeta}{v + c \cdot \text{cos.}\, \zeta}$

Onde facilmente s' intende, come conoscendo il vento apparente vS $= u$, il moto della vela ST $= v$, e l' angolo vST $= \eta$, si debba determinare il vento vero: poichè primieramente si troverà la velocità $c = \sqrt{(uu - 2uv \cdot \text{cos.}\, \eta + vv)}$

e poi tang. $\zeta = \frac{-u \cdot \text{sen.}\, \eta}{v - u \cdot \text{cos.}\, \eta}$

§. 8.

Giova notare in questo luogo, che quelli i quali si trovano sopra un bastimento che si muove, non vedono mai il vento vero, ma sempre l' apparente che corris-

risponde al moto del bastimento. Anche le fiammole o banderuole ed i padiglioni mostrano sempre il vento apparente, e l' istrumento pure sopra descritto non mostra che la velocità del vento apparente. Quindi qualora si voglia determinare la forza, che il vento esercita nelle vele d' un bastimento, si deve osservare sullo stesso tanto la direzione, quanto la velocità del vento, e si avrà il vento apparente ricercato, il quale opera nelle vele come se esse fossero in quiete, medianti le formule sopra spiegate. Questa differenza tra il vento vero e l' apparente dichiara molto bene un fenomeno, che spesse volte sembra un paradosso: ed è che due bastimenti, i quali passano uno dinanzi all' altro sul mare pajono mossi da vento contrario, sebbene lo stesso vento spiri egualmente per amendue. Sia ST (*Fig.* 3.) il moto d' uno di que' bastimenti ed S'T' il

mo-

moto dell' altro, e tutti e due ſiano ſpinti dallo ſteſſo vento vero VS o V'S', e tirando le diagonali *v*S ed *v*'S', le ſiammole del primo baſtimento indicheranno il vento *v*S, quelle dell' altro il vento *v*'S', che bene ſpeſſo poſſono differire tra di loro d' alcuni punti. (Il punto appreſſo i marini è un angolo di gr. $11\frac{1}{4}$ o pure la ottava parte d' un angolo retto).*

CAP. II.

Dell' arboratura de' baſtimenti, e della figura della Prora, quale la eſige l' azione delle vele.

§. 9.

NOn è qui neceſſario di deſcrivere minutamente tutto ciò che riſguarda gli alberi; e la maniera di appiccarvi le

le vele : baſta per l' oggetto noſtro avvertire , che ſi procura di riempiere con le vele per quanto è poſſibile , tutto lo ſpazio ſopra il baſtimento a fine di conſeguire da ogni vento tutto lo sforzo che ſi può per metterlo in moto. Perciò ſono ſtabiliti ne' baſtimenti alcuni alberi , ai quali in ogni altezza ſi poſſano appiccar delle vele , e ſi aſſegna ad eſſe tanta larghezza , quanta è permeſſa dalla grandezza del baſtimento. Sovente anche ſi pratica di diſpor delle vele tra gli alberi tanto verſo Prora che verſo Poppa , per aumentare quant' è poſſibile la ſuperficie, ſulla quale il vento deve eſercitar la ſua forza. Qualunque però ſiaſi il numero e grandezza degli alberi e delle vele , ſi può ſempre concepire una ſola vela che battuta dal vento produca lo ſteſſo effetto , che producono tutte le vele preſe inſieme ; ſicchè tutto ſi riduce ad aſſegna-

re

re tanto la grandezza di tal vela equivalente, quanto il luogo al quale deve la medeſima eſſer applicata.

§. 10.

Primieramente intanto la ſuperficie della vela equivalente deve eguagliare la ſomma di tutte le vele attuali, che riguardaremo come piane e paralelle tra di loro; giacchè non v' è alcuna ragione, per cui le vele fiano diverſamente ſpiegate verſo il vento, ed i biſogni della navigazione eſigono ſempre, che tutte le vele fiano egualmente eſpoſte al vento; quando però non ſi vogliano eccettuare alcune piccole vele, che i Piloti riſervano a loro diſpoſizione per ſupplire all' azione del timone, allorchè le circoſtanze il richiedano. Quindi la noſtra vela equivalente ſarà ſempre paralella alle vele attuali, e la ſua ſuperficie ſarà eguale alla ſomma di eſſe. Biſogna però avvertire

un'

un' altra condizione, cioè che la somma deve farsi soltanto delle vele, che sono effettivamente battute dal vento, escludendo quelle, alle quali il vento non può pervenire per l' impedimento d' altre anteriori vele interposte: il che si giudicherà facilmente dalla disposizione delle vele paragonata alla direzione del vento. Per esempio se il bastimento ha il vento in Poppa, le sole vele dell' ultimo albero a Poppa ne riceveranno l' impulso, e le vele degli alberi posti più innanzi verso la Prora non potranno esser battute, che dai piccoli fili di vento che scappano per gl' intervalli tra le ultime vele.

§. 11.

Stabilita l' idea della vela equivalente e la sua grandezza, poichè tutta la forza ch' essa riceve dal vento, sempre passa per il centro di gravità della sua superficie e gli è perpendicolare; questo

pun-

punto è ſenza dubbio di maſſima importanza, ed è quello che il fu Signor *Bouguer* nominò il *centro velare*. Egli è il centro di gravità della vela equivalente, e per eſſo paſſa la media direzione di tutte le forze, con cui il vento opera ſu tutte le vele attuali. E' dunque eſſenziale di conoſcer bene il luogo di queſto centro velare; e ben toſto vedeſi ch' egli ſi trova nel piano diametrale del baſtimento continuato in alto, giacchè comunemente le vele ſono egualmente diſtribuite dall' una e dall' altra parte di queſto piano. La determinazione adunque di queſto punto dipende da due elementi, uno de' quali è l' elevazione ſua ſopra il baſtimento, o piuttoſto ſopra il livello del mare: l' altro riſguarda il punto ſull' aſſe maggiore del baſtimento, nel quale cade la perpendicolare abbaſſata dal centro velare: e nella parte II. s' è già di-

mo-

moſtrato, che queſto punto eſſer deve un poco più vicino alla Prora che alla Poppa.*

§. 12.

Eſſendo nota la ſituazione e la grandezza di tutte le vele attuali, i principj della Statica c' inſegnano la ſeguente regola, per determinare il luogo del centro velare. Suppongaſi la ſuperficie d' una vela qualunque $= K$, l' elevazione del ſuo centro di gravità ſopra il mare $= b$, che è la perpendicolare tirata da queſto punto alla ſuperficie del mare: la diſtanza di queſta linea dalla Poppa ſia $= l$, e per tutte le altre vele queſte medeſime quantità ſiano indicate dalle lettere K', b', l'; K'', b'', l'' &c. Ciò poſto l' altezza del centro velare ſarà

$$\frac{Kb + K'b' + K''b'' + K'''b''' \text{ \&c.}}{K + K' + K'' + K''' \text{ \&c.}}$$

e la diſtanza di queſto punto dalla Poppa ſarà

$$\frac{Kl + K'l' + K''l'' + K'''l''' \text{ \&c.}}{K + K' + K'' + K''' \text{ \&c.}}$$

Per altro ben s' intende, che l' altezza del centro velare dipende principalmente dall' altezza degli alberi, la quale non si può accrescere oltre a certi confini, prescritti tanto dalla grandezza de' bastimenti, quanto dalla loro destinazione. Ora poichè le vele più alte sono comunemente molto minori delle più basse, è evidente che il centro velare non cade nel mezzo dell' altezza occupata dalle vele, ma sempre un poco più basso. Quindi è facil cosa comprendere, come le vele attuali debbano esser disposte, affinchè il centro velare cada in un punto dato; e perciò considereremo sempre tanto il luogo del centro velare, quanto la grandezza della vela equivalente come date, per quindi determinare tutte le regole che conducono al perfetto maneggio de' bastimenti. *

§. 13.

§. 13.

Sia dunque (*Fig.* 4.) la ſezion diametrale d' un baſtimento, e la linea d' immerſione, o l' aſſe maggiore della carena ſia AB, la retta LEH ſia la colomba, il punto G ſia il centro di gravità, ed W ſia il centro velare, più elevato di G dell' intervallo W*g*, e più avanzato dal mezzo verſo la Prora della quantità G*g* o pure F*f*. Ora poichè la forza del vento paſſa ſempre per il centro velare W, e la ſuperficie della vela equivalente è comunemente tanto grande quanto lo permettono le circoſtanze, deve riſultarne un maſſimo momento di forza, per inclinare il baſtimento, e tanto maggiore, quanto più ſarà elevato il centro velare ſopra il centro di gravità G. Nelle corſe dirette, nelle quali ſi può impiegare tutta la forza del vento, queſto momento di forza inclinerà il baſtimento verſo la Prora; e

ſebbene la ſtabilità relativa all' aſſe di larghezza ſia la maſſima, queſta inclinazione però turberà ſempre il moto del baſtimento. Per impedire queſto effetto è neceſſario, che la reſiſtenza della Prora ſomminiſtri un momento di forza eguale ed in ſenſo contrario: il che ſuccederà, quando la media direzione della reſiſtenza paſſi per lo ſteſſo centro velare W. Imperciocchè ſia WR la forza di reſiſtenza della Prora, la quale ſi riſolva nella direzione orizzontale W*s*, e nella verticale W*u*, ed è chiaro che la prima ſarà diſtrutta dalla forza del vento; ſicchè non ne riſulterà verun momento atto ad inclinare il baſtimento. L' altra forza ovvero la verticale W*u* produce anch' eſſa un doppio buon effetto, tanto perchè ſpinge in alto il baſtimento, e ne diminuiſce il ſuo peſo, e perciò anche la profondità della carena, quanto perchè queſta forza, eſſendo

ap-

applicata dinanzi al centro di gravità G, tende ad innalzare la Prora: di modo che quand' anche il centro velare W foſſe più elevato, niente vi ſarebbe a temere per queſta parte. Onde ſi vede, che queſto buon effetto potrebbe eſſere ancora accreſciuto, dando alle vele qualche piccola inclinazione all' orizzonte; nel qual caſo la forza del vento ſpingerebbe alcun poco all' insù.

§. 14.

La media direzione della reſiſtenza paſſarebbe ſempre infallibilmente per il centro velare W, ſe la ſuperficie della Prora foſſe una porzione di sfera deſcritta col centro W e col raggio WH o pure WA. Poichè allora tutte le direzioni perpendicolari alla ſuperficie della Prora paſſarebbero per lo ſteſſo punto W, tutti gli sforzi elementari dell' acqua ſi raccoglierebbero in quel punto medeſimo, e

per conſeguenza anche la loro media direzione WR ; e ciò accaderebbe non ſolamente nelle corſe dirette , ma anche nelle obblique , qualora la ſola detta porzione di sfera riceveſſe l' urto dell' acqua. Ma ſiccome le altre circoſtanze non permettono , che ſi dia a tutta la Prora sì fatta figura , ſarà ſempre vantaggioſo , che almeno l' aſta HA ſia un arco di cerchio deſcritto dal centro velare W. Il che ci dà una regola aſſai facile , per procurare in tutti i caſi che vengano propoſti , all' aſta di Prora HA la figura più conveniente dall' eſtremità della colomba H ſino all' eſtremità della carena A : giacchè per la porzione che ſta ſopra l' acqua converrà ſempre darle una direzione preſſo a poco verticale , affinchè le burraſche e l' onde tormentino meno il baſtimento.

§. 15.

Per le corſe dirette poi ſi conſeguiran-

no

no gli ſteſſi vantaggi, qualora la Prora abbia la figura d' un ſolido rotondo, generato dalla rotazione di qualche figura intorno al punto W, o piuttoſto intorno ad un aſſe orizzontale, tirato per queſto punto, e paralello all' aſſe traverſale del baſtimento. Laonde per dare alla Prora una sì fatta figura, ſi concepiſca tagliato il baſtimento con un piano perpendicolare a quello della figura, il quale paſſi tanto per il punto W quanto per l' eſtremità della colomba H, e la figura di queſta ſezione aggirata intorno al detto aſſe concepito in W, deſcriverà la giuſta figura della Prora, almeno per quella parte che giace ſott' acqua: giacchè per l' altra che ſta ſopra acqua, ſi può eſſa ſempre fare ſecondo il biſogno.

§. 16.

Sebbene sì fatta figura non ſia propriamente adattata che alle corſe dirette, eſ-

ſa non pertanto ci procurerà de' grandi vantaggi anche nelle corſe obblique. Poichè quantunque il momento per inclinare il baſtimento non venga con ciò intieramente diſtrutto, non ne reſta per altro che una piccoliſſima porzione, per cui eſſo è forzato ad inclinarſi da un lato: ed in oltre quanto meno conſiderabile ſarà il momento che riſulta dalla forza del vento che ſpinge ad un lato il baſtimento, tanto più obbliquamente il vento lo colpirà, come avviene ſempre in queſte corſe. Nondimeno è ſempre neceſſario l' aumentare quant' è poſſibile la ſtabilità de' baſtimenti relativa al loro aſſe maggiore; ed abbiamo già dimoſtrato, che ciò ſi conſeguirà aſſai felicemente aumentando la larghezza della carena relativamente al peſcar della nave. L' allungamento de' baſtimenti potrà altresì contribuirvi molto, atteſo che con ciò la pro-

fon-

fondità della carena può avere qualche diminuzione, mentre il peso intiero del bastimento o resta lo stesso, o riceve minor accrescimento di quello, che ne riceva la lunghezza.

§. 17.

La costruzione che abbiamo data dell' asta da Prora, è così semplice e così facile de eseguirsi, che non si deve desiderare di più. Nondimeno sarà ben fatto d' aggiungere anche alcune formule per determinare lo slancio e l' obbliquità dell' asta in quanto è immersa nell' acqua. Perciò nominiamo come sopra (*Fig.* 4.) la lunghezza della carena AB $= a$, la larghezza $= b$, la profondità o sia il pescare EF $= e$. Sia poi l' elevazione del centro velare W sopra la linea d' acqua W$f = h$, ed abbiamo veduto che bisogna prendere l' intervallo A$f = \frac{2}{5} a$; sicchè F$f = \frac{1}{10} a$, supponendo il punto F nel

mezzo dell' asse AB ; onde s' avrà $We = h + e$, ed $Ee = \frac{1}{10}a$. Ma il triangolo rettangolo AWf dà $AW^2 = hh + \frac{4}{25}aa$, a cui è eguale il quadrato della linea WH: leviamo dunque da questo il quadrato dell' altezza We, che è $hh + 2eh + ee$, e s' avrà $He^2 = \frac{4}{25}.aa - 2eh - ee$, e perciò $EH = \frac{1}{10}a + \sqrt{\frac{4}{25}aa - 2eh - ee}$. Quindi si determina l' estremo H della colomba, dal quale comincia l' asta di Prora : e levando questo intervallo dal semiasse $AF = \frac{1}{2}a$, s' avrà lo slancio di detta asta

$$Ah = \frac{2}{5}a - \sqrt{\frac{4}{25}aa - 2eh - ee}$$

essendo l' altezza $Hh = e$.*

§. 18.

Sviluppiamo questa formula nelle differenti specie di bastimenti che sono in uso, e nelle quali pare già che si possa in generale supporre $Wf = h = 4e$, essendo

do tutta l' altezza $We = 5e$, giacchè una piccola differenza in questo elemento non è d' alcuna conseguenza. Poi supponiamo la larghezza $b = \frac{5}{2}e$, come esige la stabilità ; e finalmente sia $a = nb = \frac{5}{2}ne$, dove il numero n include le diverse specie di bastimenti. Ciò posto lo slancio dell' asta di Prora diverrà

$$Ab = ne - e\sqrt{nn - 9}.$$

Mettiamo dunque successivamente in luogo di n i numeri $3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5, 5\frac{1}{2}, 6$; e trovaremo per le sette specie de' bastimenti gli slanci d' asta che seguono :

I.° Se $a = 3b$, s' avrà $Ab = 3e$,
ed $a = 7\frac{1}{2}e$.

II.° Se $a = 3\frac{1}{2}b$, s' avrà
$Ab = 3,5 \cdot e - e\sqrt{3,25} = 1,691e$,
ed $a = 8\frac{3}{4}e$.

III.° Se $a = 4b$, s' avrà

Ab

$A\,b = 4b - e\sqrt{7} = 1,355.e$,
ed $a = 10.e$.

IV.° Se $a = 4\frac{1}{2}\,b$, s' avrà

$A\,b = 4,5.e - e\sqrt{11,25} = 1,146.e$,
ed $a = 11\frac{1}{4}\,e$.

V.° Se $a = 5b$, s' avrà

$A\,b = 5.e - e\sqrt{16} = e$,
ed $a = 12\frac{1}{2}\,e$,

VI.° Se $a = 5\frac{1}{2}\,b$, s' avrà

$A\,b = 5,5.e - e\sqrt{21,25} = 0,891.e$,
ed $a = 13\frac{3}{4}\,e$.

VII.° Se $a = 6b$, s' avrà

$A\,b = 6.e - e\sqrt{27} = 0,812.e$,
ed $a = 15\,e$.

Dal che si vede, che quanto più lunghi sono i bastimenti, tanto minore deve essere lo slancio dell' asta di Prora; quando però non si voglia ne' bastimenti più lunghi alzare ancora il centro velare VV*.

CA-

CAP. III.

Del moto de' baſtimenti nel corſo diretto.

§. 19.

AFfinchè un baſtimento poſſa ſcorrere ſecondo la ſua propria direzione, biſogna che la forza ſpingente operi nella ſteſſa direzione ; e perciò tutte le vele devono eſſer talmente diſpoſte , che i loro piani ſiano perpendicolari all' aſſe maggiore del baſtimento : onde le direzioni della forza , che ricevono dall' impulſo del vento , rieſcano paralelle allo ſteſſo aſſe. Sia dunque (*Fig.* 5.) AB l' aſſe maggiore del baſtimento , A la Prora, B la Poppa , e la linea SF*s* perpendicolare a queſt' aſſe rappreſenti la vela equivalente , di cui la ſuperficie ſia $=ff$. Ora il baſtimento così diſpoſto ſarà moſſo nella ſua propria direzione BA , ſin che il ven-

to può battere nella vela SF*s*: il che avviene ſempre che la direzione del vento VF fa coll' aſſe BF un angolo acuto verſo l' uno o l' altro lato. Poichè egli è chiaro, che quando l' angolo BFV diventaſſe retto, la vela non ne ſarebbe più battuta, e ſe il vento veniſſe dal lato UF, il baſtimento ſarebbe ſpinto all' indietro.

§. 20.

Supponiamo pertanto l' angolo BFV ſvanito, o pure che il baſtimento abbia il vento in Poppa, di cui la vera velocità ſia $=c$. Suppongaſi che il baſtimento abbia già acquiſtata una velocità $=v$ nella ſteſſa direzione BA. Dunque poichè la vela SF*s* ha lo ſteſſo moto, eſſa non ſarà battuta dal vento, ſe non che coll' eccesſo della velocità di queſto ſopra quella del baſtimento, o pure la ſua velocità apparente ſarà $=c-v$, e la direzione eſſendo per-

pen-

pendicolare alla vela, la forza che ne risulterà sarà eguale al peso d' una massa d' acqua, il di cui volume è $\frac{1}{800} \cdot \frac{c - v^2}{4g} \cdot ff$, e di tanto s' accelerarebbe il moto del bastimento, se non incontrasse veruna resistenza.

§. 21.

Pongasi al presente che il bastimento incontri nell' acqua la medesima resistenza che provarebbe una superficie piana $= rr$, la quale urtasse nell' acqua perpendicolarmente con la stessa velocità $= v$, da cui risultarebbe una resistenza $= \frac{vv}{4g} \cdot rr$. E' evidente, che se la forza spingente fosse maggiore di questa resistenza, il moto sarebbe accelerato, e s' ella fosse minore, il moto sarebbe ritardato. Dunque affinchè il bastimento scorra con una velocità uniforme, bisogna, che la forza spingente sia eguale alla resistenza; dal che deduce-

ceſi queſta equazione $\frac{1}{800} \cdot \frac{c-v^2}{4g} \cdot ff = \frac{vv}{4g} \cdot rr$, di cui la radice quadrata dà $(c-v) \cdot f = vr \cdot \sqrt{800}$. Quindi la velocità del baſtimento ſarà $v = \frac{cf}{f+r \cdot \sqrt{800}}$; di modo che nel caſo da noi conſiderato, il baſtimento concepirà una velocità, che ſarà ſempre minore di molto della velocità del vento c: e ſi può dedurre ancora quale dovrebbe eſſere la ſuperficie delle vele, affinchè il baſtimento acquiſtaſſe la metà, il terzo, o qualche altra parte della velocità del vento. Poichè per la metà biſognarebbe che foſſe $f = r \cdot \sqrt{800}$, ed $ff = 800 \cdot rr$: perchè diventaſſe $v = \frac{1}{3} c$, biſognarebbe che foſſe $f = \frac{1}{2} r \cdot \sqrt{800}$, o pure $ff = 200 \cdot rr$, e perchè diventaſſe $v = \frac{1}{4} c$, dovrebbe eſſere $f = \frac{1}{3} r \cdot \sqrt{800}$, o ſia $ff = \frac{800}{9} \cdot rr = 88\frac{8}{9} rr$. Che ſe ſi dimandaſſe una velocità $v = \frac{2}{3} c$,

ſi

si trovarebbe $f = 2r.\sqrt{800}$, o pure $ff = 3200.rr$; dal che si vede, che quando siasi conseguito un certo grado di velocità, non si ha il prezzo dell' opera aumentando le vele oltre quel termine, per acquistare una velocità maggiore. *

§. 22.

Consideriamo ora un vento qualsivoglia, il quale spiri nella direzione VF, con la vera velocità $= c$, coll' obbliquità $BFV = \theta$, e la velocità del bastimento sia $= v$. Per trovare la velocità apparente del vento, rappresentando (*Fig. 6.*) con la retta VF la velocità c, si prenda $FT = v$, e si compisca il paralellogramo $VFTv$, per avere la diagonale vF, che mostrerà il vento apparente che opera nella vela. Abbiamo veduto di sopra, che a cagione dell' angolo $BFV = \theta$ è

$vF = \sqrt{(cc - 2cv \cos.\theta + vv)}$:

e poichè l' angolo

FTv

$FTv = \theta$, e $Tv = VF = c$,

tirando da v ſopra TF la perpendicolare vu, ſi ha

$vu = c.\text{ſen.}\,\theta$, e $Tu = c.\text{coſ.}\,\theta$.

e perciò

$Fu = c.\text{coſ.}\,\theta - v$:

e per tutto ciò riſulta

$$\text{tang. } BFv = \frac{vu}{Fu} = \frac{c.\text{ſen.}\,\theta}{c.\text{coſ.}\,\theta - v}:$$

e per conſeguenza

$$\text{ſen. } BFv = \frac{c.\text{ſen.}\,\theta}{\sqrt{(cc - 2cv.\text{coſ.}\,\theta + vv)}}$$

e

$$\text{coſ. } BFv = \frac{c.\text{coſ.}\,\theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv.\text{coſ.}\,\theta + vv)}}.$$

§. 23.

Sia dunque (*Fig.* 5.) vF il vento apparente, dal quale la vela è effettivamente battuta, e poichè la ſua velocità ſi trovò

$vF = \sqrt{(cc - 2cv.\text{coſ.}\,\theta + vv)}$

ed il coſeno dell' angolo

$$BFv = \frac{c.\text{coſ.}\,\theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv.\text{coſ.}\,\theta + vv)}},$$

que-

queſto ſteſſo coſeno ſarà il ſeno d' incidenza, o dell' angolo vFS, il quale moltiplicato per la velocità dà il prodotto $= c.\text{cof.}\theta - v$, il di cui quadrato diviſo per $4g$ deve eſſer ancora moltiplicato per la ſuperficie delle vele ff, e diviſo per 800, per aver finalmente la forza ſpingente, che per conſeguenza ſarà $\frac{1}{800} \cdot \frac{\overline{c.\text{cof.}\theta - v^2}}{4g} \cdot ff$. La quale confrontata come ſopra con la reſiſtenza $\frac{v^2}{4g} . rr$, dà queſta determinazione

$$v = \frac{c.\text{cof.}\theta . f}{f + r . \sqrt{800}}.$$

Onde ſi vede che queſta determinazione non differiſce dalla precedente ſe non in queſto, cioè, che in luogo di c ſi ha qui $c.\text{cof.}\theta$, il che con un facile ragionamento avreſſimo in un tratto potuto dimoſtrare. Poichè riſolvendo il vento vero VF nelle direzioni FB, FS, è chia-

ro che quella che è eſpreſſa per $c.\text{cof.}\,\theta$, deve eſſer diminuita della velocità del baſtimento v; onde appariſce, che la velocità v è ſempre non ſolamente minore della velocità del vento c, ma anche minore di $c.\ \text{cof.}\ \theta$.

§. 24.

Quindi raccoglieſi, che quanto più l' obbliquità del vento o l' angolo BFV s' accoſta ad un retto, tanto minore rieſce la velocità del baſtimento, e ciò in ragione del coſeno di queſt' angolo. Conviene però attentamente avvertire, che qui ſi ſuppone una ſteſſa quantità ff, la quale include tutte le vele battute dal vento. Ma s' incontra qui un grande paradoſſo, cioè che un vento obbliquo può imprimere al baſtimento una velocità maggiore, di quella che può produrre un vento ſpirante ſecondo la direzione BF: e queſto avviene, quando il baſtimento

ha

ha più alberi guerniti di vele ; poichè in tal caso , quando il vento viene nella direzione BF , non può battere che nelle vele dell' ultimo albero , e restano perciò inutili intieramente quelle degli alberi anteriori. Ma quando il vento ha qualche obbliquità , può anche battere nelle vele anteriori o tutte o in parte ; onde è facile intendere , che la diminuzione cagionata dall' obbliquità potrà essere abbondantemente compensata dal maggior numero delle vele messe in azione. Per conseguenza bisogna in questo caso sempre dare alla quantità *ff* il suo giusto valore , computando tutte le vele , che si troveranno attualmente battute dal vento; e così quanto sarà maggiore l' obbliquità del vento , tanto più bisognerà aumentare il valore di *ff* in conformità delle circostanze che il numero degli alberi , e la loro distanza faranno facilmente conoscere.

§. 25.

Dopo queſta eſpoſizione generale facciamone l' applicazione alle differenti ſpecie di baſtimenti, che ſono in uſo. Pongaſi come ſino ad ora la lunghezza della carena AB $= a$ la larghezza $= b$, la profondità $= e$, ed abbiamo veduto, che il valore di rr, il quale c' indica la ſuperficie piana, che nell' acqua provarebbe la ſteſſa reſiſtenza, che il baſtimento incontra di fatto, è preſſo a poco $rr = \frac{3}{4} . be . \frac{2.b^2}{a^2 + 2b^2}$. Poi per le vele ſupponiamo come ſopra l' altezza del centro velare ſopra la linea d' acqua $b = 4.e$; dalla quale biſogna detrarre in circa $1.e$ per aver la ſua elevazione ſopra la coperta del baſtimento, che ſarà perciò $= 3.e$, onde l' altezza delle vele ſarà preſſo a poco $= 6.e$; e poichè la larghezza delle vele è regolata ſulla larghezza del

ba-

bastimento, si potrà valutare la superficie delle vele d' un albero $= 6 . be$; o essendo per lo più $e = \frac{2}{5} . b$, questa superficie sarà $= \frac{12}{5} . bb$. Ora siccome bisogna detrarre qualcosa a cagione della curvità delle vele, per cui l' azione del vento è indebolita, metteremo soltanto $= 2bb$ la superficie delle vele d' un albero; sicchè per tutti tre gli alberi principali avremo la superficie $= 6 . bb$. Quindi è chiaro, che quando il vento viene direttamente in Poppa, non si potrà supporre ff maggiore di $2bb$: e per i venti obbliqui questo valore potrà crescere fino a $6 . bb$. Porremo perciò in generale $ff = \alpha . bb$. *

§. 26.

Avendo dunque $ff = \alpha . bb$, ed

$$rr = \frac{3}{4} . be . \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2},$$

o pure a cagione di $e = \frac{2}{5} b$

$$rr = \frac{3}{10} \cdot bb \cdot \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} = \frac{3 \cdot b^4}{5(a^2 + 2b^2)} :$$

se sostituiremo questi valori nell' espressione ritrovata (§. 23.) per la velocità del bastimento v, quando il vento spira nella direzione VF con la velocità $= c$, la sua obbliquità essendo $BFV = \theta$: avremo

$$v = \frac{c. \cos. \theta . \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \frac{b . \sqrt{480}}{\sqrt{(a^2 + 2b^2)}}} = \frac{c. \cos. \theta}{1 + \frac{b . \sqrt{480}}{\sqrt{\alpha (a^2 + 2b^2)}}} :$$

nella quale bisogna notare, che il numero α può crescere dal 2 fino al 6: in oltre essendo a^2 sempre molto maggiore di $2b^2$, e questa ricerca non ammettendo precisione, potremo francamente supporre

$$v = \frac{ac. \cos. \theta . \sqrt{\alpha}}{a\sqrt{\alpha} + b\sqrt{480}} .$$

Dalla quale si deduce per il caso del vento in Poppa, nel quale $\theta = 0$, ed $\alpha = 2$,

$$v = \frac{ac}{a + b\sqrt{240}} = \frac{2ac}{2a + 31. b} .$$

Que-

Queſta formula ci darà per le ſette principali ſpecie de' baſtimenti la velocità, che lo ſteſſo vento in Poppa $= c$ potrà loro imprimere:

	ſe	s' avrà
I.	$a = 3 . b$;	$v = \frac{6}{37} . c.$
II.	$a = 3\frac{1}{2} . b$;	$v = \frac{7}{38} . c.$
III.	$a = 4 . b$;	$v = \frac{8}{39} . c.$
IV.	$a = 4\frac{1}{2} . b$;	$v = \frac{9}{40} . c.$
V.	$a = 5 . b$;	$v = \frac{10}{41} . c.$
VI.	$a = 5\frac{1}{2} . b$;	$v = \frac{11}{42} . c.$
VII.	$a = 6 . b$;	$v = \frac{12}{43} . c.$ *

§. 27.

Ma quando il vento ſpira con qualche obbliquità $BFV = \theta$; per trovare la velocità del baſtimento, biſogna non ſolamente moltiplicare la velocità del vento c per cof. θ, ma biſogna ancora aſſegna-

re alla lettera α un valore maggiore di 2, a misura che sarà battuta dal vento una maggior quantità di vele: dal che può derivare, che un vento obbliquo imprima al bastimento un maggior grado di velocità, di quello che se egli fosse diretto, e sarà facile d' assegnare tale velocità in ogni caso che sia proposto. Quando poi il vento ha qualche obbliquità si può sempre ritrarne un maggior vantaggio scegliendo qualche via obbliqua; ed applicando le formule che abbiamo sopra riportate, saremo in istato di risolvere la questione seguente, che senza dubbio è della più grande importanza nella navigazione, cioè: Data la direzione del vento ed il cammino che deve fare il bastimento, trovare la disposizione delle vele, affinchè il bastimento riceva la massima velocità. Ma prima di dare la soluzione di questo problema, dobbiamo svi-

lup-

luppare più distintamente tutto ciò che riguarda le corse obblique.

CAP. IV.

Del moto de' bastimenti nel corso obbliquo.

§. 28.

IL bastimento seguirà una via più o meno obbliqua, sempre che la forza spingente non sia diretta secondo l' asse maggiore: e ciò avviene quando le vele non sono tese perpendicolarmente alla direzione dell' asse maggiore. Sia pertanto (*Fig.* 7.) AB l' asse maggiore del bastimento, e la linea SF*s* sia la direzione della vela equivalente, la superficie della quale sia sempre $= ff$: l' obbliquità ovvero l' angolo AFS, che la suddetta direzione fa con AB, sia $= n$; e da qualsi-

vo-

voglia parte ſpiri il vento VF, purchè egli batta nella ſuperficie poſteriore della vela *Ss*, la forza ſpingente ſarà ſempre diretta ſecondo la linea FY perpendicolare alla vela. Dunque poichè l' angolo SFY è retto, avremo l' angolo AFY = $90° - \eta$, che è lo ſteſſo che abbiamo di ſopra nominato = ψ, e per il quale abbiamo aſſegnata la direzione dello ſteſſo moto FX, e nominato l' angolo AFX = φ, che indica la deviazione del baſtimento. Quindi biſogna richiamare alla memoria tanto la relazione tra i due angoli AFX = φ, e AFY = $\psi = 90° - \eta$, quanto anche la formula che eſprime la reſiſtenza che ſoffre il baſtimento nel corſo obbliquo.

§. 29.

Suppongaſi ſempre la lunghezza della carena AB = a, la ſua larghezza = b, e la profondità o il peſcar del baſtimento = e; ed eſſendoſi ritrovata la ſeguente

equa-

equazione per la relazione tra φ e ψ, cioè

$$\text{tang. } \psi = \frac{a^3}{2b^3} \cdot \text{tang. } \varphi^2$$

ponendo qui la velocità del baſtimento $= v$ ſecondo la direzione FX, avremo la forza di reſiſtenza eſpreſſa per

$$\frac{vv}{4g} \cdot \frac{3}{4} ae \cdot \frac{\text{ſen. } \varphi^2}{\text{ſen. } \psi},$$

alla quale deve eſſer eguale la forza ſpingente, fino a tanto che il moto del baſtimento è uniforme. Per rendere queſte formule di maggior uſo alla pratica, aggiungeremo qui due tavole che moſtrano per tutte le obbliquità delle vele, o angoli AFS $= n$ di cinque in cinque gradi, tanto i valori della deviazione, o gli angoli AFX $= \varphi$, quanto i valori della formula $\frac{\text{ſen. } \varphi 2}{\text{ſen. } \psi}$, che ſerve a conoſcere le forze di reſiſtenza.*

Ta-

Tavola I.

Che moſtra la deviazione AFX $= \varphi$, per tutti gli angoli AFS $= \eta$ nelle ſette ſpecie principali de' baſtimenti.

l' angolo AFS $= \eta$	Specie de' baſtimenti. $a = 3\,b$	$a = 3\frac{1}{2}\,b$	$a = 4\,b$
90°	0	0	0
85	4° 36′	3° 40′	2° 59
80	6 31	5 11	4 14
75	7 58	6 40	5 27
70	9 19	7 25	6 5
65	10 30	8 24	6 54
60	11 41	9 19	7 39
55	12 50	10 15	8 25
50	14 1	11 11	9 12
45	15 12	12 12	10 2
40	16 33	13 16	10 55
35	17 26	14 30	11 57
30	19 43	15 52	13 6
25	21 43	17 31	14 29
20	24 17	19 42	16 20
15	27 44	22 39	18 51
10	32 57	27 13	22 50
5	42 37	36 9	30 52

Tavola I.

Che moſtra la deviazione AFX = φ, per tutti gli angoli AFS = η nelle ſette ſpecie principali de' baſtimenti.

l'angolo AFS = η	Specie de' baſtimenti. $a = 4\frac{1}{2}b$	$a = 5b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6b$
90°	0	0	0	0
85	2° 30′	2° 9′	1° 52′	1° 37′
80	3 33	3 2	2 38	2 19
75	4 42	3 55	3 23	2 57
70	5 7	4 22	3 47	3 19
65	5 48	4 57	4 17	3 46
60	6 25	5 29	4 45	4 11
55	7 4	6 3	5 14	4 37
50	7 44	6 37	5 44	5 3
45	8 26	7 13	6 15	5 31
40	9 11	7 52	6 49	5 59
35	10 4	8 37	7 29	6 34
30	11 3	9 27	8 13	7 13
25	12 15	10 31	9 7	8 1
20	13 48	11 50	10 18	9 4
15	15 56	13 44	11 57	10 32
10	19 26	16 46	14 38	12 55
5	26 36	23 9	20 20	18 1

Tavola II.

Che moſtra il valore della formula $\frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \psi}$ per tutte le obbliquità delle vele nelle ſette principali ſpecie de' baſtimenti.

l' angolo AFS $= \eta$	Specie de' baſtimenti. $a = 3\,b$	$a = 3\frac{1}{2}\,b$	$a = 4\,b$
90°	0,0741	0,0466	0,0312
85	0,0738	0,0464	0,0311
80	0,0741	0,0470	0,0314
75	0,0751	0,0477	0,0320
70	0,0766	0,0489	0,0328
65	0,0781	0,0503	0,0339
60	0,0820	0,0524	0,0354
55	0,0864	0,0550	0,0373
50	0,0918	0,0585	0,0398
45	0,0972	0,0628	0,0426
40	0,1059	0,0688	0,0468
35	0,1109	0,0753	0,0515
30	0,1314	0,0863	0,0593
25	0,1468	0,0965	0,0704
20	0,1800	0,1209	0,0842
15	0,2269	0,1535	0,1080
10	0,3004	0,2124	0,1515
5	0,4602	0,3493	0,2642

Tavola II.

Che moſtra il valore della formula $\frac{\text{sen. } \varphi_2}{\text{sen. } \psi}$ per tutte le obbliquità delle vele nelle ſette principali ſpecie de' baſtimenti.

l'angolo AFS $= \eta$	Specie de' baſtimenti. $a = 4\frac{1}{2}\,b$	$a = 5\,b$	$a = 5\frac{1}{2}\,b$	$a = 6\,b$
90°	0,0219	0,0160	0,0120	0,0092
85	0,0219	0,0161	0,0122	0,0094
80	0,0221	0,0162	0,0123	0,0095
75	0,0226	0,0165	0,0124	0,0096
70	0,0233	0,0170	0,0127	0,0097
65	0,0239	0,0174	0,0131	0,0101
60	0,0250	0,0182	0,0137	0,0106
55	0,0262	0,0191	0,0145	0,0113
50	0,0281	0,0207	0,0155	0,0121
45	0,0298	0,0221	0,0167	0,0129
40	0,0332	0,0244	0,0184	0,0142
35	0,0367	0,0273	0,0203	0,0159
30	0,0424	0,0311	0,0236	0,0182
25	0,0499	0,0374	0,0264	0,0207
20	0,0605	0,0447	0,0340	0,0269
15	0,0780	0,0582	0,0444	0,0346
10	0,1124	0,0845	0,0647	0,0508
5	0,2012	0,1551	0,1209	0,0960

§. 30.

Mediante queſte due tavole ſi può determinare la corſa d' un baſtimento per qualſivoglia obbliquità delle ſue vele AFS $= \eta$, ed in ogni ſpecie, purchè il vento venga dalla parte SB*s*, e batta nella faccia poſteriore delle vele. Poichè la prima tavola indica la deviazione o l' angolo AFX $= \varphi$, e la ſeconda ci dà il valore della formula $\frac{\text{ſen. } \varphi^2}{\text{ſen. } \frac{1}{2}\eta}$, che nominaremo $= s$. Dunque poſta $= v$ la velocità del baſtimento, la reſiſtenza ſarà $\frac{vv}{4g} . \frac{3}{4} ae . s$: e perciò (*Fig.* 8.) ſe la retta VF moſtri il vento vero, del quale la velocità ſia $= c$, e l' obbliquità d' incidenza ovvero l' angolo VFS $= \theta$, converrebbe ricercare il vento apparente per la regola data di ſopra; ma poichè queſta ricerca potrebbe imbarazzare, daremo qui una regola più ſemplice. Preſa la linea VF $= c$, ſi prenda nella di-

re-

rezione FX del baſtimento la porzione $Fx = v$, indi ſi meni la perpendicolare TFZ alla vela SFs, e dai punti V ed x ſi conducano le perpendicolari VT, xZ, onde la linea TF indicherà la velocità del vento perpendicolare alla vela, e la linea FZ la velocità con cui la vela sfugge nella direzione del vento: quindi ne ſegue, che la vela ſarà caricata dal vento nello ſteſſo modo, come ſe eſſa ſtaſſe quieta, ed il vento vi batteſſe perpendicolarmente con una velocità $= TF - FZ$. Dunque poichè l' angolo $SFV = \theta$, e l' angolo $SFx = \eta + \varphi$, s' avrà $FT = c.\,\text{ſen.}\,\theta$, ed $FZ = v.\,\text{ſen.}\,(\eta + \varphi)$, e perciò la velocità perpendicolare del vento ſarà $= c.\,\text{ſen.}\,\theta - v.\,\text{ſen.}\,(\eta + \varphi)$, e per conſeguenza ſupponendo la ſuperficie della vela $ff = \alpha\, bb$ (per il §. 25.) ſarà la forza del vento

$$\frac{1}{800} \cdot \frac{c.\,\text{ſen.}\,\theta - v.\,\text{ſen.}\,(\eta + \varphi)^2}{48} \cdot \alpha\, bb,$$

la quale eguagliando la reſiſtenza darà queſta equazione

$$vv \cdot \frac{3}{4} aes = \frac{1}{800} \left(c. \text{ſen.}\, \theta - v. \text{ſen.}\, (\eta + \varphi) \right)^2 \alpha bb,$$

onde ſi deduce

$$v = \frac{c. \text{ſen.}\, \theta \,.\, b \sqrt{\alpha}}{\sqrt{(600 \,.\, aes + \text{ſen.}\, (\eta + \varphi) \,.\, b \sqrt{\alpha})}},$$

o pure

$$v = \frac{c. \text{ſen.}\, \theta}{\text{ſen.}\, (\eta + \varphi) + \sqrt{\left(\frac{600\, aes}{\alpha bb}\right)}}.$$

Queſta formula adunque eſprime la vera velocità con cui il baſtimento ſcorrerà per la ſua via F*x*.

§. 31.

Ma poichè ſul mare allorchè il baſtimento ſcorre, non ſi può riconoſcere mai il vento vero, ma le oſſervazioni tutte moſtrano ſempre il vento apparente, il quale entra immediatamente nell' eſpreſſione della forza ſpingente: la riduzione che abbiamo inſegnata nell' articolo pre-

ce-

cedente diventa in parte inutile, e la velocità del baſtimento potrà molto più agevolmente determinarſi. Imperciocchè ſe la linea VF $= c$ indichi la velocità del vento apparente, il di cui angolo d' incidenza ſia VFS $= \theta$, la forza ſpingente ſi trova $= \frac{1}{800} \cdot \frac{cc \cdot \text{ſen. } 62}{4g} \cdot \alpha bb$, che eſſendo eguagliata alla reſiſtenza $\frac{vv}{4g} \cdot \frac{3}{4} aes$, dà la velocità del baſtimento

$$v = c \cdot \text{ſen. } \theta \sqrt{\frac{\alpha bb}{600 \cdot aes}}.$$

Eccone un eſempio: Sia il baſtimento della quinta ſpecie, nella quale $a = 5b$, ed il peſcare ſia $e = \frac{1}{3} b$; ſicchè $ae = \frac{5}{3} bb$: ſia in oltre la ſomma delle vele in azione $ff = 4bb$, oppure $\alpha = 4$: ſia finalmente l' obbliquità delle vele AFS $= 50° = \eta$, e s' avrà dalla prima tavola la deviazione $\varphi = 6°, 37'$, e dalla ſeconda tavola $\frac{\text{ſen. } \varphi^2}{\text{ſen. } \downarrow} = s = 0,0207$.

Suppongasi ora la velocità apparente $= c$, e l' angolo d' incidenza $= \theta$, e si ritroverà la velocità del bastimento

$$v = c.\text{sen.}\,\theta.\sqrt{\frac{4}{600.\frac{5}{3}.0,0207}}$$ o pure

$$v = c.\text{sen.}\,\theta.\sqrt{\frac{40}{207}} = 0,4396.c.\text{sen.}\,\theta.$$

Laonde se l' obbliquità del vento fosse $VFS = 30°$, la velocità del bastimento sarebbe $= 0,2198.c$: cioè a un di presso la quinta parte di quella del vento.

§. 32.

Se si confronti la direzione del vento VF con la via del bastimento FX, è evidente che l' angolo VFX deve esser maggiore dell' angolo $SFX = \eta + \varphi$. Ora considerando la prima tavola, vediamo, che la somma de' due angoli $\eta + \varphi$ diventa sempre minore discendendo fino ad un certo punto, oltre il quale essa di nuovo s' aumenta. Importa dunque di conoscere la

dif-

disposizione delle vele, nella quale la somma $\eta + \varphi$, o l' angolo SFX diventa minimo, poichè dando all' obbliquità del vento VFS $= \theta$ il minimo valore, nel quale il vento possa ancora operare nella vela, s' avrà il caso, in cui l' angolo VFX diventerà minimo, e perciò la via del bastimento s' avvicinerà alla direzione del vento o pure avanzerà contro il vento, quanto è mai possibile. Si dice allora che il bastimento va all' orza *raso* e si riguarda questa qualità d' andare a *raso*, come un' eccellente proprietà de' bastimenti. Essa dipende particolarmente dalla loro specie, ed abbiamo già fatto avvertire di sopra, che quanto maggiore è la proporzione della lunghezza alla larghezza, tanto più egli si rende atto a rimontare contro il vento. Dunque per isviluppar bene questo argomento, riferiremo qui per ciascheduna specie di basti-

menti gli angoli SFA $= \eta$, ed AFX $= \varphi$, la ſomma de' quali diventa la minima, il che è eſpreſſo nella ſeguente breve tavola.

Tavola.

Specie de' baſtimenti.	AFS $= \eta$		AFX $= \varphi$		SFX $= \eta + \varphi$	
$a = 3\ b$	13°	7	29°	30′	42°	37′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	11	4	26	4	37	8
$a = 4\ b$	9	54	23	45	33	39
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	9	24	20	0	29	24
$a = 5\ b$	8	2	18	27	26	29
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	7	54	16	18	24	12
$a = 6\ b$	7	10	15	4	22	14

Queſti ultimi angoli SFX aumentati dell' obbliquità del vento VFS $= \theta$, moſtreranno a qual grado ciaſchedun baſtimento è capace di rimontare al vento. Facilmente però s' intende, che non ſi può prendere l' angolo θ troppo piccolo, poichè allora il vento non operarebbe nelle vele, a cagione del loro facco, e perciò pare, che

non

non si debba diminuire l' angolo θ sotto d' un punto, o di 11° 15′. Suppongasi dunque l' angolo VFS = 11° 15′, e s' avranno gli angoli VFX co' quali il bastimento può rimontare al vento, come nella seguente tavola.

Tavola.

Specie de' bastimenti	Angoli VFX dell' orza *raso*.
$a = 3\ b$	53° 52′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	48 23
$a = 4\ b$	44 54
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	40 39
$a = 5\ b$	37 44
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	35 27
$a = 6\ b$	33 29

Dal che si deduce che un bastimento della sesta specie $a = 6\ b$ sarà capace d' andare all' orza, e di rimontare al vento, fino alla misura di tre punti.*

§. 33.

Ma ficcome in queſte corſe l' obbliquità delle vele dovrebbe eſſere eccefſiva, o l' angolo AFS molto piccolo, e da non poterſi ottenere col fatto, a cagione della curvità delle vele; quindi è per lo più vantaggioſo di non dare all' angolo $SFX = \eta + \varphi$ il ſuo minimo valore, ma di prenderlo piuttoſto d' alquanti gradi maggiore, affinchè l' angolo AFS non divenga eccedentemente piccolo. Per agevolare queſta ſcelta aggiungeremo la tavola ſeguente.

Tavola III.

Che moſtra gli angoli $SFX = \eta + \varphi$, per tutte le obbliquità delle vele $AFS = \eta$ nelle ſette ſpecie de' baſtimenti.

l'angolo $AFS = \eta$	Specie de' baſtimenti. $a = 3\ b$		$a = 3\frac{1}{2}\ b$		$a = 4\ b$		$a = 4\frac{1}{2}\ b$	
90°	90°	0′	90°	0′	90°	0′	90°	0′
85	89	35	88	40	87	59	87	30
80	86	31	85	11	84	14	83	33
75	82	58	81	40	80	27	79	42
70	79	19	77	25	76	5	75	7
65	75	30	73	24	71	54	70	48
60	71	41	69	19	67	39	66	25
55	67	50	65	15	63	25	62	4
50	64	1	61	11	59	12	57	44
45	60	12	57	12	55	2	53	26
40	56	33	53	16	50	55	49	11
35	52	26	49	30	46	57	45	4
30	49	43	45	52	43	6	41	3
25	46	43	42	31	39	29	37	15
20	44	17	39	42	36	20	33	48
15	42	44	37	39	33	51	30	56
10	42	57	37	13	32	50	29	26
5	47	37	41	9	35	52	31	36

Tavola III.

Che moſtra gli angoli SFX $= \eta + \varphi$, per tutte le obbliquità delle vele AFS $= \eta$ nelle ſette ſpecie de' baſtimenti.

l' angolo AFS $= \eta$	Specie de' baſtimenti. $a = 5\,b$	$a = 5\frac{1}{2}\,b$	$a = 6\,b$
90°	90° 0′	90° 0′	90° 0′
85	87 9	86 52	86 37
80	83 2	82 38	82 19
75	78 55	78 23	77 57
70	74 22	73 47	73 19
65	69 57	69 17	68 46
60	65 29	64 45	64 11
55	61 3	60 14	59 37
50	56 37	55 44	55 3
45	52 13	51 15	50 31
40	47 52	46 49	45 59
35	43 37	42 29	41 34
30	39 27	38 13	37 13
25	35 31	34 7	33 1
20	31 50	30 18	29 4
15	28 44	26 57	25 32
10	26 46	24 38	22 55
5	28 9	25 20	23 1

Per lo che si vede che prendendo l' angolo $n = 15°$, non si perderà per la qualità di rimontare al vento che pochi minuti nelle prime specie de' bastimenti, e solamente due gradi nell' ultima, la qual differenza in pratica è inosservabile. *

CAP. V.

Del corso più spedito e pronto de' bastimenti data che sia la loro via, e la direzione del vento.

§. 34.

CI proponiamo in questo Capo di dare la soluzione del problema sopra proposto, e che in se contiene tutta la grand' arte del Piloto.

Dato il cammino (*Fig.* 7.) *o via d' un bastimento, e data la direzione del vento, trovare la disposizione tanto del bastimento, quan-*

quanto delle vele, ond' egli corra nella via proposta con la massima velocità.

Supporremo dato il vento apparente, poichè le osservazioni che si fanno sul bastimento, quel vento solamente ci danno a conoscere. Sia dunque VF la direzione del vento apparente, e la sua velocità sia $= c$: la linea FX rappresenti il cammino che il bastimento deve tenere. Date queste due direzioni, suppongasi l' angolo $VFX = \delta$, che è già noto. Poi per le quantità che converrà determinare, sia l' obbliquità delle vele $AFS = \eta$, dal che si dedurrà per la prima tavola del Capo antecedente la deviazione o l' angolo $AFX = \phi$, e quindi s' avrà l' angolo d' incidenza del vento $VFS = \theta = \delta - \eta - \phi$. Da questi elementi noi abbiamo di sopra dedotta la velocità del bastimento

$$v = c \cdot \text{sen.}^{\theta} \sqrt{\frac{\alpha \cdot bb}{600 \cdot aes}},$$

do-

dove la lettera *s* indica la formula $\frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \psi} = \frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{cos. } \eta}$ a cagione di $\eta = 90 - \psi$.

Quindi per sciogliere il problema proposto, si tratta di trovare il valore dell' angolo η tale, che la formula

$$\frac{\text{sen. } \theta}{\text{sen. } \varphi} \sqrt{\text{cos. } \eta} = \frac{\text{sen. } (\delta - \eta - \varphi)}{\text{sen. } \varphi} \cdot \sqrt{\text{cos. } \eta}$$

acquisti il massimo valor possibile: dove bisogna ricordarsi della relazione tra gli angoli η ed φ che era $\text{cot. } \eta = \frac{a^3}{2b3} \cdot \text{tang. } \varphi_2$.*

§. 35.

Ora maneggiando questa formula secondo le regole prescritte dall' analisi per il ritrovamento de' massimi e minimi, si perviene a questa equazione finale:

$$\text{tang. } (\delta - \eta) = \frac{1}{2} \text{tang. } \eta \left(\frac{2 - \text{tang. } \eta . \text{tang. } \varphi}{\frac{1}{2} - \text{tang. } \eta . \text{tang. } \varphi} \right)$$

Dalla quale si dovrebbero dedurre gli angoli η ed φ, corrispondenti a ciaschedun an-

go-

golo propoſto δ. Ma poichè ciò eſige de' calcoli che riuſcirebbero involuti, perciò ſarà miglior partito di tramutare la ricerca, ed inveſtigare l' angolo δ corriſpondente a tutti gli angoli η ed φ: giacchè di fatto diſponendo tutti queſti valori in una tavola ſimile a quella del Capo precedente, riuſcirà poi facile di tramutar la ricerca per la ſeconda volta, ed aſſegnare gli angoli η ed φ corriſpondenti ad ogni angolo δ. Queſta ſarà la ſoluzione del propoſto problema. *

Tavola che moſtra l' angolo VFX = δ compreſo tra la direzione del vento VF e la via del baſtimento FX, corriſpondente a tutti gli angoli AFS = η nelle ſette ſpecie de' baſtimenti.

l' angolo AFS = η	Specie de' baſtimenti. $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$	$a = 4\frac{1}{2}b$
90°	180°	180°	180°	180°
85	178 53′	176 50′	175 41′	175 0′
80	172 13	170 12	168 59	168 11
75	166 33	163 24	162 4	161 11
70	158 40	156 23	154 57	153 59
65	151 38	149 13	147 40	146 37
60	144 18	141 44	140 5	138 57
55	136 46	134 4	132 21	131 10
50	128 43	125 53	124 5	122 51
45	120 20	117 25	115 35	114 19
40	111 10	108 10	106 19	105 1
35	101 28	98 29	96 41	95 25
30	90 32	87 34	85 50	84 36
25	78 36	75 58	74 24	73 18
20	64 55	62 37	61 13	60 16
15	50 17	48 38	47 38	46 56
10	33 20	32 21	31 45	31 19
5	16 19	16 0	15 46	15 37

Ta-

Tavola che moſtra l' angolo VFX = δ compreſo tra la direzione del vento VF e la via del baſtimento FX, corriſpondente a tutti gli angoli AFS = η nelle ſette ſpecie de' baſtimenti.

l' angolo AFS = η	Specie de' baſtimenti. $a = 5b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6b$
90°	180°	180°	180°
85	174 33′	174 13′	173 56′
80	167 38	167 13	166 55
75	160 33	160 5	159 44
70	153 16	152 44	152 19
65	145 51	145 16	144 49
60	138 8	137 31	137 3
55	130 18	129 39	129 10
50	121 56	121 15	120 44
45	113 23	112 41	112 8
40	104 [illegible]	103 22	102 56
35	94 30	93 48	93 24
30	83 41	83 1	82 29
25	72 2[illegible]	71 54	70 25
20	59 2[illegible]	59 3	58 36
15	46 2[illegible]	46 4	45 44
10	31 1[illegible]	30 49	30 36
5	15 31	15 26	15 22

§. 36.

§. 36.

Regolata la disposizione delle vele, mentre il bastimento è quieto secondo la direzione del vento vero, conviene poi avvertire che questa apparentemente si cangia quando il bastimento principia a scorrere. Bisognerà dunque allora mutare la disposizione secondo le regole che si sono date, a misura che la direzione del vento si muta, nello stesso modo che si farebbe se realmente il vento cangiasse. Ora siccome il bastimento acquista molto presto la velocità, che il vento è atto ad imprimergli, tutto il cambiamento che si deve fare potrà compirsi in brevissimo tempo: di modo che ben tosto si potrà assicurarsi, se la disposizione data al bastimento ed alle vele sia conforme alle regole trovate o no, ed in questo ultimo caso si rimetterà agevolmente ogni cosa al suo giusto stato. Per altro è ben fatto d' osservare

che dovunque si tratta d' un massimo o d' un minimo, una piccola aberrazione dalle prescritte regole non cangia quasi nulla l' effetto: sicchè il Piloto potrà contentarsi, sempre che la disposizione da esso fatta, non si allontani considerabilmente dalla regola data: e perciò noi non c' imbarazzaremo più della differenza tra il vento vero e l' apparente.

§. 37.

Per dimostrare come un Piloto debba servirsi della tavola che abbiamo data, svolgiamone un esempio per un bastimento, il quale appartenga alla specie $a = 4\frac{1}{2}b$, e supponiamo che la direzione (*Fig. 9.*) del vento VF faccia con la via FX che il bastimento deve tenere, un angolo $VFX = 138° 57'$; la nostra tavola ci fa tosto sapere, che bisogna prender l' obbliquità delle vele o l' angolo $AFS = 60°$. Allora la prima tavola del Capo antece-

den-

dente (pag. 269.) ci mostra la deviazione AFX = 6° 25′, e perciò l' angolo SFX = 66° 25′. Quindi deduciamo l' angolo VFS = θ = δ − η − φ = 72° 32′. Per conseguenza il Piloto disporrà le vele in modo che la loro obbliquità o l' angolo AFS sia = 60°; poi egli farà girare il bastimento per modo che il vento batta nelle vele ad un angolo VFS = 72° 32′, e sarà certo che il bastimento scorrerà nella via proposta FX con la deviazione AFX = 6° 25′, e con la massima velocità possibile. Si potrà anche assegnare questa massima velocità, che il bastimento riceverà in tale stato: basta perciò trarre dalla seconda tavola del Capo precedente (pag. 271.) il valore della formula $\frac{\text{sen. } \varphi 2}{\text{sen. } \downarrow} = s = 0,0250$.

Poi essendo $a = \frac{2}{2} b$, prendasi $e = \frac{2}{5} b$, ed $ff = 3bb$ per la superficie di tutte le vele, e s' avrà la velocità del bastimento

$v = c.$ sen. $(72° 32')$ $\sqrt{\frac{3bb}{1080.0,0250bb}}$

$= \frac{c}{3}$. sen. $(72° 32')$, o pure $v = 0,318 . c$:

Di modo che il baſtimento acquiſterà proſſimamente tre decime parti della velocità del vento. Dunque ſe il vento ſpiraſſe con la velocità di 30 piedi per minuto ſecondo, la velocità del baſtimento ſarebbe di 9 piedi: onde poichè una Verſta è lunga 3500 piedi, il baſtimento in 389 ſecondi cioè in $6\frac{1}{2}$ minuti percorrerà il tratto d' una Verſta. Queſt' eſempio ſembra opportuniſſimo per inſegnar l' uſo delle noſtre regole.

§. 38.

Sorprenderà forſe, di trovare nell' ultima noſtra tavola per gli angoli VFX $= \delta$ (*Fig.* 7.) de' valori molto minori di quello che ſiano i limiti ſopra ſegnati per rimontare al vento. Per eſempio prendendo l' angolo AFS $= \eta = 5°$, queſta tavola

dà

dà per la prima ſpecie de' baſtimenti ne' quali $a = 3b$, l' angolo $\delta = 16° 19'$, mentre abbiamo veduto di ſopra, che un tale baſtimento non potrebbe avanzare verſo il vento che per un angolo VFX $= 53° 52'$. Ma queſta ſorpreſa ſvanirà toſto che ſi conſiderino le condizioni, nelle quali queſto piccolo angolo VFX $= 16° 19'$ dovrebbe aver luogo: poichè eſſendo l' angolo SFA $= \eta = 5°$, la deviazione ſarà AFX $= \varphi = 42° 37'$, e perciò l' angolo SFX $= \eta + \varphi = 47° 37'$, che ſottratto dall' angolo VFX $= 16° 19'$, laſcia per l' angolo VFS il valore $\theta = -31° 28'$, che eſſendo negativo dimoſtra che il vento batterà nel roveſcio della vela, ſicchè il baſtimento ſarà ſpinto all' indietro. Ed in fatti poichè anche il ſeno dell' angolo θ diventa negativo, la noſtra formula produrrà una velocità negativa la quale, ancorchè poſſa eſſere un maſſimo o un mi-

nimo per queſta corſa, pure deve eſſere affatto eſcluſa dalle noſtre ricerche. Dunque in generale ogni qual volta la noſtra tavola dà per l' angolo $VFX = \delta$ un valor minore di $SFX = \eta + \varphi$, tali caſi devonſi rigettare come aſſolutamente impoſſibili, poichè allora l' angolo d' incidenza del vento $VFS = \theta = \delta - \eta - \varphi$ diventa negativo. A cagione di queſta circoſtanza i più piccoli valori che ſi poſſano ammettere per l' angolo $VFX = \delta$ ſono quelli dove $\delta = \eta + \varphi$, e perciò $\theta = o$, di modo che il baſtimento reſtarebbe in quiete. Eſporremo perciò i veri limiti dell' angolo $VFX = \delta$ per ciaſcheduna ſpecie di baſtimenti.

Tavola degli angoli δ, η e φ.

Specie de' baſtimenti.	VFX $= \delta$		SFA $= \eta$		AFX $= \varphi$	
$a = 3\,b$	42°	37′	13°	7′	29°	30′
$a = 3\frac{1}{2}\,b$	37	8	11	4	26	4
$a = 4\,b$	33	39	9	54	23	45
$a = 4\frac{1}{2}\,b$	29	24	9	24	20	0
$a = 5\,b$	26	29	8	2	18	27
$a = 5\frac{1}{2}\,b$	24	12	7	54	16	18
$a = 6\,b$	22	14	7	10	15	4

§. 39.

E per riſparmiare a' Piloti la fatica di ſviluppare tutti gli elementi che le noſtre tavole racchiudono, aggiungeremo qui delle tavole particolari per tutte le ſpecie de' baſtimenti. La prima colonna di ciaſcheduna conterrà gli angoli dati VFX compreſi dalla direzione del vento e dalla via del baſtimento. Cominciaremo dal minimo valore di queſt' angolo, mentre cioè il baſtimento è in quiete, e da que-

ſto aſcenderemo ſucceſſivamente fino a 1800. La ſeconda colonna moſtrerà la obbliquità delle vele, o l' angolo AFS $= \eta$, e la terza la deviazione o l' angolo AFX $= \varphi$. Poi la quarta colonna indicherà la ſomma de' due ultimi angoli, o pure SFX $= \eta + \varphi$, che detratta dall' angolo δ laſcierà per reſiduo l' incidenza del vento, o l' angolo VFS $= \theta = \delta - \eta - \varphi$, che ſarà nella quinta colonna. Finalmente nella ſeſta colonna aggiungeremo i valori della formula

$$s = \frac{\text{ſen. } \varphi 2}{\text{ſen. } \psi} = \frac{\text{ſen. } \varphi 2}{\text{coſ. } \eta},$$

dedotti dalla ſeconda tavola del Capo antecedente, di cui s' avrà biſogno per trovare anche la velocità del baſtimento.

Tavola I.

Del più veloce corso per i bastimenti della prima specie

$$a = 3b$$

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta + \varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi z}{\text{sen. } \psi}$
42° 37′	13° 7′	29° 30′	42° 37′	0° 0′	- - - -
50 17	15 0	27 44	42 44	7 33	0, 2269
64 55	20 0	24 17	44 17	20 38	0, 1800
78 36	25 0	21 43	46 43	31 53	0, 1468
90 32	30 0	19 43	49 43	40 49	0, 1314
101 28	35 0	17 26	52 26	49 2	0, 1109
111 10	40 0	16 33	56 33	54 37	0, 1059
120 20	45 0	15 12	60 12	60 8	0, 0972
128 43	50 0	14 1	64 1	64 42	0, 0918
136 46	55 0	12 50	67 50	68 56	0, 0864
144 48	60 0	11 41	71 41	73 7	0, 0820
151 38	65 0	10 30	75 30	76 8	0, 0781
158 40	70 0	9 19	79 19	79 21	0, 0766
165 33	75 0	7 58	82 58	82 35	0, 0751
172 13	80 0	6 31	86 31	85 42	0, 0741
178 53	85 0	4 35	89 35	89 18	0, 0738
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0741

Tavola II.

Del più veloce corso per i bastimenti della seconda specie

$$a = 3\tfrac{1}{2}b.$$

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi_2}{\text{sen. } \downarrow}$
37° 8′	11° 4′	26° 4′	37° 8′	0° 0′	- - - -
48 38	15 0	22 39	37 39	10 59	0, 1535
62 37	20 0	19 42	39 42	22 55	0, 1209
75 58	25 0	17 31	42 31	33 27	0, 0965
87 34	30 0	15 52	45 52	41 42	0, 0863
98 29	35 0	14 30	49 30	48 59	0, 0753
108 10	40 0	13 16	53 16	54 54	0, 0688
117 25	45 0	12 12	57 12	60 13	0, 0628
125 53	50 0	11 11	61 11	64 42	0, 0585
134 4	55 0	10 15	65 15	68 49	0, 0550
141 44	60 0	9 19	69 19	72 25	0, 0524
149 13	65 0	8 24	73 24	75 49	0, 0503
156 23	70 0	7 25	77 25	78 58	0, 0489
163 24	75 0	6 40	81 40	81 44	0, 0477
170 12	80 0	5 11	85 11	85 1	0, 0470
176 50	85 0	3 40	88 40	88 10	0, 0464
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0466

Ta-

Tavola III.

Del più veloce corſo per i baſtimenti della terza ſpecie

$a = 4b$

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta + \varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{ſen. } \varphi^2}{\text{ſen. } \downarrow}$
33° 39′	9°54′	23°45′	33°39′	0° 0′	- - - -
47 38	15 0	18 51	33 51	13 47	0,1080
61 13	20 0	16 20	36 20	24 53	0,0842
74 24	25 0	14 29	39 29	34 55	0,0704
85 50	30 0	13 6	43 6	42 44	0,0593
96 41	35 0	11 57	46 57	49 44	0,0515
106 19	40 0	10 55	50 55	55 24	0,0468
115 35	45 0	10 2	55 2	60 33	0,0426
124 5	50 0	9 12	59 12	64 53	0,0398
132 21	55 0	8 25	63 25	68 56	0,0373
140 5	60 0	7 39	67 39	72 26	0,0354
147 40	65 0	6 54	71 54	75 46	0,0339
154 57	70 0	6 5	76 5	78 52	0,0328
162 4	75 0	5 27	80 27	81 37	0,0320
168 59	80 0	4 14	84 14	84 45	0,0314
175 41	85 0	2 59	87 59	87 42	0,0311
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0312

Tavola IV.

Del più veloce corso per i bastimenti della quarta specie

$$a = 4\tfrac{1}{2}\,b.$$

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \psi}$
29° 24′	9° 24′	20° 0′	29° 24′	0° 0′	- - - -
31 19	10 0	19 26	29 26	1 53	0,1124
46 56	15 0	15 56	30 56	16 0	0,0780
60 16	20 0	13 48	33 48	26 28	0,0605
73 18	25 0	12 15	37 15	36 3	0,0499
84 36	30 0	11 3	41 3	43 33	0,0424
95 25	35 0	10 4	45 4	50 21	0,0367
105 1	40 0	9 11	49 11	55 50	0,0332
114 19	45 0	8 26	53 26	60 53	0,0298
122 51	50 0	7 44	57 44	65 7	0,0281
131 10	55 0	7 4	62 4	69 6	0,0262
138 57	60 0	6 25	66 25	72 32	0,0250
146 37	65 0	5 48	70 48	75 49	0,0239
153 59	70 0	5 7	75 7	78 52	0,0233
161 11	75 0	4 42	79 42	81 29	0,0226
168 11	80 0	3 33	83 33	84 38	0,0221
175 0	85 0	2 30	87 30	87 30	0,0219
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0219

Tavola V.

Del più veloce corso per i bastimenti della quinta specie

$a = 5b$.

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi_2}{\text{sen. } \psi}$
26° 29′	8° 2′	18° 27′	26° 29′	0° 0′	- - - -
31 1	10 0	16 46	26 46	4 15	0, 0845
46 23	15 0	13 44	28 44	17 39	0, 0582
59 29	20 0	11 50	31 50	27 39	0, 0447
72 27	25 0	10 31	35 31	36 56	0, 0374
83 41	30 0	9 27	39 27	44 14	0, 0311
94 38	35 0	8 37	43 37	51 1	0, 0273
104 5	40 0	7 52	47 52	56 13	0, 0244
113 23	45 0	7 13	52 13	59 10	0, 0221
121 56	50 0	6 37	56 37	65 19	0, 0207
130 18	55 0	6 3	61 3	69 15	0, 0191
138 8	60 0	5 29	65 29	72 39	0, 0182
145 51	65 0	4 57	69 57	75 54	0, 0174
153 16	70 0	4 22	74 22	78 54	0, 0170
160 33	75 0	3 55	78 55	81 38	0, 0165
167 38	80 0	3 2	83 2	84 36	0, 0162
174 33	85 0	2 9	87 9	87 24	0, 0161
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0160

Tavola VI.

Del più veloce corso per i bastimenti della sesta specie

$$a = 5\tfrac{1}{2}b.$$

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \downarrow}$
24°12′	7°54′	16°18′	24°12′	0° 0′	- - - -
30 49	10 0	14 38	24 38	6 11	0,0647
46 4	15 0	11 57	26 57	19 7	0,0444
59 3	20 0	10 18	30 18	28 45	0,0340
71 54	25 0	9 7	34 7	37 47	0,0264
83 1	30 0	8 13	38 13	44 48	0,0236
93 48	35 0	7 29	42 29	51 19	0,0203
103 22	40 0	6 49	46 49	56 33	0,0184
112 41	45 0	6 15	51 15	61 26	0,0167
121 15	50 0	5 44	55 44	65 31	0,0155
129 39	55 0	5 14	60 14	69 25	0,0145
137 31	60 0	4 45	64 45	72 46	0,0137
145 16	65 0	4 17	69 17	75 59	0,0131
152 44	70 0	3 47	73 47	78 57	0,0127
160 5	75 0	3 23	78 23	81 42	0,0124
167 13	80 0	2 38	82 38	84 35	0,0123
174 13	85 0	1 52	86 52	87 21	0,0122
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0120

Ta-

Tavola VII.

Del più veloce corso per i bastimenti della settima specie

$a = 6\,b$.

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\text{sen. } \varphi^2}{\text{sen. } \psi}$
22° 14′	7° 10′	15° 4′	22° 14′	0° 0′	- - - -
30 36	10 0	12 55	22 55	7 41	0, 0508
45 44	15 0	10 32	25 32	20 12	0, 0346
58 36	20 0	9 4	29 4	29 32	0, 0269
70 25	25 0	8 1	33 1	37 24	0, 0207
82 29	30 0	7 13	37 13	45 16	0, 0182
93 24	35 0	6 34	41 34	51 50	0, 0159
102 56	40 0	5 59	45 59	56 57	0, 0142
112 8	45 0	5 31	50 31	61 37	0, 0129
120 44	50 0	5 3	55 3	65 41	0, 0121
129 10	55 0	4 37	59 37	69 33	0, 0113
137 3	60 0	4 11	64 11	72 52	0, 0106
144 49	65 0	3 46	68 46	76 3	0, 0101
152 19	70 0	3 19	73 19	79 0	0, 0097
159 44	75 0	2 57	77 57	81 47	0, 0096
166 55	80 0	2 19	82 19	84 36	0, 0095
173 56	85 0	1 37	86 37	87 19	0, 0094
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0092

§. 40.

Dunque ſempre che l' angolo preſcritto VFX = δ s' incontri in queſte tavole o eſattamente, o proſſimamente, ſi daranno agli angoli η e φ i valori che ſono indicati; atteſo che una piccola differenza nell' angolo VFS = θ non può perturbare il più veloce corſo. Ma ſe queſt' angolo δ s' allontana conſiderabilmente da quelli che trovanſi nelle noſtre tavole, non ſarà difficile di prendere un giuſto mezzo, ſiccome dichiararemo con un eſempio. Sia il baſtimento della quinta ſpecie in cui $a = 5.b$ (*Fig.* 10.), e l' angolo propoſto VFX = δ = 90°; ed è manifeſto che prendendo un mezzo tra gli angoli 83° 41′ e 94°, 38′, che ſi trovano in queſta quinta tavola, ſi metterà η = 33°, φ = 8° ed $s = 0,028$, ed allora biſognerà dirigere il baſtimento in tal maniera relativamente alla corſa preſcritta FX che la deviazio-

zione o l' angolo AFX divenga $= 8°$. Oltre ciò le vele devono esser situate in modo, che l' angolo AFS diventi $= 33°$, di modo che $SFX = 41°$, e perciò l' angolo d' incidenza $VFS = \theta = 49°$: e ne risulterà la disposizione più vantaggiosa. Per trovare poi la velocità del bastimento

$$v = c.\text{sen.}\,\theta \sqrt{\frac{\alpha bb}{600 . aes}},$$

in cui αbb esprime tutta la superficie delle vele, sia questa nel nostro bastimento $= 4bb$, e poichè $a = 5.b$, supponiamo il pescar $e = \frac{1}{3}b$: avremo dunque $ae = \frac{5}{3}bb$ e perciò $v = c.\text{sen.}\,49° . \sqrt{\frac{1}{7}} = 0,2853 . c$; sicchè la velocità del bastimento sarà a quella del vento, come $28\frac{1}{2}$: 100. Quindi se la velocità del vento fosse di 30 piedi per secondo, quella del bastimento sarebbe di $8\frac{1}{2}$ piedi ; o pure egli percorrerebbe lo spazio d' una Versta in 412″.

$= 6' 52''$, cioè preſſo a poco in ſette minuti. Queſta ſarà dunque la maſſima velocità che il baſtimento potrà acquiſtare nelle circoſtanze preſcritte.

CAP. VI.

Della miglior maniera di bordeggiare per arrivare al vento.

§. 41.

AVendo veduto che un baſtimento può correre per una tal via, che faccia con la direzione del vento un angolo più o meno acuto, ſi comprenderà facilmente che è poſſibile diriggere la corſa del baſtimento in modo, ch' egli giunga finalmente ad un luogo ſituato nella direzione ſteſſa del vento. Poichè ſia (*Fig.* 11.) da principio F il luogo del baſtimento, e venga il vento nella direzio-

zione VF, e propongasi di arrivare ad un qualche luogo F″ situato nella direzione stessa del vento, di modo che sia assolutamente impossibile di giungervi per la strada diretta FF″. A tale oggetto s' istituirà da prima un cammino obbliquo verso la destra, per esempio nella direzione FX; e ciò si potrà eseguire in un' infinità di modi diversi, secondo che l' angolo VFX sarà più o meno grande: ed abbiamo già insegnate le disposizioni necessarie, affinchè il bastimento corra al più presto nella via FX. Poi essendo giunti dopo qualche tempo in X, si cambierà la disposizione del bastimento sull' altro bordo, affinchè possa egli ora scorrere verso la sinistra con la stessa obbliquità rispetto al vento, e lo si farà correre per questa via XFX′ egualmente inclinata alla direzione FV. Allora essendo giunto in X′, si potrà di nuovo cambiare la disposizione;

ne; in modo che il baſtimento ſcorra per la via X′ F″, anch' eſſa egualmente inclinata alla direzione del vento. Dal che ſi vede, che per mezzo di tale maneggio il baſtimento può finalmente giungere al luogo propoſto facendo uno o più *zicz-ac*, ſecondo che eſigono le circoſtanze. Una tale ſtrada fatta per *zicz-ac* è compreſa dalla parola di bordeggiare, e dà alli marinari un eccellente maniera di profittare nella navigazione anche del vento contrario. Noi pertanto ci proponiamo in queſto capitolo di ricercare le diſpoſizioni neceſſarie, affinchè un baſtimento poſſa arrivare con la maggior prontezza da F a F″ contro la direzione del vento. *

§. 42.

Si penſerà forſe a prima viſta che ſarebbe ben fatto di ſtabilire l' angolo VFX così piccolo, che il baſtimento poteſſe ancora avanzare nella direzione del ven-

to;

to ; ma bisogna considerare , che quanto più si diminuisce quest' angolo , e si avvicina ai limiti segnati nelle sette ultime tavole del Capo precedente , tanto più lento diventa il moto ; di modo che sarà sempre meglio d' aprire di più quest' angolo , per procurare al bastimento una maggiore velocità, onde egli possa avvicinarsi più prontamente al luogo contro vento. Dopo questa riflessione è evidente , che per giungere a tal termine , bisogna prender l' angolo VFX $= \delta$: tale che non la velocità v che sarà impressa al bastimento , ma piuttosto quella che ne risulta per la direzione FV divenga la massima. Ora questa velocità essendo $v . \cos. \delta$, bisogna cercare quella disposizione in cui il valore della formula $v . \cos. \delta$ divenga il massimo possibile.

§. 43.

Stabiliti pertanto i quattro angoli $\eta, \varphi,$

θ e δ, de' quali già molto volte si sono spiegate le significazioni, la velocità del bastimento s' è trovata

$$v = c.\,\text{sen.}\,\theta.\sqrt{\frac{\alpha\,bb}{600.\,aes}} = c.\,\text{sen.}\,\theta.\sqrt{\frac{\alpha\,bb.\,\text{cos.}\,\eta}{600.\,ae.\,\text{sen.}\,\varphi^2}}.$$

Bisogna dunque che questa formula moltiplicata per cos. δ diventi un massimo: ommettendo perciò il moltiplicatore noto $c.\sqrt{\frac{\alpha\,bb}{600\,ae}}$, la formula che deve dare un massimo sarà $\text{sen.}\,\theta.\text{cos.}\,\delta.\sqrt{\frac{\text{cos.}\,\eta}{\text{sen.}\,\varphi}}$, oppure $\frac{\text{sen.}\,\theta.\,\text{cos.}\,\delta.\sqrt{\text{cos.}\,\eta}}{\text{sen.}\,\varphi}$. Nella quale bisogna avvertire, che l' angolo φ è già determinato dall' angolo η, e che conoscendo l' angolo θ, si ha anche $\delta = \theta + \eta + \varphi$: ficchè non restano qui se non che due angoli indeterminati η e θ, che bisogna determinare coll' oggetto, che il valore della nostra formula diventi un massimo. Per tal effetto suppongasi che l' angolo η sia

già

già ritrovato, e lo farà anche l' angolo φ e bisognerà fare in modo che la formula sen. θ. cos. δ divenga un massimo, atteso che l' altro moltiplicatore $\frac{\sqrt{\text{cos. } \eta}}{\text{sen. } \varphi}$ ha già il giusto suo valore. Ora si sa per la Trigonometria, che il prodotto sen. θ. cos. δ si riduce a questa formula

$$\frac{1}{2} \text{ . sen. } (\delta + \theta) - \frac{1}{2} \text{ sen. } (\delta - \theta).$$

Dunque essendo $\delta = \eta + \varphi + \theta$ s' avrà $\delta - \theta = \eta + \varphi$; di modo che il seno di quest' angolo è già determinato, e non ci rimane altro, che di rendere il seno dell' angolo $\delta + \theta$ il massimo possibile: il che manifestamente accade quando $\delta + \theta = 90°$.*

§. 44.

Dopo questa scoperta non abbiamo più bisogno di cercare l' angolo η, che sodisfaccia alla nostra ricerca; poichè s' è già sciolto tal problema nel Capo prece-

dente, dove abbiamo assegnato a ciascheduno angolo δ li tre angoli corrispondenti η, φ e θ; dai quali dipende che il bastimento scorra con la massima prontezza, secondo una proposta via. Ecco dunque una semplicissima soluzione del problema, di cui si tratta: basta cercare nelle tavole particolari, che abbiamo date verso la fine del Capo precedente, il caso nel quale la somma de' due angoli $\delta + \theta$ sia $90°$, ed allora s' avrà esattamente per ciascheduna specie di bastimenti, l' angolo δ che determina la direzione FX che il bastimento deve tener bordeggiando. Così per la prima specie de' bastimenti l' angolo $\delta = 64° 55'$ dà $\delta + \theta = 85° 33'$ che è troppo piccolo, e l' angolo seguente $\delta = 78° 36'$ dà $\delta + \theta = 110° 29'$ che è troppo grande: laonde si vede, che bisogna prendere in circa $\delta = 67° \frac{1}{2}$, ed allora s' avrà $\theta = 22° \frac{1}{2}$,

al

al quale corrisponde l' angolo $\eta = 21° \frac{1}{4}$, e l' angolo $\varphi = 23° \frac{3}{4}$. Per conseguenza per un bastimento della prima specie si deve regolare la corsa per ben bordeggiare nel modo seguente (*Fig.* 12.).

I°. $VFX = \delta = 67° \frac{1}{2}$;

II°. $AFS = \eta = 21° \frac{1}{4}$;

III°. $AFX = \varphi = 23° \frac{3}{4}$;

IV°. $VFS = \theta = 22° \frac{1}{2}$.

Per la velocità s' avrà $s = 0, 174$, e $600 s = 104, 4$, e per conseguenza a cagione di $a = 3b$, s' avrà

$$v = c. \text{ sen. } 22° \tfrac{1}{2} . \sqrt{\frac{\alpha b}{313,2.e}}.$$

Dunque la velocità contro il vento sarà

$$v. \text{ cos. } \delta = v. \text{sen. } \theta = c. \text{ sen. } (22° \tfrac{1}{2})^2 . \sqrt{\frac{\alpha b}{313,2.e}},$$

onde trovasi questa velocità

$$v. \text{ cos. } \delta = 0,0083 . c . \sqrt{\frac{\alpha b}{e}};$$

do-

dove c indica la velocità del vento.

§. 45.

Nello ſteſſo modo ſi farà il calcolo per le altre ſpecie di baſtimenti, cercando gli angoli $VFX = \delta$, $AFS = \eta$, $AFX = \varphi$, $SFX = \eta + \varphi$, ed $VFS = \theta$, ed oltre ciò la velocità contro vento $v . \text{cof.}\,\delta = v . \text{ſen.}\,\theta$, che riduceſi, come abbiamo veduto, ad una tal forma $N . c . \sqrt{\frac{\alpha b}{e}}$, nella quale N indica una data frazione decimale. Ed avendo eſeguiti li calcoli in queſta maniera per tutte le altre ſpecie di baſtimenti, ne eſporremo nella ſeguente tavola i riſultati.

Tavola.

Del più pronto corso, bordeggiando contro vento.

Specie de' bastimenti.	Disposizione. VFX δ	AFS η	AFX φ	VFS θ	Frazione N
$a=3b$	$67°\frac{1}{2}$	21	$23°\frac{3}{4}$	$22°\frac{1}{2}$	0,0083
$a=3\frac{1}{2}b$	65	21	$19\frac{1}{4}$	25	0,0114
$a=4b$	$63\frac{1}{4}$	21	16	$26\frac{3}{4}$	0,0142
$a=4\frac{1}{2}b$	62	$20\frac{3}{4}$	$13\frac{1}{4}$	28	0,0177
$a=5b$	$61\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	12	$28\frac{3}{4}$	0,0181
$a=5\frac{1}{2}b$	$60\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	$29\frac{1}{2}$	0,0232
$a=6b$	$60\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	10	$29\frac{3}{4}$	0,0273

Convien avvertire per questa tavola, che i calcoli non si fecero coll' ultimo rigore, atteso che nella pratica si può trascurare la differenza d' un intiero grado; di modo che una maggior precisione di quella che si procurò sarebbe mal impiegata; ed in oltre avrebbe richiesti de' calcoli assai

no-

nojoſi. Laonde queſta tavola ſarà più che ſufficiente per regolarſi nella pratica.

§. 46.

Conſiderando bene queſta tavola s' intenderà facilmente, che tutta l' arte del Piloto per ben bordeggiare, ſi riduce alle due ſeguenti regole.

La prima Regola riguarda l' angolo AFS $= \eta$, che le vele devono fare coll' aſſe del baſtimento: e noi vediamo che tal angolo non varia, ſe non dalli 21 ſino alli $20° \frac{1}{2}$. Poichè dunque la differenza di mezzo grado non può mutare in parte alcuna l' effetto, il Piloto potrà ſempre diſporre le vele in modo, che l' obbliquità loro rapporto all' aſſe del baſtimento ſia in circa di 21° o pure di $20° \frac{1}{2}$.

La ſeconda Regola riguarda l' angolo VFS $= \theta$, nel quale il vento batte le vele:

le : queſt' angolo varia nella noſtra tavola dalli $22° \frac{1}{2}$ fino alli $29° \frac{3}{4}$. Poichè dunque la maggior parte de' baſtimenti ſi riferiſce ad alcuna delle ſpecie medie tra $a = 3b$, ed $a = 6b$, il Piloto potrà ſempre prendere un mezzo tra queſti due limiti, che ſarà preſſo a poco 26° ; ſicchè dopo d' aver diſpoſte (*Fig.* 12.) le vele SF*s* ſecondo la prima regola, ei deve far girare il baſtimento in modo che il vento vi batta nell' angolo di 26°. Nondimeno ſarà bene ch' egli oſſervi , che nel caſo che il baſtimento appartenga ad alcuna delle prime ſpecie , dovrà diminuire d' alcuni gradi l' angolo di 26° : e ſe il baſtimento s' avvicina ad alcuna dell' ultime ſpecie, dovrà accreſcere lo ſteſſo angolo d' alcuni gradi. Per altro non importerà molto , quand' anche ſi ſcoſtaſſe dalla regola ritrovata d' un grado e anche più ; poichè in tutte le ricerche che verſano ſopra un

maſ-

ſimo o un minimo, una piccola aberrazione non è d' alcuna conſeguenza. Oſſervando adunque queſte due regole il Piloto potrà eſſer ſicuro, che il ſuo baſtimento arriverà verſo il vento con tutta la poſſibile velocità; quand' anche egli non conoſceſſe affatto la deviazione o l' angolo AFX, del quale però potrà facilmente determinare il vero valore per mezzo della noſtra tavola.

Finalmente è anche bene di avvertire il grande vantaggio, che i baſtimenti lunghi anno ſopra quelli che ſono corti. Poichè vediamo, che fino a tanto che la formula $V \frac{\alpha b}{e}$ reſta la ſteſſa con la velocità del vento, i baſtimenti della prima ſpecie non avanzano contro il vento, che con una velocità, la quale è come 0,0083; mentre in quelli dell' ultima ſpecie eſſa è come 0,0273, la quale è

più

più di tre volte maggiore : ſicchè un baſtimento della ſettima ſpecie è atto ad avanzar contro il vento tre volte più velocemente d' un baſtimento della prima.

§. 47.

Se ſi propone ſſe d' avanzare non contro vento , ma contro un' altra direzione , che ne foſſe un poco lontana (giacchè per le direzioni che ſono molto lontane ſi può iſtituire il corſo diretto), il metodo (*Fig.* 13.) di cui ci ſiamo ſerviti di ſopra , ci condurrà altresì facilmente allo ſcioglimento di queſto caſo. Così quando il vento viene nella direzione VF, e ſi voglia avanzare contro la direzione FU , l' angolo VFU eſſendo $= \gamma$, pongaſi come ſopra l' angolo $VFX = \delta$, ed FX indichi la via del baſtimento , e l' angolo col quale il vento batte le vele ſia $= \theta$. Prendaſi uno ſpazio $Fx = v$ eguale alla veloità del baſtimento , e tirando

da

da x ſopra FU la perpendicolare xu, a cagione dell' angolo $UFX = \delta - \gamma$, biſogna far in modo che lo ſpazio $Fu = v.$ cof.$(\delta - \gamma)$ diventi un maſſimo. Dunque conſiderando gli angoli η e φ, come aventi già il loro giuſto valore, biſogna che queſta formula ſen.$\theta.$ cof.$(\delta - \gamma)$ abbia il maſſimo valore; il che ſarà, quando la ſomma di queſti due angoli $\theta + \delta - \gamma$ diventi un angolo retto, e quindi s' avrà $\delta + \theta = 90° + \gamma$. Baſterà dunque cercare nelle noſtre particolari tavole il caſo, nel quale la ſomma de' due angoli $\delta + \theta$ diventi eguale a $90° + \gamma$, e con ciò ſi troveranno nello ſteſſo tempo gli angoli η e φ. Ma ſiccome di tal ricerca non ſi può aver occaſione che aſſai di rado, così ſarebbe ſuperfluo di trattenerviſi più lungamente, ed avvertiremo ancora ſoltanto, che non ſi può giammai attendere un eſatto conſenſo dell' eſperienza con le noſtre

ſtre determinazioni, quando il baſtimento ſcorre contro il vento. La ragione è evidente: in queſto caſo il vento non batte ſolamente nelle vele, ma anche in tutta la ſuperficie del baſtimento, degli alberi, e delle corde, e perciò è ſpinto indietro: onde naſce che l' effetto il quale s' eſercita ſu le vele deve eſſer molto conſiderabilmente alterato, e tanto più quanto più violento ſarà il vento, perchè allora anche le onde del mare concorrono a riſpingere il baſtimento.

CAP. VII.

Riſchiaramenti ſu le diverſe ſpecie di baſtimenti.

§. 48.

QUando abbiamo ſtabilite le diverſe ſpecie de' baſtimenti ſulle diverſe pro-

proporzioni tra la lunghezza della carena a e la ſua larghezza b, ci ſiamo a ciò condotti per la conſiderazione della proporzione tra la reſiſtenza della Prora e quella della maſſima ſezione traverſale della carena, allorchè l' una e l' altra muovanſi direttamente per l' acqua. Ed avendo ſopra ciò conſultate alcune eſperienze fatte ſopra delle Navi da guerra, abbiamo ſuppoſta queſta proporzione come $\frac{2bb}{aa+2bb} : 1$, che è il mezzo armonico tra i due caſi eſtremi, tra i quali pare che ſi poſſano riportare tutti i baſtimenti che ſono in uſo. Ora ben ſi ſcorge che queſta ipoteſi ſi fonda ſopra una certa legge, ſecondo la quale la larghezza della carena ſi diminuiſce dal ſuo mezzo verſo l' eſtremità della Prora; ſicchè quando la coſtruzione d' un baſtimento s' allontani da queſta legge, potrà accadere che la

reſi-

reſiſtenza della ſua Prora divenga o maggiore o minore di quella che ci addita la noſtra formula : per conſeguenza poichè la diverſa deſtinazione de' baſtimenti richiede delle diverſe configurazioni della Prora, non deve far ſorpreſa, ſe l' applicazione della noſtra formula s' allontana ſovente dalla verità. Per rimediare a queſto difetto, aggiungiamo li riſchiaramenti ſeguenti ſul vero carattere delle diverſe ſpecie de' baſtimenti.

§. 49.

E primieramente deveſi avvertire, che nelle corſe dirette un errore nella noſtra formula non può portare alcuna conſeguenza atteſo che nella navigazione poco importa, che il baſtimento ſcorra un poco più velocemente o un poco più lentamente, di quello che porti la noſtra regola; poichè non ſi ha ſempre l' attenzione di miſurare con eſattezza tanto la

velocità del vento, quanto la ſuperficie delle vele, onde paragonare la velocità attuale del baſtimento con la noſtra formula. E per quanto grande eſſer poſſa tal differenza, eſſa non influirà ſul maneggio del baſtimento. Ma non è poi lo ſteſſo nelle corſe obblique, nelle quali la cognizione della deviazione, che forma una parte eſſenzialiſſima del ben condurre i baſtimenti, dipende principalmente dall' aggiuſtatezza della noſtra formula: ſicchè ſe eſſa s' allontanaſſe molto dalla verità, potrebbe cagionare delle moleſtiſſime conſeguenze. Ora avendo ſuppoſto (*Fig.* 7.) l' angolo AFY = ψ, fatto dalla forza ſpingente FY con la direzione FA del baſtimento, e l' angolo AFX = φ fatto dalla corſa del baſtimento FX con la ſua propria direzione FA, che è l' angolo di deviazione; abbiamo ſtabilita in conformità della noſtra ipoteſi queſta relazione tra li

due

due angoli ψ e φ: tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$ tang. φ^2. Onde si vede che se questa equazione si scostasse di troppo dalla verità, le regole che abbiamo prescritte per le corse obblique potrebbero cagionare degli errori molto considerabili. Su questa equazione principalmente abbiamo stabilite le diverse specie de' bastimenti, piuttosto che su la proporzione immediata tra la lunghezza e la larghezza della carena. Laonde la nostra prima specie segnata col carattere $a = 3b$ deve di fatto rinchiudere tutti i bastimenti, ne' quali questa relazione ha luogo, tang. $\psi = \frac{27}{2}$ tang. φ_2, quand' anche il rapporto tra a e b fosse tutt' altro che $a = 3b$. Nello stesso modo il vero carattere della nostra seconda specie segnata con $a = \frac{7}{2}b$ deve comprendere tutti i bastimenti, per i quali s' avrà tang.

$\psi = \frac{343}{16}$. tang. φ^2, o preſſo a poco tang. $\psi = 22$. tang. φ^2, qualunque ſia la proporzione tra a e b: e lo ſteſſo ſi dica di tutte le altre ſpecie. Da ciò adunque deveſi giudicare a quale ſpecie convenga richiamare ogni baſtimento propoſto. Per dimoſtrar ciò con un eſempio, ſupponiamo che in un certo baſtimento abbia luogo queſta relazione tang. $\psi = 50$. tang. φ^2, e baſta paragonare il numero 50 col noſtro coefficiente $\frac{a^3}{2b^3}$, onde dedurre $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{100}$, o pure $a = 4\frac{2}{3}b$. Dal che ſi vede che queſto baſtimento deve eſſer meſſo tra la noſtra quarta ſpecie ſegnata $a = 4\frac{1}{2}b$, e la quinta ſegnata $a = 5b$, ſenza badare alla proporzione attuale tra la lunghezza e la larghezza della carena.

§. 50.

Per rendere generale queſto modo di giu-

giudicare, ſuppongaſi che in un baſtimento propoſto ſiaſi trovata queſta relazione tang. $\psi = N$. tang. φ^2 : ſi ponga $\frac{a^3}{2b^3} = N$, onde s' abbia $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2N}$. Sia la $\sqrt[3]{2N} = n$, e s' avrà $a = n.b$: onde ſi vede che queſto baſtimento deve eſſer riferito a quella delle noſtre ſpecie che è ſegnata da $a = n.b$, quantunque la vera proporzione tra la lunghezza e la larghezza della carena foſſe da queſta diverſa. Non ſarà poi difficile di ſcoprire il valore di queſto numero N per mezzo d' un' eſperienza aſſai ſemplice. Si mettano le vele obbliquamente all' aſſe AB nell' angolo AFS $= \eta$, che ſi potrà prendere a piacere, e diriggaſi il baſtimento in maniera che il vento batta perpendicolarmente ſulle vele, onde avere tanto maggiore ſicurezza che la forza ſpingente FY ſia ad eſſe perpendicolare, e niente vi ſia

da temere per la curvità delle vele ; e s' avrà l' angolo $\psi = 90° - \eta$. In queſto ſtato di coſe ſi faccia ſcorrere il baſtimento per qualche tratto , ſi oſſervi eſattamente la via FX per la quale egli ſolca l' acqua e ſi conoſcerà la deviazione o l' angolo $AFX = \varphi$. Conoſcendo dunque con tale ſperienza i due angoli ψ e φ, s' avrà il numero $N = \frac{\text{tang. } \psi}{\text{tang. } \varphi^2}$, e perciò ſi determinerà eſattamente la ſpecie , alla quale deve riferirſi il baſtimento propoſto. Sarà poi ſempre ben fatto d' iſtituire queſte ſperienze in bel tempo , e col mare in calma , per non aver a temer d' errore dalle agitazioni dell' onde.

§. 51.

De' buoni modelli in piccolo , che rappreſentino con eſattezza i baſtimenti , quali ſono in grande poſſono con molta utilità ſervir a fare delle importanti eſperien-

rienze ſulla loro reſiſtenza: il che è tanto più neceſſario che la teoria ſu queſto particolare è ancora aſſai difettoſa, ſiccome abbiamo già altrove avvertito. Per tale oggetto non è neceſſario, che il modello rappreſenti il baſtimento per intiero: baſta ch' egli eſprima eſattamente la figura della carena e ſopra tutto la ſuperficie della medeſima, perſino al grado della politura, eſſendoſi oſſervato che il più o meno di liſcio sfuggevole è capace di mutare molto ſenſibilmente la reſiſtenza de' baſtimenti. Sarebbe dunque ſuperfluo di rappreſentare in queſti modelli tutte le parti interne de' baſtimenti, e molto più tutto ciò che ſta fuori d' acqua; ſarà bensì di tutta neceſſità caricarli in modo, che poſti ſull' acqua, la loro porzione immerſa corriſponda eſattamente a quella de' baſtimenti. Facilmente s' intende, che facendo molte tali piccole carene di di-

verſe figure, ſi potranno dedurne de' riſchiaramenti importantiſſimi per condurre a perfezione la coſtruzione de' baſtimenti, giacchè le ſperienze facili a farſi con eſſi, ci ſcopriranno ſenza fatica le buone o cattive proprietà, che i baſtimenti maggiori lavorati ſopra tali modelli avranno relativamente alla reſiſtenza: mentre per le altre proprietà de' baſtimenti la teoria è con baſtante ſodezza ſtabilita, onde non aver alcun biſogno di conſultare per eſſe la ſperienza.

§. 52.

Per iſtituire tali ſperienze, biſogna avere una gran vaſca (*Fig.* 14.) piena d' acqua *llnn*, nella quale uno di queſti modelli ſi poſſa liberamente muovere per un tratto conſiderabile. Supponiamo che ſi voglia ſcoprire la reſiſtenza, che un tale piccolo baſtimento AB proverà nell' acqua con la ſua Prora nel corſo diretto;

ba-

basterà attaccarvi un filo AMNO che si farà passare fuori della vasca sopra una carrucola O, e si caricherà all' altra estremità d' un peso P, che col suo gravitare tirerà il bastimento per lo spazio AMN. Ciò facendo bisogna procurare di attaccar il filo al piccolo bastimento in modo che mentre egli si muove resti immersa nell' acqua la giusta porzione di carena, ed il moto si faccia per la stessa retta AN secondo la direzione dell' asse BA; il che dopo alcune pruove riuscirà facile. Quando questo modello comincierà a muoversi, il suo moto alla prima sarà accelerato, ma ben presto diverrà uniforme. Supponiamo che ciò avvenga dopo percorso lo spazio AM, e si segnerà questo luogo M sulla vasca con la linea *m m*, e tosto che il modello sia giunto a questo termine M, si terrà conto con un orivolo a pendolo de' minuti secondi

che

che gli bisognano , per iscorrere lo spazio MN , e quando s' abbia osservato questo tempo si potrà allora assegnare la resistenza , che il bastimento incontrerà nelle corse dirette.

§. 53.

Imperocchè riducasi il peso P , di cui si carica il filo ad un volume d' acqua egualmente pesante , sicchè P sia un' estensione di tre dimensioni : poi sia *rr* la superficie piana che provarebbe la stessa resistenza che il bastimento , se si movesse direttamente nell' acqua con la stessa velocità , sicchè *rr* ci rappresenti la resistenza assoluta , che ricerchiamo del bastimento : sia in oltre *v* la velocità , con cui il bastimento percorrerà uniformemente lo spazio MN , che sia $= s$, ed il numero de' secondi osservato sia $= t$, sicchè le lettere s, t, P esprimano delle quantità note , le r e v delle ignote. Ora egli è ma-

è manifeſto che la reſiſtenza ſarà $= \frac{vv.rr}{4g}$ la quale eſſendo eguale alla forza P, s' avrà queſta equazione $\frac{vv.rr}{4g} = P$. E poichè il moto ſi fa con la velocità v per lo ſpazio s, nel tempo t, ſarà $v = \frac{s}{t}$, e la noſtra equazione diverrà $\frac{ssrr}{4gtt} = P$; dalla quale dedurremo la reſiſtenza aſſoluta $rr = \frac{4gPtt}{ss}$, eſpreſſa per quantità note.

§. 54.

Per mezzo di sì fatte ſperienze iſtituite ſopra modelli di baſtimenti ſi potrà anche ſcoprire le giuſta relazione tra li due angoli ψ e φ, che abbiamo indicata con la formula Tang. ψ = N. Tang. φ^2. Baſta preſtar attenzione alla prima origine di queſta formula, che abbiamo dedotta dalla proporzione tra la reſiſtenza della Prora e la reſiſtenza laterale, che il baſtimento provarebbe, ſe il moto ſi faceſ-

ſe ſecondo la direzione dell' aſſe minore della carena. Poichè eſſendoſi indicata la reſiſtenza della Prora con la lettera p, e la laterale con la lettera q, abbiamo trovata l' equazione Tang. $\psi = \frac{q}{p}$ Tang. φ_2. Ma l' eſperienza di cui abbiamo parlato, ci moſtra la reſiſtenza aſſoluta della Prora $p = rr$. Non reſta dunque altro che di fare ancora una ſimile ſperienza, che ci darà l' altra reſiſtenza aſſoluta q.

§. 55.

A tal oggetto ſi metterà nella vaſca il il piccolo baſtimento; in modo che tirandolo per lo ſpazio MN, la direzione del moto reſti perpendicolare all' aſſe maggiore AB; il che ſi eſeguirà facilmente per mezzo di due fili attaccati in A ed in B, ed annodati inſieme in C. Siccome queſt' è lo ſteſſo baſtimento della precedente ſperienza, così lo ſi faccia andare per lo ſteſſo ſpazio MN $= s$, ſervendoſi

doſi dello ſteſſo peſo P. Suppongaſi ora che la reſiſtenza laterale che noi ricerchiamo, ſia eguale a quella d' una ſuperficie piana RR, e che il moto per lo ſpazio MN ſi faccia in T ſecondi, e troveremo come nel caſo precedente $R^2 = \frac{4gP.TT}{ss}$. Queſta formula ci dà dunque il valore della lettera $q = \frac{4gP.TT}{ss}$, eſſendo quello di $p = \frac{4gP.tt}{ss}$. Quindi la proporzione di queſte due reſiſtenze diventa $\frac{q}{p} = \frac{RR}{rr} = \frac{TT}{tt}$, e perciò è in ragione de' quadrati de' tempi T e t, ne' quali è percorſo lo ſteſſo ſpazio MN. Avendo dunque $N = \frac{TT}{tt}$, ſi deduca $n = \sqrt[3]{2N} = \sqrt[3]{\frac{2TT}{tt}}$, ed i baſtimenti coſtrutti ſopra queſto modello ſi dovranno riferire alla ſpecie indicata da $a = nb$, qualunque ſia la ve-

vera proporzione tra la lunghezza della carena a, e la ſua larghezza b.

Suppongaſi che per una ſperienza ſianſi trovati i due tempi $t = 5''$ e $T = 40''$, s' avrà $N = 64$; e perciò $n = \sqrt[3]{2}\,N = 5,04$; dal che ſi vede, che tale baſtimento deve eſſer meſſo nella quinta ſpecie $a = 5\,b$ preſſo a poco. Generalmente adunque in queſto modo ſi devono applicare le regole date di ſopra per le corſe obblique de' baſtimenti.

SUPPLIMENTO
SU L' AZIONE DE' REMI.

§. I.

L' Azione de' rematori essendo una delle più penose fatiche, è senza dubbio cosa rincrescevole, che soltanto la terza parte de' loro sforzi s' impieghi per mettere il bastimento in moto, mentre le due altre terze parti si perdono quasi inutilmente, tanto nel levar i remi fuori d' acqua, quanto nel ritirarli per l' aria, onde immergerli di nuovo nell' acqua. Se il numero de' rematori sia $= n$, bisogna computare soltanto $\frac{n}{3}$ quello che attualmente affatica per muovere il bastimento; poichè sebbene comunemente tutti li rematori operino in una volta bat-

tendo co' remi l' acqua , e proſeguiſcano la loro azione col medeſimo ordine , ſarà nondimeno permeſſo di ſupporre che non vi ſia ſe non che $\frac{n}{3}$ di rematori , i quali aſſiduamente s' affatichino a ſpingere il baſtimento , onde ſi poſſa riguardare il moto di eſſo come uniforme , ſenza eſſer obbligati d' attendere alle accelerazioni e ritardazioni alternative , alle quali queſti baſtimenti ſono effettivamente ſoggetti. In oltre eſſendo i rematori agenti liberi , l' azione loro non ammette una determinazione più eſatta ; poichè può introdurſi ne' loro ſforzi una grande varietà , ſenza che eglino ſteſſi quaſi ſe ne accorgano.

§. II.

Conſideriamo ora la forza , con cui un rematore è capace d' agire ſul baſtimento : e s' avverta che per quanto grandi ſiano gli ſforzi che un rematore può fare ſtando

do in quiete, devono questi soffrire una diminuzione tanto maggiore, quanto più sono obbligati di mettere in moto il loro corpo e le loro membra, e vi sarà sempre un certo grado di velocità che non potranno superare; sicchè quanto più vi si accostano, tanto più la forza ch' essi sono in istato d' impiegare, diverrà piccola, e finalmente svanirà del tutto. Siccome però in questo luogo è di tutta importanza il tener conto di questa mutabilità della forza de' rematori, che risulta dal proprio loro moto; così noi procureremo di ridurla a qualche fissa determinazione. Nominiamo perciò F la forza, che un rematore quieto può fare, e sia *c* la massima velocità con cui egli può movere le sue membra; sicchè talmente mosso egli non fosse più in istato di vincere il menomo ostacolo; si tratta d' assegnare la forza, con cui questo stes-

ſo rematore potrà agire, quando è obbligato a moverſi con una data velocità $=u$; e la formula che eſprimerà queſta forza dovrà eſſer tale, che prendendo la velocità $u=0$, la forza diventi $=F$, e la ſteſſa ſvaniſca facendo $u=c$.

§. III.

Queſta diminuzione di forza è manifeſtamente cagionata dagli ſforzi che i rematori devono fare a' proprj loro corpi, onde loro ne reſta tanta di meno da applicare ai remi. Siccome la libertà ſteſſa o anche un capriccio può aver in ciò molta influenza, egli è ſenza dubbio impoſſibile di rinchiudere queſta mutabilità in formule analitiche, ma pare che non s' allontanaremo molto dalla verità, ſe paragonaremo queſto caſo alla forza d' una corrente d' acqua, di cui la velocità ſia $=c$, e che urtando in un corpo quieto v' eſerciti una forza $=F$. Poichè

in

in tal ſuppoſizione, ſe lo ſteſſo corpo è portato ſecondo la medeſima direzione con una velocità $= u$, minore di c, ſappiamo che la forza della corrente contro queſto corpo ſarà $= F\left(1 - \frac{u}{c}\right)^2$; onde pare che poſſiamo ſervirci della ſteſſa formula per eſprimere la forza d' un rematore nel caſo propoſto. Ora è ben fatto d' offervare ſu queſta formula, che la lettera F non eſprimerà veramente una forza aſſoluta, ma un volume d' acqua il di cui peſo eguagli la forza in queſtione; e che le lettere c ed u, delle quali ci ſerviamo per eſprimere le velocità, indicano gli ſpazj, che ſarebbero percorſi in un minuto ſecondo di tempo con queſte medeſime velocità.

§. IV.

Conſideriamo ora il rematore in azione, e ſia u la velocità, con la quale egli move il ſuo corpo e principalmente

le sue braccia; e la forza ch' egli eserciterà sulli remi sarà espressa da questa formula $F\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$. Dunque poichè il numero di tutti i rematori s' è supposto $=n$, e la terza parte soltanto è in azione, la somma di tutte le forze che operano sulli remi per movere il bastimento sarà $=\frac{1}{3}nF\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$. Questa è dunque la forza totale che agisce continuamente nel bastimento, e che per brevità indicaremo con la lettera P, sicchè $P=\frac{1}{3}n.\left(1F-\frac{u}{c}\right)^2$.

§. V.

La linea (*Tav.* IV. *Fig.* 16.) POQ rappresenti un remo appoggiato in O sul bordo del bastimento, e nominiamo la di lui porzione dentro del bastimento $OP=p$, e l' altra parte al di fuori $OQ=q$, prendendo il punto P là dove la forza del rematore è applicata, ed il punto Q nel cen-

centro della pala, dove l' acqua è battuta dal remo. Ciò posto poichè il punto P del remo è tirato dal rematore nella direzione PR con la velocità $= u$, essendo la linea PR perpendicolare ad OP, l' altro punto Q riceverà un movimento secondo la direzione QS con la velocità $= \frac{qu}{p}$, essendo parimenti la linea QS perpendicolare ad OQ, poichè riguardiamo il remo come una linea retta, o come una leva appoggiata al punto O.

§. VI.

Consideriamo al presente il moto stesso del bastimento che scorre secondo la direzione Aα con una velocità $= v$, ed è chiaro, che incontrerà nell' acqua la stessa resistenza, ch' egli soffrirebbe, se fosse in quiete, e l' acqua vi scorresse contro con la direzione αA e con la velocità $= v$: il che ci mette in istato di

riguardare il baſtimento come ſe foſſe effettivamente quieto, e l' azione de' remi eſſer doveſſe di conſervarlo quieto nella corrente dell' acqua, di cui la velocità foſſe v. Ora per determinare la reſiſtenza medeſima, ſia ff una ſuperficie piana, che eſſendo battuta direttamente dalla ſteſſa corrente d' acqua, riceva un colpo eguale alla reſiſtenza ricercata; e queſta forza ſarà eguale al peſo d' una maſſa d' acqua, il di cui volume ſia $= \frac{ffvv}{4g}$, dove g indica l' altezza, dalla quale cade un corpo in un minuto ſecondo di tempo. Pongaſi anche per brevità queſta formula $\frac{ffvv}{4g} = R$.

§. VII.

Ritorniamo ora alla conſiderazione del remo, il punto Q del quale ha un moto ſecondo QS con la velocità $= \frac{qu}{p}$; e poichè l' acqua ſteſſa è portata per A α con la velocità $= v$, ſi ve-

si vede che il remo non sarà battuto dall' acqua, se non per quanto la sua velocità $\frac{qu}{p}$ supera la velocità dell' acqua v. Ora sebbene la direzione QS non sia precisamente la stessa che αA, la differenza però non può mai esser considerabile; giacchè si dà ai remi una tale lunghezza, che mentre si tiran fuori dall' acqua, la direzione del loro moto QS differisce pochissimo dalla direzione del bastimento. Per conseguenza la velocità con cui l' acqua è battuta dai remi sarà $= \frac{qu}{p} - v$.

§. VIII.

Sia ora *bb* la superficie d' ogni pala, o d' ogni estremità di remo con cui l' acqua è battuta perpendicolarmente, o presso a poco; e la forza che ne risulterà sarà $= \frac{bb}{4g} \cdot \left(\frac{qu}{p} - v\right)^2$, la di cui direzione sarà la retta QT cioè la stessa presso a poco di quella del movimento; e siccome

que-

queſta formula eſprime la forza d' un rematore eſercitata nel punto P del remo, la ſomma di tutte queſte forze ſarà $\frac{1}{3}n \cdot \frac{bb}{4g} \cdot \left(\frac{qu}{p} - v\right)^2$ che per brevità nominaremo $= Q$. Biſogna oſſervare nell' anzidetta eſpreſſione, che *bb* indica l' area d' una pala, che corriſponde ad un rematore: poichè ſe due o più uomini foſſero applicati allo ſteſſo remo, allora *bb* non indicarebbe che la metà o una minor parte della ſuperficie della pala.

§. IX.

Ecco dunque tre forze P, Q ed R, dalle quali dipende la ſoluzione del noſtro problema, o pure la determinazione della velocità che ſarà impreſſa al baſtimento dalli *n* rematori, che ſupponiamo in eſſo eſercitarſi: e poichè conſideriamo il baſtimento come in quiete, la natura della leva appoggiata al punto O ci dà

la

la giusta proporzione tra le forze P e Q, per cui avremo $P.p = Q.q$. Ora poichè queste due forze non sono applicate che al remo, il quale loro obbedisce attualmente, non si possono le stesse considerare come operanti immediatamente sul corpo del bastimento: la forza bensì che soffre l' appoggio O, è quella che agisce immediatamente nel bastimento. Questa forza essendo dunque eguale alla somma $P+Q$, il punto O ne sarebbe sollecitato secondo la direzione OA, ma perchè li rematori forzando o tirando i remi nella direzione PR, appoggiano il loro corpo e principalmente i loro piedi contro il bastimento, quindi ne risulta una forza $=P$, con cui il bastimento è rispinto in senso contrario. Bisogna dunque levar questa forza da quella che è applicata al punto O, ed è $=P+Q$, sicchè non resti che la forza $=Q$, con cui il bastimento è spin-

to nella direzione OA. Dunque poichè il moto del baſtimento ſi è ſuppoſto uniforme, biſogna che queſta forza Q ſia preciſamente eguale alla reſiſtenza R; e perciò noi non avremo che a riſolvere queſte due equazioni: 1.° $P.p = Q.q$, e 2.° $Q = R$.

§. X.

La ſeconda equazione $Q = R$, rimettendovi gli ſuppoſti valori ci dà

$$\frac{1}{3} n.\frac{bb}{4g}\left(\frac{qu}{p} - v\right)^2 = \frac{ff.vv}{4g};$$

di cui la radice quadrata è

$$b.\left(\frac{qu}{p} - v\right)\sqrt{\frac{1}{3} n} = fv$$

oppure

$$\frac{qu}{p} - v = \frac{fv}{b\sqrt{\frac{1}{3} n}}.$$

Suppongaſi per abbreviare

$$\frac{f}{b\sqrt{\frac{1}{3} n}} = m;$$

di modo che

$ff = \frac{1}{3} m^2 . b^2 . n$, oppure $n = \frac{3 . ff}{m^2 . b^2}$;

e la noſtra equazione ſarà $\frac{qu}{p} - v = mv$;

e per conſeguenza

$$\frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u} \text{ e } \frac{p}{q} = \frac{u}{(m+1)v}.$$

Quindi ſi conoſce la proporzione tra le due parti di ciaſchedun remo, date le due velocità v e u, ed il numero m.

§. XI.

Poi a cagione di $Q = R$, la prima equazione ci dà

$$P = \frac{qR}{p} = \frac{(m+1)v}{u} . R,$$

ed introducendo i valori ſuppoſti avremo queſta nuova equazione

$$\frac{1}{3} n . F \left(1 - \frac{u}{c}\right)^2 = \frac{ff(m+1)v^3}{4g . u};$$

e perciò

$$\frac{1}{3} n . F . u \left(1 - \frac{u}{c}\right)^2 = \frac{ff . (m+1) . v^3}{4g},$$

che ci ſerve per trovare la velocità del ba-

baſtimento v, dati che ſiano la forza ed il numero de' rematori n, la loro velocità u, ed il numero m: poichè avremo

$$v = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot n g F u \left(1 - \frac{u}{c}\right)^2}{3 \cdot ff(m+1)}}.$$

§. XII.

Quindi ſiamo in grado di riſolvere queſta importantiſſima queſtione: *con qual velocità debbano operare i rematori ſu i remi, affinchè il baſtimento ne riceva la maſſima poſſibile velocità?* poichè noi vediamo che queſta velocità ſvanirebbe, tanto nel caſo $u = 0$, quanto nel caſo $u = c$. Si tratta dunque di ritrovare il valore di n, tale che la prima formula acquiſti il maſſimo valor poſſibile, il che avviene prendendo $u = \frac{1}{3} c$. E' da avvertirſi particolarmente a queſto luogo, che $F.\left(1 - \frac{u}{c}\right)^2$ eſprimendo la forza d' un rematore, ed u la velocità con cui egli opera, il prodotto Fu

(1

$(1 - \frac{u}{c})^2$ esprime precisamente quello che si nomina in meccanica la quantità d' azione; e quest' altra verità merita egualmente tutta la nostra attenzione, che la velocità v impressa al bastimento è proporzionale alla radice cubica della quantità d' azione de' rematori, posto che la lettera m resti la stessa: mentre mutandosi m che rinchiude anche il numero de' rematori, questa proporzione sarà indubitatamente più complicata, come vedremo in seguito. Non v' ha dunque alcun dubbio, che non si debba prendere $u = \frac{1}{3} c$, il che dà la quantità d' azione $\frac{4}{27} Fc$: e perciò la massima velocità del bastimento sarà espressa così $\sqrt[3]{\frac{16}{81} \cdot \frac{ugFc}{ff.(m+1)}}$, la quale sostituendo ad n il suo valore $\frac{3ff}{m^2 b^2}$, si trasforma in questa $\sqrt[3]{\frac{16}{27} \cdot \frac{gFc}{m^2 b^2 (m+1)}}$, e tro-

va-

vata queſta velocità ogni remo deve eſſer diviſo in maniera tale nel punto O, che diventi

$$\frac{OQ}{OP} = \frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u} = \frac{3(m+1)v}{c},$$

ed allora è certo, che i remi ſono diſpoſti col ſommo vantaggio per imprimere al baſtimento la maſſima velocità poſſibile. *

§. XIII.

Per applicare queſte formule alla pratica biſogna primieramente dare ad F, che moſtra la forza con cui un uomo quieto è capace d' agire, il ſuo giuſto valore: e facilmente s' intende che non ſi può ſupporre queſta forza troppo grande, onde li rematori poſſano ſoſtener la fatica. Conſultando alcune ſperienze, pare che non ſi poſſa aumentar queſta forza oltre a tre quarti d' un piede cubico d' acqua, o a libbre cinquanta quattro in circa. Poi pare che la maſſima velocità c d' un uomo non debba eccedere piedi

ſet-

ſette e mezzo, ſicchè la terza parte o il valore *u* diventi di piedi due e mezzo: il che ci mette in iſtato di giudicare, ſe una galera o altro baſtimento a remi ſia ben diſpoſto o no. Poichè ſe i rematori tirando i remi per l' acqua muovono le loro braccia con una velocità maggiore o minore di due piedi e mezzo per ſecondo, ſarà queſto un ſegno ſicuro, che l' operazione de' rematori non è ben ordinata. *

§. XIV.

L' eſperienza ci fa anche conoſcere, che la grandezza d' una pala relativamente ad un uomo, non può eccedere un mezzo piede quadrato, affinchè i remi non divengano troppo peſanti per eſſere maneggiati da' rematori. Mettendo dunque $bb = \frac{1}{2}$, il numero de' rematori diventa $n = \frac{6 \cdot ff}{m^2}$. Si ſupponga ora il numero di tut-

ti i rematori $n = \alpha ff$, esprimendo in piedi quadrati la quantità ff, poichè tutto si riferisce alla quantità della resistenza indicata da ff: ed avremo $mm = \frac{6}{\alpha}$, e $m = \sqrt{\frac{6}{\alpha}}$. Finalmente poichè l' altezza $g = 16$ piedi di Londra, de' quali ci serviremo qui, le due equazioni che rinchiudono tutta la soluzione del nostro problema, saranno

$$v = \sqrt[3]{\frac{160 \cdot \alpha}{9\left(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}\right)}} = \sqrt[3]{\frac{160}{9}} \cdot \frac{\alpha}{1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}}$$

ed avendo trovato v, l'altra equazione è:

$$q = \frac{3(m+1)v}{c} = \frac{2\left(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}\right)v}{5}$$

o pure $\frac{a}{p} = \frac{2}{5} \cdot v\left(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}\right)$.

§. XV.

Queste formule sono ora bastantemente ridotte per calcolare una tavola, che indichi per ogni numero di rematori, tan-

to

to la velocità del baſtimento, ovvero lo ſpazio percorſo in un ſecondo eſpreſſo in piedi di Londra, quanto la proporzione tra le due parti di ciaſchedun remo, o pure il valore della frazione $\frac{OQ}{OP}$. La prima colonna dunque nella tavola che ſiamo per dare indicherà il numero de' rematori coll' eſpreſſione αff, dove ff è la reſiſtenza aſſoluta eſpreſſa in piedi quadrati; per il che daremo alla lettera α ſucceſſivamente i valori 1, 2, 3, 4, 5 &c. ſino a 40, ed anche di più, poichè avendo eſaminata una Galera di duecento e ſeſſanta rematori, ſi trovò la reſiſtenza aſſoluta $ff = 10$ piedi quadrati, ſicchè il numero de' rematori era $= 26\,ff$. La ſeconda colonna moſtrerà la velocità del baſtimento, ovvero il numero di piedi percorſi in un ſecondo. Nella terza colonna indicaremo lo ſpazio percorſo in un' ora, che è com' è chiaro $3600.v$; e finalmen-

te la quarta colonna farà conoscere il giusto valore della ragione $\frac{OQ}{OP}$. Eccone la tavola :

Numero de' rematori.	Velocità del bastimento.	Spazio percorso in un' ora.	Ragione $\frac{OQ}{OP}$
1 ff	1, 727	6218	2, 383
2 ff	2, 352	8468	2, 570
3 ff	2, 806	10080	2, 710
4 ff	3, 173	11425	2, 824
5 ff	3, 487	12555	2, 923
6 ff	3, 764	13551	3, 011
7 ff	4, 013	14446	3, 091
8 ff	4, 240	15263	3, 165
9 ff	4, 449	16017	3, 233
10 ff	4, 646	16725	3, 290
11 ff	4, 827	17378	3, 357
12 ff	4, 999	17998	3, 414
13 ff	5, 163	18586	3, 468
14 ff	5, 318	19145	3, 520
15 ff	5, 466	19679	3, 568
16 ff	5, 608	20191	3, 617
17 ff	5, 745	20681	3, 663
18 ff	5, 876	21153	3, 707

Nu-

Numero de' rematori.	Velocità del baſtimento.	Spazio percorſo in un' ora.	Ragione $\frac{OQ}{OP}$
19 ff	6, 002	21609	3, 750
20 ff	6, 124	22048	3, 792
21 ff	6, 243	22474	3, 832
22 ff	6, 358	22887	3, 871
23 ff	6, 469	23286	3, 909
24 ff	6, 577	23676	3, 946
25 ff	6, 682	24054	3, 982
26 ff	6, 784	24423	4, 017
27 ff	6, 884	24782	4, 052
28 ff	6, 982	25135	4, 086
29 ff	7, 077	25475	4, 118
30 ff	7, 170	25810	4, 150
31 ff	7, 262	26140	4, 181
32 ff	7, 350	26458	4, 212
33 ff	7, 437	26773	4, 243
34 ff	7, 522	27080	4, 273
35 ff	7, 606	27380	4, 302
36 ff	7, 688	27678	4, 331
37 ff	7, 769	27966	4, 359
38 ff	7, 848	28254	4, 387
39 ff	7, 926	28533	4, 414
40 ff	8, 003	28811	4, 441
45 ff	8, 368	30127	4, 569

Numero de' rematori.	Velocità del baſtimento.	Spazio percorſo in un' ora.	Ragione $\frac{OQ}{OP}$
50 *ff*	8, 708	31347	4, 690
60 *ff*	9, 325	33563	4, 908
70 *ff*	9, 874	35546	5, 106
80 *ff*	10, 374	37347	5, 286
90 *ff*	10, 834	39003	5, 452
100 *ff*	11, 261	40539	5, 608

§. XVI.

Quindi raccoglieſi che la teoria non determina coſa alcuna ſu la lunghezza aſſoluta de' remi; ma toſto che ſi ha riguardo allo ſpazio per il quale i rematori tirano il punto P durante una voga, che ſia $PR = r$, egli è evidente, che ſe la parte $OP = p$ foſſe eguale a $PR = r$, il remo percorrerebbe in ogni voga un angolo di 60 gradi, ſicchè al principio e verſo la fine la direzione dell' urto dell' acqua QS ſarebbe aſſai obbliqua a quella del baſtimento, dal che riſulterebbe una diminuzione di eſſo ſenſibiliſſima. Dunque

poi-

poichè queſto ſpazio $PR = r$ può valutarſi preſſo a poco di tre piedi, biſogna che la parte interna de' remi OP ſia almeno di cinque o di ſei piedi, e così tutta la lunghezza ſarà ora determinata per ciaſchedun numero di rematori. Per altro biſogna anche avvertire, che ſe le circoſtanze permetteſſero di dare alle pale una ſuperficie maggiore di mezzo piede quadrato, la velocità del baſtimento ne ſarebbe notabilmente accreſciuta; ſiccome ſi può vedere in una tavola inſerita nelle memorie dell' Accademia di Berlino Tom. III. pag. 210, dove ho ſuppoſto $bb = \frac{3}{4}$ di piede quadrato: dove anche ſi vedrà che la ragione delle parti $\frac{OQ}{OP}$ rieſce minore. Queſti avvertimenti pajono abbondantemente ſoddisfare a tutto ciò che riguarda l' azione de' remi, ed il moto che ne riceve il baſtimento.

ANNOTAZIONI

PARTE PRIMA.

§. 7.

LE tre ſezioni in queſto Capo definite ſono di nota poſizione e paſſano per il centro di gravità, il quale è un punto fiſſo ed immutabile, data la figura del baſtimento e la diſtribuzione de' peſi nel medeſimo. Ora ſuppoſto che il baſtimento abbia i ſuoi bordi o lati d' uniforme groſſezza e formati di materia omogenea, e non ſia caricato d' altri peſi, le tre ſezioni principali determinano aſſolutamente la di lui figura, ſicchè quella ſola e non un' altra gli poſſa competere. Poichè fatta qualſivoglia mutazione nella figura e grandezza delle ſezioni ſucceſſive orizzontali all' insù o all' ingiù della principale e reſtando allo ſteſſo modo la diametrale e la traverſale, il centro di gravità muterà luogo e la ſezione orizzontale, che ſi era aſſunta per principale non paſſerà più per detto centro. Dicaſi lo ſteſſo delle mutazioni che ſi faceſſero nella ſerie

del-

delle ſezioni traverſali verſo Poppa e verſo Prora, conſervando le altre due. Ma non eſſendo nè omogenea la materia della coſtruzione, nè uniforme la groſſezza de' lati, ed in queſto potendo eſſervi molta varietà, è manifeſto che reſtando nello ſteſſo ſito il centro di gravità, e conſervando le medeſime tre ſezioni principali può mutarſi in molti modi la figura del baſtimento intero. Poichè s' accreſca la capacità a cagion d' eſempio delle ſezioni traverſali verſo la Prora, oltre quella miſura che ad eſſe converrebbe. Queſto aumento di capacità ſi faccia conſervando a ciaſcheduna ſezione traverſale quell' altezza verticale e quella larghezza di bocca che ſono determinate dalle linee corriſpondenti nelle ſezioni diametrale ed orizzontale, mutando ſoltanto la curvità del contorno. Si diminuiſca con le ſteſſe avvertenze la capacità delle ſezioni verſo Poppa, ed è certo che biſognerà aumentare la groſſezza o peſo de' membri a Poppa, e diminuire la groſſezza e peſo di quelli a Prora, o far l' uno e l' altro, affinchè le ſteſſe ſezioni principali convengano a queſta nuova figura di baſtimento, ed il centro di gravità reſti nello ſteſſo ſito. Ecco in qual modo le ſteſſe tre ſezioni principali poſſono convenire ad un' infinità di figure

di-

diverſe di baſtimenti , ed ecco inſieme per qual ragione i limiti dentro i quali ſi contiene queſta varietà ſono , come avverte l' Autore, aſſai anguſti. Date pertanto le tre ſezioni ed il centro di gravità ſi potrà dedurre la figura del baſtimento, invertendo il metodo col quale dato il baſtimento ſi ritrova il centro di gravità. La figura così dedotta ſarà proſſima alla vera , e le differenze riſulteranno dal non eſſere in fatti uniformi le groſſezze de' bordi , nè omogenea la materia della coſtruzione , le quali coſe per altro non poſſono mai indurre una grande diverſità di figura. Se poi ſi voglia aver riguardo ai peſi che ſi poſſono aggiungere , ſcemare , o mutar di luogo ne' baſtimenti, allora ſenza cambiamento della figura totale può cambiarſi di molto il ſito del centro di gravità, e quindi le medeſime tre ſezioni principali combinarſi per baſtimenti molto diſſimili.

Si deve avvertire che le tre ſezioni qui conſiderate non ſono quelle , eccettuata la diametrale , ſulle quali ſi regola il diſegno e la coſtruzione de' baſtimenti. La traverſale de' coſtruttori è la maſſima ſezione fatta per larghezza con un piano verticale e diſpoſto ad angolo retto coll' aſſe maggiore. Chiamaſi *corba maeſtra* , *gran curva* , *mezza-*

ni-

nino , e propriamente divide la parte anteriore o Prora dalla parte posteriore o Poppa , e non passa necessariamente per il centro di gravità. La sua figura si descrive con varj metodi , e questa varietà è tanto per servire all' esigenze del bastimento , che si vuol costruire , quanto per le diverse pratiche adottate da' costruttori. In questa figura divisa per metà dal suo asse verticale , si descrivono in una parte i mezzi contorni delle sezioni , *corbe* , o *sesti* verso Prora , nell' altra metà i mezzi contorni delle sezioni traversali verso Poppa , e ne risulta quello che chiamasi piano di projezione , cioè di veduta del bastimento da un punto preso nell' asse di lunghezza molto rimoto dalla Prora , e da un altro molto rimoto dalla Poppa , per la distanza de' quali punti si possono considerare come paralelli tra di loro i raggi visuali. La sezione orizzontale de' costruttori , la quale parimenti non passa di necessità per il centro di gravità, è tra le orizzontali quella che ha massima larghezza. In essa si segnano le successive larghezze del bastimento dal mezzo verso gli estremi , e l' andamento delle linee d' acqua a varie profondità , e queste linee che nel piano orizzontale sono curve , appariscono rette nel piano

di

di projezione. La diametrale de' coſtruttori è la ſteſſa che qui ſi conſidera e paſſa neceſſariamente per il centro di gravità, atteſo che ogni baſtimento deve conſtare di due porzioni ſimili ed eguali in volume, peſo, e figura congiunte ſecondo la loro lunghezza. In queſta ſezione ſi ſegnano le altezze ſopra la colomba della ſezione orizzontale, e quindi le differenze del peſcare a Prora ed a Poppa, e le varie lunghezze del baſtimento dipendenti dallo ſlancio dell' aſte di Poppa e di Prora: e con una curva conveſſa all' ingiù e toccante la colomba ſi dimoſtra la legge con cui aſcendono dal *mezzanino* verſo gli eſtremi le *piane* o baſi delle *corbe*. Laonde la ſezione orizzontale è un piano di projezione o veduta del baſtimento da un punto rimoto preſo nell' aſſe verticale: e la ſezione diametrale è un piano di projezione o veduta da un punto rimoto preſo nell' aſſe traverſale. Da queſti tre piani con le linee in eſſi ſegnate che abbiamo indicate, inſieme combinati riſulta la vera figura dell' intero baſtimento, e dipende ch' egli rieſca di fondi fini o gonfj, elevati o depreſſi. Ma dalle ſole tre ſezioni de' coſtruttori ſenza le linee accennate non ſi potrebbe dedurre la vera figura del baſtimento, perchè non dipendono dal centro di gravità.

Gio-

Giova poi offervare , perchè l' Autore fiafi fervito di queſta ipoteſi de' tre aſſi uno verticale e due orizzontali ad angoli retti tra di loro nel centro di gravità , e delle tre ſezioni che paſſano per queſti aſſi combinati a due a due. Per queſto mezzo ogni moto del baſtimento ed ogni forza che in eſſo operi ſi riſolve in direzioni relative ad un punto coſtante, a tre rette, ed a tre piani di nota poſizione , e perciò i moti più involuti ſi riducono ad elementi ſemplici. Imperciocchè ſi concepiſca eſſere tutto il peſo del baſtimento raccolto nel centro di gravità , e facilmente s' intende che mentre egli galleggia ſull' acqua , ogni movimento in eſſo eccitato per l' azione di qual ſi voglia forza ſarà o di progreſſione dello ſteſſo centro , o di rotazione intorno al centro ſteſſo immobile , o compoſto d' amendue. Il moto di progreſſione ſarà o ſecondo la direzione ſemplice d' uno de' tre aſſi , o ſecondo una direzione compoſta di due , o di tutti e tre. Imperocchè può il baſtimento progredire per la direzione ſemplice della ſua lunghezza , o della ſua larghezza , o alzarſi ed abbaſſarſi , cioè progredire per la direzione del ſuo aſſe verticale : può egli progredire per una direzione media tra l' aſſe di lunghezza e di lar-

ghez-

ghezza ſenza che il centro di gravità s' alzi o s' abbaſſi : e può progredire per la direzione media ora detta compoſta con una direzione verticale all' insù o all' ingiù , nel qual caſo percorrerà una retta obbliqua all' orizzonte. Non potrà per altro alcuno di queſti moti farſi , ſe non per opera di forze, le direzioni delle quali paſſino per il centro di gravità o immediatamente , o riſolte per mezzo di perpendicolari ai tre piani ed ai tre aſſi , in direzioni che paſſino per detto centro . Il moto di rotazione ſi farà intorno ad uno , a due , o a tutti e tre inſieme gli aſſi indicati , quando la forza ſpingente non paſſi per il centro di gravità , ma agiſca con direzione perpendicolare agli aſſi medeſimi , o immediatamente , o riſolta per mezzo di perpendicolari ai piani ed agli aſſi. L' aſſe intorno al quale ſi fa la rotazione ſarà immobile ancorchè libero , qualora gli ſforzi centrifughi che ſi generano per queſto moto ſiano eguali da amendue le parti , e perciò nel caſo che la rotazione ſi faccia intorno a tutti e tre gli aſſi nello ſteſſo tempo con moti centrifughi eguali riſpetto a ciaſcheduno , ſarà immobile il centro di gravità . Altrimenti e qualor ſiano diſuguali gli ſforzi centrifughi , il centro o l' aſſe del moto ſi ſcoſterà dal

cen-

centro di gravità, e sarà rapito verso quella parte dove questi sforzi sono maggiori, e per tanto intervallo, quanto basti per eguagliare intorno a se detti sforzi: nel qual caso si genererà insieme col moto di rotazione intorno al centro di gravità anche un moto di progressione dello stesso centro. Quindi si vede come si possono combinare i moti di progressione del centro di gravità con quelli di rotazione intorno ad esso; poichè nessuna delle forze, le cui direzioni coincidono o immediatamente o per risoluzione con alcuno de' tre assi principali e che perciò passano per il centro di gravità, è atta a produrre moto di rotazione: siccome nessuna di quelle che o immediatamente o per risoluzione è perpendicolare ad alcuno de' tre assi e non coincide con alcuno, è atta a produrre moto di progressione, se non quando per la disuguaglianza degli sforzi centrifughi che si generano, essa è costretta a cambiar la sua direzione. Laonde tutti i più involuti movimenti d' un bastimento difficili ad essere ben figurati e compresi, per questo modo si scomporranno in moti di rotazione e di progressione relativi agli assi principali, e perciò in elementi noti, e che possono assoggettarsi al calcolo.

La

La voce *Garbo* con la quale ho esprefso il *Gabaris* Francese è adoperata in questo senso nel libro *dell' Arcano del Mare* , *del Duca di Nortumbria* , e nell' altro dell' armata navale del *Pantera*, e da altri Scrittori italiani di questo argomento. S' esprime con questa voce tutta la configurazione del bastimento , come con la voce di *Sesto*, di cui è comune l' uso tra gli Architetti e costruttori, si dinota la curvità e rotondità degli archi delle volte , e delle *corbe*.

§. 8.

Questa nuova sezione orizzontale che dicesi sezione d' acqua , e che riesce diversa secondo che per il peso aggiunto o scemato , il bastimento s' affonda più o meno , non passa per il centro di gravità , se non che in una sola combinazione, cioè che tutti i pesi collocati nel bastimento sotto questa linea o sezione siano eguali in somma ai pesi collocati sopra di essa : e perciò sebbene in questo caso essa si confonda con la orizzontale del capo precedente , non ha però con quella altra relazione necessaria , se non che d' esserle paralella. Nella costruzione si deve fissare la linea d' acqua , cioè quella fino alla quale s' immergerà il bastimento senza carico, ed un' altra linea che di-

ceſi del *forte*, e che paſſa per il punto, dove la corba maeſtra ha la ſua maſſima larghezza, ed il baſtimento diceſi avere il ſuo giuſto carico, quando la ſuperficie dell' acqua è d' una data miſura ſuperiore alla linea del forte. Queſta ſezione d' acqua corriſpondente alla maſſima immerſione diſtingue propriamente la *carena* che diceſi anche *opera viva*, dalla parte di baſtimento che ſta fuori d' acqua, e chiamaſi *opera morta*. E' un problema di tutta importanza, e che nella coſtruzione ſi deve ſciogliere con la maggiore approſſimazione, quello di proporzionare ne' piani e diſegni le capacità e le figure ai peſi che devono ſecondo una data legge eſſer collocati ne' baſtimenti per la quantità e per il ſito, onde la miſura d' immerſione ſia ſecondo il diviſato, e la linea d' acqua rieſca nella poſizione che ſi vuole riſpetto alla colomba, e nella diſtanza che ſi ſtabilì riſpetto al centro di gravità. Qui ſi ſuppone che la ſezione d' acqua ſia paralella alla colomba, e s' avvertirà poi a ſuo luogo la differenza del peſcare a Poppa ed a Prora.

§. 11.

Da queſto principio dipende il metodo di miſurare la portata de' baſtimenti in peſo. Poichè ſe

ſi ab-

si abbia la misura in piedi cubici della solidità della carena a bastimento scarico, ed a bastimento caricato la differenza di queste solidità darà il numero di piedi cubici ai quali è eguale il carico, e moltiplicando quel numero per 72, ch' esprime in libbre il peso d' un piede cubico d' acqua marina, s' avrà parimenti in libbre la portata in peso del bastimento. Il modo poi di misurare in piedi cubici le solidità suddette si ha abbastanza facile ed esatto, quando sia nota dai piani di costruzione la figura del bastimento, o si possa dallo stesso rilevarla, mentre ancora egli è sul cantiere. Ma qualora si tratti di rilevarne la figura, mentre è già in acqua, la difficoltà di prendere le necessarie dimensioni delle parti che sono immerse, rende questa operazione malagevole e soggetta ad errori. Quindi per misurare la portata d' un bastimento già posto sull' acqua e scarico, si deve misurare la solidità di quella porzione che è contenuta tra le due sezioni d' acqua orizzontali, cioè quella del bastimento vuoto e quella del bastimento caricato: onde poi divisa questa altezza d' immersione in varie parti si può avere una scala della quantità del carico che fa immergere il bastimento a note successive misure di profondità.

Le ſuddette difficoltà e la neceſſità di procedere per approſſimazione nella miſura di queſti ſolidi naſce dall' eſſere traſcendente ed affatto meccanica la figura de' baſtimenti , e tale che non ha una coſtante proporzione compoſta delle tre dimenſioni , nè tale a cui s' abbia un metodo d' approſſimarſi all' infinito , come ſono le figure dipendenti da curve di nota indole. Quindi l' argomento di miſurare la portata de' baſtimenti in peſo eſaminato con molta meditazione dalli Signori *Varignon* e *Mairan* per commiſſione della Real Accademia di Parigi , di ciò incaricata dal governo di Francia , diede ſoltanto alcuni metodi per accoſtarſi al queſito , come ſi vede nelle memorie 1721., 1722., dove anche ſi ſcorge che il metodo geometrico propoſto dal Signor Varignon , eſſendo dedotto dall' ipoteſi d' una figura Elliſſoide , non può ſervire a buon uſo per la conſiderabile varietà de' baſtimenti, e per la loro differenza da sì fatta figura.

Il metodo pertanto per rilevare la ſolidità della mole compreſa tra le due ſezioni d' acqua ſopraddette , è di miſurare l' area delle medeſime , poi prendere la metà della ſomma , e moltiplicarla per l' altezza perpendicolare tra l'una e l'altra ſezione.

Per

Per misurar l' area delle due sezioni si divida tutta la lunghezza compresa tra i capi di sesto (*Tav.* A *Fig.* 1.) PQ, OL in due, quattro o più parti eguali, e si tirino le normali all' asse QP, MN, OL. Divisa in tal modo la sezione in più trapezj, s' avrà l' area d' ognuno moltiplicando MQ per la metà di N*n* + P*p*; o sia moltiplicando MQ per NM + PQ s' avrà l' area di tutto il trapezio *n p* PN. La somma di questi trapezj sarà l' area *op* PO. Questi trapezj avendo un lato curvo NP, è chiaro che quanto minori saranno gl' intervalli MQ, tanto più vicina alla retta sarà la linea NP, e tanto più esatta riuscirà la misura dell' area. Poscia dai capi di sesto agli estremi di Poppa e di Prora, se l' andamento delle linee PR, VT sia curvo per modo che possa risultar errore considerabile prendendolo per retto, si dividano gl' intervalli QR, LK in trapezj come prima, e si misurino: e l' ultimo tratto *a* R che rimane si misuri come un triangolo. Dalla parte di Poppa, se la figura riesce quadra come KI, si proceda per misura di trapezj, e finalmente di un triangolo se essa si slancia e si gonfia come in *Ib*. Conosciuta così l' area delle due sezioni *i* RI, e TXYS *yxu*, che corrispondono alle linee FE, HG

della ſezione diametrale, ſi prenda la metà della loro ſomma, e ſi moltiplichi per *re*, e s' avrà la ſolidità ricercata. E' chiaro che dividendo la *re* in parti, s' avrà la ſcala dell' immerſioni prodotte dall' aggiunta fatta al baſtimento di peſi noti.

Dipende queſto metodo dal principio che il tronco da miſurarſi ſia priſmatico, il che non è eſattamente vero agli eſtremi del baſtimento: ma la differenza è piccola, e non tale che meriti tutto il computo che converrebbe fare, riguardando queſto ſolido, come un tronco piramidale, alla qual figura realmente s' accoſta di più.

Le miſure delle rette QP, MN &c. nel baſtimento galleggiante ſi devono prendere col filo a piombo, il quale (*Tav.* A *Fig.* 2.) ſi combaci col punto del forte *e* delle corbe, e moſtri la differenza *gk* della maſſima larghezza, da quella che ſi vuol eſplorare. L' altezza *er* ſi deve prendere con eſattezza ſcrupoloſa, atteſo che ogni piccolo errore in queſta s' aumenta nel calcolo per la moltiplica di quella linea nell' area di tutta la ſezione.

Tutto ciò riguarda la miſura della portata in peſo. Poichè ſe la miſura comune di cui ſi fa uſo ſia il piede, s' avrà la portata eſpreſſa in piedi cubici, d' ognuno de' quali ſi ſa il peſo s' egli ſia

d'

d' acqua marina , e se sia d' acqua dolce parimenti si conosce, per la proporzione delle gravità specifiche di queste due qualità d' acqua, che sono come 1 , 030 : 1 , 009 : e ciò si deve avvertire.

Se dalla misura ritrovata si sottragga la misura della grossezza de' bordi del bastimento , s' avrà la misura dello spazio interno della carena , tra le due sezioni. Se poi le operazioni suddette si facciano prendendo le misure interne del bastimento , s' avrà la capacità intera del medesimo dal suo fondo fino a qualsivoglia altezza , espressa per piedi cubici : e questa sarà la misura della portata in volume. Nell' esprimere la portata in peso de' bastimenti si suole servirsi d' una misura che chiamasi di botte o tonnellate ed equivale a 2000. libbre : e questa in volume sarebbe di piedi cubici d' acqua 28. , in circa. Ma per il vario genere di carico che si fa sul bastimento , avvenendo che i corpi siano più o meno pesanti in specie, e le loro figure convengano più o meno con la figura della stiva e degli altri luoghi , risulta da ciò , che la misura di tonnellate di volume che può un bastimento contenere , differisca più o meno dalla misura del volume dedotta col calcolo ed espressa in piedi cubici. Quindi quello che si dedurrà dal

calcolo sarà solamente un termine di comparazione, e secondo la varietà de' carichi si giudicherà la differenza che deve risultarne.

Siccome s' avrà occasione più volte in questo trattato di supporre noto il peso e volume del bastimento intero e della porzione immersa, così mi sembrò a proposito d' indicare qui brevemente il modo di fare questo computo. Per ridurre la Teoria a formule d' uso senza dipendere dalla precisione delle misure della solidità si vedrà (§. 61.) esser sufficiente l' assegnare i limiti dentro i quali sta la ragion composta delle tre dimensioni, che esprime il solido del bastimento.

§. 17.

Il centro di gravità della carena e quello del bastimento intero essendo due punti dal sito de' quali dipende il calcolo di molte determinazioni importanti, gioverà indicare il metodo d' approssimazione per ritrovarli in un bastimento dato, onde possano le ricerche ridursi a definite misure. Si dice d' approssimazione, perchè l' indole trascendente delle figure de' bastimenti non permette di più, e perchè la scrupolosa esattezza non sarebbe poi di grande vantaggio. La base di questo metodo è il Teorema meccanico seguente. *La som-*

ſomma de' momenti di molti peſi , ovvero la ſomma de' prodotti che ſi hanno moltiplicando ciaſcheduno di detti peſi per la ſua diſtanza da un punto preſo ad arbitrio , è eguale al prodotto della ſomma de' peſi ſteſſi moltiplicata per la diſtanza del centro di gravità comune di eſſi dal punto preſo ad arbitrio .

Per trovare adunque il centro di gravità (*Tav.* A. *Fig.* 1.) della carena FCDE , che rappreſenta un corpo omogeneo , cioè un volume di acqua eguale e ſimile ad eſſa, ſi divida queſta figura con varie ſezioni orizzontali ad eguali intervalli *es*, *sr*. Queſte ſezioni ſi ſuddividano in trapezj (*Fig.* 1. *Tav.* A) e triangoli , come ſi fece al §. 11., le aree de' quali ſi riguardino come peſi. S' aſſuma per punto fiſſo l' aſta di Poppa FC , la quale ha poco ſlancio , e perciò s' avvicina al ſito verticale. Si moltiplichi ciaſchedun trapezio *on* ON , e triangolo QPR della prima ſezione per la diſtanza orizzontale del reſpettivo ſuo centro di gravità dall' aſta di Poppa FC . La ſomma di queſti prodotti ſi divida per l' area della ſezione intera , e s' avrà per il teorema enunziato , la diſtanza del centro di gravità *g* di tutta la ſezione dall' aſta FC . Queſta diſtanza ſi prenderà nell' aſſe maggiore del-

la

la ſezione, eſſendo già evidente che il centro di gravità cade in queſt' aſſe, il quale divide per metà la ſezione ſteſſa. Si replichi queſta operazione in tutte le ſezioni orizzontali FE, *bl*, HG, *cd*, con le quali s' è diviſo il ſolido della carena, e s' avranno i centri di gravità delle medeſime diſpoſti nella ſezione diametrale del baſtimento in *g*, *k*, *m*, *q*, α, a varie diſtanze orizzontali dall' aſta, e varie verticali dalla colomba. Ognuno di queſti centri ſi riguardi come un peſo eguale all' area della figura a cui appartiene. Si faccia una ſomma de' prodotti di queſte ſezioni moltiplicate per la diſtanza del loro centro di gravità dall' aſta, ed il prodotto ſi divida per la ſomma delle ſezioni, e s' avrà con ciò la diſtanza orizzontale del centro π di gravità della carena dall' aſta. Nuovamente ſi faccia una ſomma de' prodotti delle ſezioni moltiplicate per le diſtanze verticali del reſpettivo loro centro di gravità dalla colomba, e ſi divida per la ſomma delle ſezioni, e s' avrà la diſtanza verticale dalla colomba del centro di gravità π della carena. E perciò s' avrà nella ſezion diametrale determinato da due linee $\pi\varepsilon$, $\pi\omega$ di data poſizione il centro di gravità che ricercaſi. S' avverta nel prendere le

di-

distanze verticali di riferirsi alla faccia inferiore della colomba.

Molto più proliſſo, ma dipendente dallo ſteſſo principio rieſce il computo per il ritrovamento del centro di gravità del baſtimento intero, tanto per l' indole della figura, quanto per eſſer egli compoſto e caricato di materie eterogenee, e di diverſo peſo ſpecifico. Supponendo pertanto diviſo il baſtimento verticalmente con ſezioni traverſali in molte porzioni, conviene procurarſi la notizia del peſo delle corbe e maggieri a ciaſcheduna ſezione appartenenti, e de' sbagi e ponti. Indi d' ognuna di queſte porzioni trovare il centro di gravità coll' uſo del propoſto Teorema. Lo ſteſſo deve farſi degli alberi, antenne, funi. Quindi s' avranno nella ſezione diametrale tanti punti, quante ſono le porzioni oſſervate, e queſti punti, de' quali ſono note le diſtanze dalla colomba e dall' aſta, ſaranno come peſi equivalenti alle porzioni delle quali ſono centri. Poi col metodo ſopraddetto, dai ſiti di queſti punti e dai loro peſi ſi dedurrà una diſtanza verticale dalla colomba, ed una orizzontale dall' aſta, che definiranno il luogo del centro di gravità del baſtimento intero. Poi per il carico da aggiungerſi d' artiglierie, ancore, go-

mene, proviggioni, mercanzie, conoſciuta di queſti peſi la ſituazione ſi ripeterà con riguardo ai medeſimi l' operazione, e s' avrà il ſito del centro di gravità del baſtimento intero e carico. (Vedaſi *BouguerTraitè du Navire Liv.* II. *Sect.* II. *Chap.* VI.)

Il ſito del centro di gravità della carena e del baſtimento influiſcono moltiſſimo nelle proprietà del medeſimo riguardanti il ſuo equilibrio e la ſua ſtabilità, ed in quelle che riguardano i ſuoi movimenti tanto di progreſſione quanto di rotazione o oſcillazione, come ſi vedrà nel corſo di queſta Teoria. Quindi riuſcirà molto utile nella navigazione di conoſcerlo determinatamente, ed anche d' avvertire come per la diſpoſizione, e quantità di peſi aggiunti o levati egli ſi muti, dipendendo da ciò che lo ſteſſo baſtimento reſtando pari le altre coſe manifeſti delle proprietà differenti.

§. 19.

Se per tutta la lunghezza del baſtimento ogni ſezione traverſale foſſe così peſante per la materia della coſtruzione e del carico, e così proporzionata per la figura ed eſtenſione, onde la quantità di ſua immerſione cacciaſſe di luogo un volume d' acqua dello ſteſſo peſo per l' appunto della ſe-

zio-

zione , comunque diſuguali foſſero le ſucceſſive ſezioni traverſali , neſſuna forza riſultarebbe tendente ad inarcare la colomba . Ma ſe ciò non ſia, come non è ne' baſtimenti , ne' quali la figura e la diſtribuzione del carico ſono da altri importanti riguardi ſtabilite , riſulta neceſſariamente una diſuguaglianza tra le forze prementi e le ſoſtenenti , la quale s' eſercita nel compleſſo del baſtimento e lo incurva intorno a quel punto dove è più ſoſtenuto . L' inarcamento che ha ſempre per cauſa proſſima ed immediata queſto sbilanciamento degli eſtremi proporzionalmente più peſanti e meno ſoſtenuti del mezzo , per molte altre combinazioni s' aumenta . Nel lanciare una nave dal cantiere in acqua vi deve eſſere un tempo , ancorchè breve , in cui parte del ſuo peſo ſia ſoſtenuta dal ſuolo ſtabile del cantiere e parte ſia in aria e non ſoſtenuta : ovvero parte ſia ſoſtenuta dal ſuolo ſtabile , e parte con minor forza dall' acqua . Quando un baſtimento è all' ancora in luoghi di molto ondeggiamento , il tormento ch' egli ſoffre è particolarmente verſo la Prora dalla quale partono le gomene (Veggaſi *du Hamel tranſport de Bois liv. V. chap. XI. art.* 3.) . La diſtribuzione de' peſi ſcemati per il conſumo delle proviggioni o

di-

diverſamente collocati, muta la ſituazione de' centri di gravità tanto del baſtimento intero, quanto delle due parti di Poppa e di Prora, e con ciò ſi cambia la proporzione delle forze prementi e ſoſtenenti, il che può eſſer utile, ma per lo più è dannoſo al baſtimento per l' oggetto della preſente conſiderazione. Le combinazioni della navigazione poſſono contribuire più o meno a queſto difetto, poichè l' inclinazione prodotta dalla forza del vento verſo Prora diviene una nuova e conſiderabile cagione di sbilanciamento tra il mezzo e gli eſtremi. A queſto pernicioſo effetto dell' inarcamento reſiſtono i membri del baſtimento in ragione della robuſtezza nativa del legno che s' impiega, della ſua quantità, della direzione, ſecondo la quale è forzato, o premente contro la direzione delle fibre, o traente ſecondo la ſteſſa, o a queſta perpendicolare, al che ſi riduce la forza naſcente dal compleſſo e dal contraſto, di cui è così grande l' efficacia generalmente nelle coſtruzioni di legno, ed al quale appartengono ancora le avvertenze nelle conneſſioni per mezzo d' immorſature e di chioderie. Quando però l' Autore qui dice di procurare tal forza alla colomba, ſicchè per lo sbilanciamento degli eſtremi non abbaſtanza ſoſtenuti eſ-

ſa

ſa non s' inarchi , biſogna intendere , doverſi dare tal forza a tutto il compleſſo del baſtimento, ſicchè per il contraſto derivante dalla conneſſione de' membri , le forze incurvanti non operino il ſolo effetto d' inarcar la colomba , ma ſi diſtribuiſcano per tutte le parti del baſtimento che poſſono con queſto effetto metterſi in relazione . Giacchè la ſola colomba a ſoſtener queſto ſforzo ſarebbe inſufficiente , tanto più che le miſure di larghezza ed altezza di queſto pezzo ſono da altri riguardi limitate . La larghezza è limitata dal riguardo al timone , il quale non deve avere intorno a ſe una parte d' acqua morta , nella quale s' aggirarebbe inutilmente per il governo . L' altezza, dalla quale naſcerebbe maggior reſiſtenza all' inflеſſione , non può accreſcerſi di molto ſenza la conſeguenza d' un' immerſione eccedente e ne' baſſi fondi pericoloſa ; giacchè è manifeſto che poche dita d' accreſcimento d' altezza della colomba , equivalgono quanto alla miſura dell' immerſione a molte migliaia di libbre di peſo aggiunto al baſtimento . Laonde tutta l' induſtria per minorare poſſibilmente queſto vizio che neceſſariamente contraggono i baſtimenti di tutte le nazioni , i quali ſiano di fondi tagliati , e caricati ne' conſueti

modi , che per tanti altri riguardi poco mutar ſi poſſono , deve principalmente rivolgerſi a far sì che l' incurvazione della colomba non ſegua ſenza l' inflеſſione d' un gran numero di membri , dal che naſcerà una maggior ſomma di reſiſtenze , che in mancanza aſſoluta di punti fiſſi e ſtabili , qual è la condizione d' una nave poſta ſull' acqua , è la ſola forza da contrapporre alle cagioni dell' inarcamento . I membri della nave per queſta conſiderazione ſi devono diſtinguere in membri ſecondo la lunghezza ed in altri ſecondo la larghezza : e la loro inflеſſione o mutazione di figura va computata per quell' inflеſſione che ſoffre la ſteſſa materia del legno , e per l' apertura o divaricazione che ſuccede nelle commettiture . Membri di poſizione verticale propriamente non vi ſono che i puntali tra i ponti , quando le corbe ſi conſiderino come traverſali . In oltre quelli di poſizione verticale non fanno alcuna reſiſtenza all' inarcamento . I membri per lunghezza hanno tutti per combinazione di ſtruttura un andamento curvo e concavo all' insù , ſicchè nell' inarcarſi del baſtimento la forza che ſoffrono tende a rettificarli , e perciò oppongono ad eſſa una reſiſtenza minore di quella che opporrebbero , ſe il loro andamento foſſe ret-

ti-

tilineo. Quanto poi ai membri traverſali o ſecondo la larghezza, s' avverta eſſer queſti principalmente le corbe ed i sbagi, e che non può ſuccedere inarcamento della colomba, ſenza che ſi muti la figura delle corbe, e particolarmente di quelle che ſono tra i capi di feſto. Queſta mutazione di figura ſi deve fare per iſchiacciamento delle corbe all' insù, e perciò per dilatazione della loro parte inferiore e per riſtringimento della parte ſuperiore, là dove legate ſono co' sbagi che ſoſtengono i ponti. Lo ſchiacciamento porterà dunque un aumento di quella retta o corda della corba che ſi concepiſſe condotta da un punto del primo braccio a deſtra al punto omologo del primo braccio a ſiniſtra; e ſiccome è più facile che ceda la commettitura del braccio con la piana, di quello che s' accreſca la curvità del braccio ſteſſo, il quale è compoſto d'un groſſo legno, così queſta dilatazione della parte inferiore della corba più probabilmente ſuccederà per divaricazione della commettitura. Il riſtringimento della parte ſuperiore ritrova l' oppoſizione della forza de' sbagi per la reſiſtenza che fanno all' incurvarſi. Siccome però queſti, ad oggetto di dare ai ponti una pendenza verſo le murate per lo ſcolar dell' acque, ſi fanno curvi conveſſi all' insù,

così è opinione che reſiſtano meno a quelle forze che li comprimono dagli eſtremi, e che reſiſterebbero di più ſe foſſero rettilinei. Quindi ſi conſiglia di farli retti, e praticarvi di ſopra quelle aggiunte che occorrono per la pendenza de' ponti dal mezzo verſo le murate. Ma per opporſi alla mutazione di figura nella parte inferiore che abbiamo indicata, non ſi pratica alcuna particolare avvertenza. E per altro ſembra molto ragionevole che ſe nella ſtiva ſi metteſſero a ragionevoli diſtanze de' sbagi retti e robuſti, i quali foſſero immorſati, e fortemente conneſſi con chiavi di ferro co' primi bracci che s' attaccano alle piane, verſo il mezzo della lunghezza de' medeſimi, s' opporrebbe con ciò all' inarcamento una ſomma di reſiſtenze molto conſiderabile e maggiore di quella che s' ottiene con varj altri artifizj che furono propoſti. Biſogna confeſſare per altro che queſto problema, ſebbene ſia il più importante nella coſtruzione navale, non è ſtato mai ſciolto con regole certe, e con ſicura guida de' coſtruttori. I più avveduti direttori delle coſtruzioni navali anno accreſciute le groſſezze de' membri principali, e la forza delle giunture: anno avvertito che le commettiture de' maggieri ſi fallino, cioè non cadano

ſul-

ſulla ſteſſa corba o sbagio, ed anno procurata la maggiore fermezza all' immorſature, l' eſatto lavoro delle quali grandemente contribuiſce alla robuſtezza di tutto il compleſſo. La Società Reale di Coppenhaguen ha propoſto nell' anno ſcorſo 1775. il premio a chi determinaſſe con facile calcolo la curva a cui ſi conforma la carena de' baſtimenti che ſtanno lungamente ſul mare, aſſegnando inſieme le cagioni per cui vanno ſoggetti più o meno a queſto vizio. In queſt' anno eſſa coronò la diſſertazione prodotta ſopra queſto argomento dal Signor *Aibolt* Luogotenente di Nave, e per il riſpetto che ſi deve al giudizio di quell' illuſtre Accademia s' attende con deſiderio la pubblicazione di quella Diſſertazione.

§. 21.

Le grandi inclinazioni e che poſſono diventar pericoloſe ai baſtimenti ſono prodotte dall' eccedente altezza degli alberi, dall' ampiezza delle vele, e dalla loro poſizione relativa alla direzione del vento ed alla direzione del baſtimento, onde avviene che non ſi poſſano reggere, e ſi riſchi la loro ſicurezza. La conſiderazione di queſte grandi e pericoloſe inclinazioni appartiene alle leggi, con le quali ſi determinano la ſituazione, il numero, e

l' altezza degli alberi, l'ampiezza e posizione delle vele per ottenere la massima velocità di corso, la minima deviazione, ed il minor tormento de' bastimenti, le quali cose tanto più sicuramente si conseguiscono, quanto meno essi sono inclinati nella navigazione, anche quando si va all' orza *raso*. Quelle dunque sono relative ai momenti delle forze inclinanti, per quello che appartiene alla sicurezza e miglior corso de' bastimenti; e qui si considera la forza con cui un galleggiante persiste nel suo stato d' equilibrio, la quale chiamasi stabilità. In un corpo solido che sia posto sopra un piano fermo ed immobile la stabilità è il prodotto del peso moltiplicato per la retta intercetta tra la linea di direzione prolungata fino alla base, ed il punto intorno al quale si fa l' inclinazione. Essendo perciò necessario d' introdurre l' idea dell' inclinazione, si assume questa, come estremamente piccola, onde la intercetta sia pressochè eguale a quella del corpo già quieto sulla sua base. Questa ipotesi dell' angolo d' inclinazione estremamente piccola comprende i tre casi o le tre specie d' equilibrio che si spiegano nel seg. §. Quando l' intercetta derivante da un tal angolo d' inclinazione è positiva, l' equilibrio è stabile; quando

do è negativa, l' equilibrio è labile; quando è eguale al zero, l' equilibrio è indifferente. La differenza tra l' equilibrio ſtabile e labile non è che di relazione. Imperciocchè ſe d' una colonna poſta ſopra un piano ſi conſideri ſtabile l' equilibrio, quando eſſa è a perpendicolo, poi la medeſima s' inclini al piano, è certo che ſi giungerà ad un tal grado d' inclinazione, nel quale ſarà per eſſa indifferente di ritornar ſulla ſua baſe a piombo, o di coricarſi ſul piano, e perciò dicendo ſtabile la prima poſizione, ſarà d' equilibrio labile queſt' ultima, e viceverſa: e tra queſte due poſizioni ſarà d' equilibrio indifferente quella inclinata, in cui la linea di direzione cade appunto nel centro di moto, e l' intercetta ſvaniſce. Ma perchè vi poſſono eſſer de' corpi, ne' quali ogni minima inclinazione faccia paſſare l' intercetta dal zero al negativo, ed altri ne' quali l' intercetta ſi mantenga per ogni inclinazione eguale al zero, perciò conviene aſſumere l' angolo infinitamente piccolo, onde la ſtabilità ſia aſſolutamente eſpreſſa dalla formula, che ſe ne ricerca. Nel reſtituirſi poi del corpo dall' equilibrio indifferente all' equilibrio ſtabile è certo che con tanto maggior momento ſi porterà egli, quanto nell' inclinazione fino a quel ſegno ſi ſarà più

alzato il centro di gravità, mentre dovrà queſto diſcendere per un tratto verticale maggiore. E s' alza il centro di gravità, come il ſeno dell' angolo d' inclinazione deſcritto col raggio dell' intercetta. Dunque il momento con cui il corpo ſi reſtituiſce al ſito dell' equilibrio ſarà come il prodotto della ſtabilità moltiplicata per il ſeno d' inclinazione. Quindi il paragone del momento di reſtituzione di due corpi ſi farà ſupponendoli inclinati allo ſteſſo angolo: e lo ſteſſo corpo inclinato a diverſi angoli avrà i ſuoi momenti di reſtituzione proporzionali ai ſeni di queſti angoli. S' avverta ancora che ſe un corpo avrà la baſe di figura oblonga, avrà maggiore ſtabilità inclinato intorno al lato minore, che al maggiore. Quanto poi s' è detto de' corpi fermi ſopra piani immobili, ſi traduce facilmente ai galleggianti, conſiderando che in queſti il centro di moto è il centro di gravità del galleggiante intero, la baſe è la ſezione d' acqua, ed il centro di grandezza della parte immerſa è il punto, nel quale ſi ſuppone raccolto tutto il peſo che opera la reſtituzione.

§. 22.

Sarebbe indifferente l' equilibrio d' una sfera, d' un cilindro, d' un corpo compoſto di due coni e-

gua-

guali e ſimili conjugati per la loro baſe, e fatti di materia omogenea, perchè aggirandoli intorno al loro aſſe, ogni poſizione è la ſteſſa, e perciò ſerve egualmente all' equilibrio. Il momento d' un tal corpo per reſtituirſi allo ſtato primiero è ſempre eguale al zero. Il momento d' un corpo d' equilibrio labile è negativo, il che ſignifica, che tal corpo con un momento reale e poſitivo ſi porterà ad un' altra poſizione, nella quale avrà una certa miſura di ſtabilità. Per uſo de' baſtimenti biſogna che ſia poſitiva la ſtabilità appartenente alla poſizione neceſſaria per il loro ſervizio, ed in oltre ſufficiente, cioè tale che per le forze dalle quali ſarà agitato il baſtimento, non ſia egli portato all' ultimo confine della ſtabilità, ed ogni minimo incremento di quelle poſſa roveſciarlo.

§. 24.

Nel momento d' inclinarſi il baſtimento per azione della forza a ciò impiegata s' immerge di più, o di più emerge, e la poſizione *n*D*m* ſi fa maggiore o minore della NDM, ed il centro di gravità aſcende o diſcende per la verticale. Ma quando è pervenuto allo ſtato d' inclinazione che ſi conſidera, ed in quello ſia quieto, il centro di gravità è nel primiero ſuo luogo, nè può cambiar poſi-

zione riſpetto al baſtimento, perchè in eſſo non è mutata la quantità e collocazione dei peſi : e nè meno può mutar luogo nella verticale, perchè gli abbaſſamenti o alzamenti che nel momento d' inclinarſi ſuccedono ſono equilibrati dagli sforzi contrarj ed eguali dell' acqua premente all' insù o del peſo premente all' ingiù, allorchè s' acquieta nello ſtato d' inclinazione. Ciò poſto, quanto poi è più elevato il punto G, tanto più, data la ſteſſa inclinazione del baſtimento, ſi ſcoſta il punto γ della perpendicolare Gγ dal luogo della ſua prima incidenza e quindi s' accoſta al punto ω, e poi va al di là di eſſo; perchè lo ſteſſo angolo OGγ ha per miſura un arco tanto maggiore, quant' è più lungo il raggio con cui l' arco ſi deſcrive. Quindi dovendo eſſere il punto O neceſſariamente ſotto la ſuperficie dell' acqua, poichè egli è il centro di grandezza della parte immerſa, non può verificarſi il caſo dell' equilibrio indifferente, ſe il centro di gravità G non ſia conſiderabilmente elevato ſopra il punto O, onde nell' inclinazione data del baſtimento poſſano le rette Gγ ed ωo trovarſi nella ſteſſa perpendicolare. Se poi il punto γ ſia più vicino ad M di quello che il punto ω, l' equilibrio ſarà vacillante, come ſi dice al §. 26. S'

avverta per altro, come nell' ordinaria figura de' baſtimenti data l' inclinazione, una ſola poſizione del centro di gravità può produrre l' equilibrio indifferente, cioè quando $G\gamma$ ed ωo ſono nella ſteſſa verticale: tutti gli altri punti ſotto di quello daranno l' equilibrio ſtabile: e tutti quelli ſuperiori darebbero l' equilibrio vacillante. Ed affinchè in qualſivoglia inclinazione del baſtimento continuaſſe egli a mantenerſi la condizione dell' equilibrio indifferente, converrebbe, che con certa legge ſi faceſſe aſcendere o diſcendere il centro di gravità per conſervare la coincidenza delle rette $G\gamma$ ωo con la verticale.

§. 27.

Queſto è appunto il caſo d' un cilindro di materia uniforme, la ſtabilità del quale riſpetto alle inclinazioni intorno all' aſſe di larghezza è una tale e poſitiva; e riſpetto alle inclinazioni intorno all' aſſe di lunghezza è nulla, e d' equilibrio indifferente.

§. 29.

L' aſſe intorno al quale ſi fa l' inclinazione paſſa ſempre per il centro di gravità, il quale può inſieme aſcendere, diſcendere, o muoverſi orizzontalmente, ſiccome ſi dichiarò nella nota al §. 7., per opera di quelle forze, le cui direzioni paſſano per il centro di gravità, e le qua-

li

li ſiccome avverte l' Autore in queſto luogo non poſſono produrre moto d' inclinazione.

§. 32.

Veggaſi ciò che ſi notò al §. 21., onde ſi fa manifeſto che la ſtabilità è indipendente dall' angolo d' inclinazione, e che perciò nell' eſpreſſione generale della medeſima ſi può ommettere l' angolo eſtremamente piccolo che ſi è aſſunto per introdurre l' idea dell' inclinazione. Qualora poi ſi vogliano paragonare i gradi della ſtabilità in varj corpi inclinati allo ſteſſo angolo, o in un corpo inclinato a varj angoli, e conoſcere il momento di forza con cui ſi reſtituiſcono all' equilibrio i corpi per inclinazione da queſto rimoſſi, allora conviene far entrare nel computo il ſeno dell' angolo d' inclinazione: e data la forza inclinante e la ſtabilità ſi troverà l' inclinazione che ſarà prodotta, come al §. 35.: dato poi l' angolo d' inclinazione e la forza inclinante ſi determinerà la ſtabilità neceſſaria, perchè ſi produca la data inclinazione, come al §. 36.

§. 41.

Poſto il ſeno totale = 1, s' avrà l' analogia 1 : ſen. GOv : : OG : Gv, e perciò Gv = OG . ſen. GOv = OG . ſen. i. Poichè nell' inclinarſi del baſti-

ſtimento , ſi ſcoſta con lo ſteſſo moto la O*v* dalla OG , e la I*a* dalla IA , e perciò ſono eguali gli angoli *v*OG , AI*a*.

§. 42.

Il punto G può cadere e ſotto e ſopra e nel punto O , purchè ſi diſtingua ſe il corpo è compoſto di materia omogenea o eterogenea . Nel primo caſo il punto G ſarà ſempre ſopra il punto O , quando il corpo ſia più leggiero in iſpecie dell' acqua : e ſe il peſo ſpecifico foſſe eguale a quello dell' acqua , il centro di grandezza della parte immerſa ſarebbe lo ſteſſo col centro di gravità di tutto il corpo . Se poi la materia è eterogenea , come in un baſtimento , è chiaro come reſtando lo ſteſſo peſo aſſoluto , e perciò il punto O nel medeſimo luogo , ſi può con la varia diſtribuzione de' peſi del carico alzare ed abbaſſare il punto G , ſicchè cada ſopra il punto O , o in eſſo , o anche ſotto . Ma queſto caſo non può quaſi mai aver luogo ne' baſtimenti , per la neceſſità di dover tenere molti peſi nella loro parte più alta .

§. 47.

Il primo ſviluppo che qui s'è fatto dell' eſpreſſione della ſtabilità riſpetto ad una linea dà una for-

formula, la quale contiene nel primo termine la ſomma de' prodotti delle parti peſanti ne' quadrati delle loro diſtanze dal centro di moto I: ed è evidente che ſecondo la diverſa lunghezza delle rette AI ed IB, diverſe rieſcono le conſiderate diſtanze, e diverſe le ſomme degl' indicati prodotti. Ma AB che ſi riguardò come una linea, in fatti è una ſuperficie, ed I che ſi riguardò come un punto in fatti è un aſſe orizzontale e perpendicolare al piano della figura, il quale paſſa per detto punto. Ora poichè le diſtanze delle parti peſanti dall' aſſe variano ſecondo la grandezza e figura della ſezione d' acqua, quindi relativamente a queſta conſiderazione ſi procede ad iſviluppare nel capo ſeguente la formula della ſtabilità.

§. 50.

Il movimento d' inclinazione della ſezione d' acqua per un angolo infinitamente piccolo deve riferirſi al diametro che paſſa per il centro di gravità della ſteſſa ſezione. Conviene già per fiſſare la nozione generale della ſtabilità, aſſumere un tal angolo infiniteſimo, e ſupponendo finito l' angolo d' inclinazione, l' aſſe non reſtarebbe immobile ſe non quando gli ſforzi centrifughi intorno ad eſſo foſſero eguali, e ciò non può avvenire, ſe l' aſſe

ſteſſo

ſteſſo non divide la figura in parti eguali, ſimili, e ſimilmente poſte. Se il centro della ſezione non ſia il centro di gravità del baſtimento è chiaro, che mentre quello è immobile, queſto dovrà avere un movimento, il quale ſi ſcomporrà ſempre in due moti uno verticale, ed uno orizzontale. E perciò l'inclinazione intorno all' aſſe immobile che paſſa per il centro della ſezione, ſi potrà ridurre ad un' inclinazione eguale intorno all' aſſe che paſſa per il centro di gravità del baſtimento, purchè a queſto s'attribuiſca il moto che gli conviene, cioè quello che è compoſto de' due anzidetti. L'inclinazione di AB, per cui ſi riduce alla poſizione *ab* (*Fig.* 7.) intorno al punto I, è la ſteſſa che l' inclinazione di AB intorno al punto G, purchè G nello ſteſſo tempo ſi muova per G*v*, cioè col moto orizzontale *rv* e col verticale G*r*: i quali due moti non influiſcono in quello d'inclinazione. Paſſerà adunque per I l'aſſe immobile dell'inclinazione della ſezione d' acqua, e ſervirà queſto per eſplorare le diſtanze delle parti peſanti dal punto o aſſe d' appoggio, e quindi il momento della ſtabilità della ſezione. Quando poi ſi tratta delle forze capaci di produrre l'inclinazione del baſtimento, allora biſogna ri-

fe-

ferirsi all'asse che passa per il centro di gravità di esso, e non all'asse della sezione d'acqua, poichè tali forze non fanno cangiar luogo al centro di gravità, essendosi già avvertito che non possono esser inclinanti quelle forze, le cui direzioni passano per il centro di gravità, ma soltanto quelle che o immediatamente o per risoluzione di moti sono verticali agli assi orizzontali che passano per il centro di gravità. Considerando adunque i moti d'inclinazione della sezione d'acqua intorno ad un diametro immobile che passa per il suo centro di gravità, non si fa contraddizione con ciò che s'è detto delle forze inclinanti il bastimento intorno all'asse, che passa per il suo centro di gravità, ma soltanto si distinguono e si separano i moti che vicendevolmente non si alterano, e ciò per ridurre la Teoria a nozioni più semplici. Il Signore *de Croix* comunicò alla Reale Accademia di S. Petersbourg due opuscoli nel 1736. *de mechanismo motus corporum aquæ insidentium*, de' quali fa menzione il Signor *Eulero* nella prefazione alla *Scientia Navalis*. Non essendomi riuscito di rinvenire que' due opuscoli, non posso render conto del modo, col quale quel Matematico trattò questo argomento.

§. 52.

§. 52.

La dimoſtrazione di queſto teorema è la ſeguente. Dal punto Z, dove ſi conſidera una particella della ſezione d' acqua, s' abbaſſino le perpendicolari ZX, ZR agli aſſi MN, AB, le quali preſo per raggio ZI ſaranno ſeni degli angoli XIZ, ZIR, e le XI, RI ſaranno i coſeni. Dicaſi $ZX = u$, $ZR = y$, $RI = x$, $XI = t$. E dell' angolo $AIM = \theta$, ſarà il ſeno *ſen.* θ, ed il coſeno *coſ.* θ, col raggio $ZI = 1$. Sarà il ſeno della differenza degli angoli AIM, $ZIR = ZX = u =$ ſen. $\theta . x -$ coſ. $\theta . y$. Ed il coſeno della ſteſſa differenza $=$ $XI = t =$ coſ. $\theta . x +$ ſen. $\theta . y$. Ma il momento di Z riſpetto ad MN è $Z . ZX^2$, dunque ſoſtituendo in luogo di ZX il valore trovato ſarà

$Z . ZX^2 = Z . (\text{ſen}. \theta . x - \text{coſ}. \theta . y)^2$, cioè

$[MN] = \text{ſen}. \theta_2 . \int Z . x^2 + \text{coſ}. \theta^2 . \int Z . y^2 - 2 . \text{ſen}. \theta . \text{coſ}. \theta \int Z . xy$. Ed eſſendo

$\int Z . x^2 = [CD]$, e $\int Z . y_2 = [AB]$,

s' avrà con la ſoſtituzione

$[MN] = \text{ſen}. \theta^2 . [CD] + \text{coſ}. \theta^2 . [AB] - 2 \text{ſen}. \theta . \text{coſ}. \theta \int Z . xy$, e $[PQ] = \text{ſen}. \theta^2 . [AB] + \text{coſ}. \theta^2 [CD] + 2 \text{ſen}. \theta . \text{coſ}. \theta . \int Z . xy$.

Nell' ultimo membro di queſti valori $\int xy$ eſprime un' area come AIC, la quale riſultando poſitiva

per

per la parte AIC, perchè ZR $= x$ positiva, riesce poi negativa per la parte AID: e per l' altra metà essendo xy negativa per la parte CIB atteso che la RI $= y$ positiva, divien negativa dalla parte IB; e quindi la DIB positiva, perchè risulta dalle $-x$, $-y$; perciò è manifesto che detto ultimo membro è eguale al zero: ed in conseguenza [MN] $=$ sen. θ^2. [CD] $+$ cos. θ^2. [AB], come s' è proposto. Sommando poi i valori sopra trovati di [MN] e [PQ], ed avvertendo che sen. $\theta^2 +$ cos. $\theta^2 = 1$, s' avrà [MN] $+$ [PQ] $=$ [AB] $+$ [CD], dal che si dedurrà, che la somma de' momenti relativi a due assi della figura normali tra di loro nel centro, è sempre costante.

§. 54.

Per calcolare le somme de' prodotti elementari, dai quali risultano i valori di [CD] o di [AB] in qualsivoglia figura, conviene premettere una formula generale analitica, la quale poi si trasporterà alla figura che sarà proposta, e terminata da una linea di nota equazione. Sia la sezione d' acqua terminata dalla linea ACBP, (*Tav.* A. *Fig.* 3.), e divisa dai due diametri che si tagliano ad angolo retto nel centro I, onde sia l' area ACB $=$ ADB. Le absciffe AX siano x, le ordinate ad

an-

angoli retti XY $= y$, XZ $= z$. Sarà ydx l' elemento infinitesimo dello spazio ACB. Il centro di gravità di questo elemento che si considera come un rettangolo sarà distante da AB d' $\frac{y}{2}$, e per il teorema di Guldino sarà la solidità dell' elemento che si genera nell' inclinazione per un angolo infinitamente piccolo di XY intorno ad X, eguale a ydx moltiplicato per $\frac{y}{2}$, e per l' arco infinitesimo, che si ommette nell' espressione, atteso che la formula generale della stabilità si deve per quest' arco, o per sen. i dividere (§. 32.). Il momento di questo solido infinitesimo è il prodotto della sua solidità moltiplicata nella distanza del suo centro di gravità dal punto X. E poichè questo solido è sempre un prisma triangolare, la distanza del centro di gravità sarà $= \frac{2}{3} y$: e perciò l' elemento infinitesimo di tal momento sarà $\frac{y^3 dx}{3}$, ed il momento totale della porzione ACB s' esprimerà come si suole per $\int \frac{y^3 dx}{3}$, e della porzione ADB sarà il momento totale $\int \frac{z^3 dx}{3}$: onde $[AB] = (\int \frac{y^3 + z^3}{3}) . dx$

Quindi se $y = z$, sarà $[AB] = 2\int \frac{y^3 dx}{3}$.

S' applichi ora questa formula al rettangolo, nel quale $y = z = \frac{CD}{2}$, e prendendo l'integrale per tutta la AB, onde $x = AB$, s' avrà

$$[AB] = 2\int y^3\, dx = 2\,\frac{CD^3 \cdot AB}{3 \cdot 8} = \frac{CD^3 \cdot AB}{12},$$

e nello stesso modo si dedurrà $[CD] = \frac{AB^3 \cdot CD}{12}$.

§. 55.

Ora s' applichi al rombo la formula integrale sopraddetta che appartiene al triangolo AIC, che è la quarta parte. Sarà $AX = x$, $XY = y$: ed essendo $AI : IC :: AX : XY$, cioè $XY = y = \frac{CD \cdot x}{AB}$.

E prendendo l' integrale per tutta la AI, onde $x = \frac{AB}{2}$ sarà $\int y^3\, dx = \frac{CD^3 \cdot x^3 \cdot AB}{8 \cdot AB^3\, 2 \cdot 4} = \frac{CD^3 \cdot AB}{64}$,

che quadruplicato e diviso per 3 darà

$$[AB] = 2\int \frac{y^3\, dx}{3} = \frac{CD^3 \cdot AB}{48}.$$

§. 56.

E per l' Ellisse: considerando la quarta parte AIC, sia $CI = b$, $AI = a$, $IX = x$, $XY = y$, e sarà per l' equazione a questa curva

$y =$

$y = \frac{b}{a}(\sqrt{a2 - x2})$: laonde l' integrale $\int y3\,dx$ per lo ſpazio CIA, farà $\frac{b^3}{a^3}\int dx.(a2 - x^2)^{\frac{3}{2}}$ che co' metodi dell' analiſi ſi ridurrà alla forma ſeguente

$$x.\frac{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}{4} + 3\frac{a^2 x(\sqrt{a_2 - x^2})}{8} + \frac{3a^4}{8}\int \frac{dx}{(\sqrt{a^2 - x^2})}$$

Nella quale poſta $x = a$, l' eſpreſſione $a\int \frac{dx}{(\sqrt{a^2 - x^2})}$ che indica un arco di cerchio, eſprime il quadrante. Poſto pertanto che la ragione del diametro alla circonferenza ſia $\pi : 1$, ſarà la circonferenza del raggio $a = 2a\pi$, e perciò la formula $a\int \frac{dx}{(\sqrt{a2 - x^2})} = \frac{2a\pi}{4} = \frac{a\pi}{2}$. E perciò l' integrale

$$\frac{3a4}{8}\int \frac{dx}{(\sqrt{a^2 - x2})} = \frac{3a^4\pi b^3}{16a^3} = \frac{3ab^3\pi}{16},$$

la quale quadruplicata e diviſa per 3 darà $2\int \frac{y^3\,dx}{3} = \frac{ab^3\pi}{4}$, e ſoſtituendo in luogo di a $\frac{AB}{2}$, ed in luogo di b CD, s' avrà $[AB] = \frac{\pi}{64}.AB.CD^3$.

Il numero a cui ſi fa eguale π, conſta del 3, e delle prime otto cifre decimali, delle quali conti-

nuate in lunga ſerie di cento e più conſta l' eſpreſſione infinitamente proſſima alla vera della circonferenza circolare. Per vedere adunque, ſe i coefficienti numerici dell' eſpreſſioni de' momenti ſeguono la ragione duplicata dell' area, come ſi accennò alla fine del §. precedente, eſſendo l' area del rettangolo a quella dell' Elliſſe come $AB \cdot CD : \frac{\pi}{4} AB \cdot CD :: 1 : \frac{\pi}{4} :: 4 : \pi$, converrebbe che i coefficienti de' momenti foſſero $:: 16 : \pi^2$: e ſono in fatto $:: \frac{1}{12} : \frac{\pi}{64} :: \frac{64}{12} : \pi :: \frac{16}{3} : \pi :: 16 : 3\pi$, dove il 3 differiſce dal valore di π di quella porzione d' unità che è indicata dalle otto decimali, e perciò il quadrato π^2 è maggiore di 3π. Queſta differenza che geometricamente non ſi potrebbe traſcurare, per l' uſo pratico di cui ragioniamo non può indurre alcun errore, e perciò ſi può valerſi della propoſta regola.

§. 59.

Che la formula delle ſtabilità s' aumenti di valore a miſura che creſce M o ſia il peſo del baſtimento, egli è manifeſto, atteſo che la frazione $\frac{M}{V}$ diventa maggiore. Supponendo poi le figure de' baſtimenti ſimili, e ſimile la diſtribuzione del ca-

ri-

rico i valori di M ſono come i cubi delle dimenſioni omologhe. Sono nella ſteſſa proporzione anche i momenti delle forze operanti per inclinarli. Perchè aumentata la loro grandezza, le ſuperficie creſcono come i quadrati delle dimenſioni ſemplici, e le diſtanze in cui operano le forze inclinanti creſcono come le dimenſioni ſemplici: laonde i momenti che ſono in ragione compoſta delle ſuperficie delle diſtanze ſuddette ſaranno come i cubi delle ſemplici dimenſioni. Così il vento che ſpiri con una forza coſtante avrà un momento inclinante riſpetto al baſtimento, eguale al peſo d' una colonna di fluido d' altezza coſtante, di baſe eguale alla ſuperficie ſulla quale opera, moltiplicato per la diſtanza del luogo dove opera dall' aſſe d' inclinazione.

§. 60.

Lo ſteſſo volume V può riſultare da dimenſioni molto diverſe moltiplicate inſieme, ſecondo che varia può eſſere la figura d' un corpo con la medeſima ſolidità. Ora queſte dimenſioni diverſe, e la loro varia proporzione grandemente influiſcono nel valore della ſtabilità, come ſi è veduto riſpetto alla ſezione d' acqua, e come ſi vedrà della profondità. Quindi conviene aver riguardo alle di-

menſioni dalle quali eſſo volume riſulta.

Può accadere che GO non paſſi per il punto I, dipendendo ciò dalla diſtribuzione dello ſteſſo carico tanto in ſenſo della larghezza quanto della lunghezza.

§. 61.

Se la carena ſarà un paralellepipedo ſarà tutta IE la profondità : ſe un priſma triangolare, onde le ſezioni traverſali ſiano triangoli coll' apice in giù, la certa parte ſarà $\frac{IE}{2}$. Se eſſa foſſe un corpo compoſto di due piramidi triangolari conjugate alla baſe, cioè alla ſezione maſſima ; la certa parte ſarebbe $\frac{IE}{3}$. E' però vero che queſto caſo è eſcluſo dalla pratica, poichè non ſi poſſono mai tagliare i fondi per modo che la linea aſcendente delle piane ſia una retta che termini alla ſommità dell' aſta nell' opera viva. Quindi è ragionevole ſupporre le frazioni α e β, come contenute ciaſcheduna tra i limiti 1 ed $\frac{1}{2}$, e quindi la $\alpha\beta$ contenuta ſempre tra 1 ed $\frac{1}{4}$.

§. 62.

Veggaſi la nota al §. 42. Per la regolare progreſſione de' denominatori delle frazioni qui nota-

te,

te, ſupponendo $\beta = \frac{1}{\eta}$, ſarà $OF = \frac{1}{\eta+1}$. IE, nella quale ſoſtituendo in luogo di η la frazione $\frac{1}{\beta}$ che gli è eguale, s' avrà

$$OF = \frac{1}{\frac{1}{\beta}+1} = \frac{\beta}{\beta+1}.$$

§. 63.

Il momento [MN] è una quantità elevata alla quarta potenza, deducendoſi dai momenti [AB] e [CD] che s' eſprimono per il cubo d' una di queſte linee moltiplicato nell' altra. Il volume V è un ſolido di tre dimenſioni, onde il quoziente di tal diviſione ſarà una linea, che nominata l riduce l' eſpreſſione della ſtabilità a M. $(l - OG)$. Sarà queſta linea l maggiore di OG, altrimenti la ſtabilità ſarebbe negativa, e l' equilibrio labile. Diceſi poi che queſta l dipende dall' aſſe MN, e che diventa minore a miſura che l' aſſe MN s' accoſta ad AB, poichè reſtando il medeſimo il denominatore V, il numeratore, cioè $[AB]\cos.\theta_2 + [CD]\text{ſen.}\theta_2$, ſi fa minore. Ved. il §. 52. S' avverta che la ſtabilità de' baſtimenti riſpetto all' aſſe maggiore è la minima, e perciò ſe queſta ſia abbaſtanza grande, le relative a-

gli altri affi , le quali ſono già maggiori ſaranno più che ſufficienti.

§. 64.

Suppoſte le dimenſioni a, b , le ſtabilità che s' eſprimono per M.$(l - OG)$, ſarebbero come $a3 . a : b3 . b :: a4 : b4$.

§. 66.

S' è eſcluſa al §. 61. la figura piramidale , come quella che non conviene con la vera e praticata figura de' baſtimenti ; quindi ſi ſono fiſſati i limiti del valore di β tra 1 ed $\frac{1}{2}$. Ma perchè le piane delle corbe aſcendono effettivamente per una linea curva conveſſa all' in giù dal mezzo verſo gli eſtremi , il che fa l' altezza dell' opere de' baſtimenti , la loro figura ha veramente una diminuzione di capacità analoga a quella della piramide , la di cui baſe ſia la ſezione traverſale che paſſa per I. Nondimeno pare che il valore di β non poſſa giammai farſi minore d' $\frac{1}{2}$; perchè la figura delle corbe eſſendo curvilinea conveſſa al di fuori , la loro area riſulta dalla moltiplica di CD o ſia della larghezza in una parte d' IE maggiore della metà , quindi ſe tutte le ſezioni o corbe foſſero eguali , la capacità della carena

ſa-

ſarebbe AB.CD moltiplicata in una parte d' IE maggiore della metà : o pure poſto che la ſezione d' acqua foſſe un rombo , la capacità ſarebbe $\frac{AB.CD}{2}$ in una parte d' IE maggiore della metà. Ora la diminuzione di capacità che riſulta dalla minor altezza delle ſucceſſive corbe, cioè dal montar delle piane, tutto al più riduce quella parte d' IE alla metà : giacchè la figura de' baſtimenti , quale ſi pratica , e di cui ſi andranno diviſando le ragioni porta , che piccola ſia la diminuzione d' altezza dalla corba maeſtra ai capi di ſeſto verſo Poppa e Prora , e non fa mai l' altezza dell' opere di Prora più di $\frac{2}{3}$ della maſſima larghezza CD , e quella di Poppa $\frac{3}{20}$ o $\frac{1}{9}$ della ſteſſa larghezza. Ad ogni modo ſi laſcia queſta lettera β indeterminata , e nella tavola del §. 68. ſi conſidera il valore di β ſino a 0, 4.

Si determina il valore del primo membro della ſtabilità $[\frac{AB}{V}]$ ſoſtituendo il valore di [AB] trovato nel §. 57. ed il valore di V determinato in queſto articolo. La dimenſione AB rientra nel calcolo in virtù del peſo M che è incluſo nel ſecondo membro.

§. 67.

§. 67.

Dovendo eſſere il primo membro di queſta formula maggiore del ſecondo, affinchè la ſtabilità ſia poſitiva, ſe l' uno e l' altro ſi moltiplichi per la ſteſſa quantità $\frac{12\beta . IE}{\alpha}$, con che non ſi altera la loro proporzione, s' ottiene la miſura di cui deve eſſer maggiore il quadrato di CD, affinchè la ſtabilità ſia poſitiva. Se il quadrato di CD ſia eguale a quella eſpreſſione, l' equilibrio è labile: ſe è minore la ſtabilità è negativa ed il corpo attualmente ſi roveſcia. Il metacentro del Signor *Bouguer* (*Traitè du navire lib. 2. ſect. 2. chap. 4.*) è quel punto più alto a cui ſi può portare il centro di gravità del baſtimento, ſenza che attualmente ſi roveſci, ma dov' eſſendo, ogni minima inclinazione baſta a roveſciarlo. Egli adunque ſi determina deducendo il valore di FG nell' ipoteſi che il quadrato di CD ſia eguale all' addotta eſpreſſione in cui ſia data ogni quantità fuori di FG. Così data ogni altra quantità fuori di IE, ſi può dalla ſteſſa equazione dedurne il valore tale che il dato punto G ſia il metacentro.

§. 68.

Il valore di n nella combinazione di $\alpha = 0$,

7, e

7 , e $\beta = 0,7$ che nella Tavola appariſce 1 , 86 è un errore d' impreſſione , e deve ſtare 6 , 86 .

§. 69.

Poſta una certa proporzione di α e β , cioè dell' area , della ſezione d' acqua , e della frazione d' IE da cui dipende la miſura del volume , s' avranno i valori di m e di n, i quali includono le vicendevoli alterazioni che ricevono i coefficienti della formula del §. 67 : quindi riſulterà un valore finito , di cui deve eſſer maggiore il quadrato della larghezza CD , affinchè la ſtabilità ſia poſitiva . La differenza de' due caſi $\alpha = 0,8$, $\beta = ,0,8$ ed $\alpha = 0,7$, $\beta = 0,7$ dà tra le due frazioni $\alpha\beta$ una differenza di 0, 15 di cui la prima ſupera la ſeconda . Il valore poi che il quadrato della larghezza deve eccedere onde vi ſia ſtabilità è nel ſecondo caſo 0 , 4 minore che nel primo , e perciò è maggiore la ſtabilità del caſo primo di quella del caſo ſecondo , perchè il quadrato di CD più preſto eguaglia il ſuo limite nel caſo ſecondo che nel primo . E' poi manifeſto che la quantità da cui dipenderà che il valore del limite ritrovato ſia più o meno proſſimo al valore di CD^2 ſarà la FG : poichè reſtando

do pari le altre cose essa può riuscire maggiore o minore a misura che per la collocazione de' pesi il centro di gravità sarà più alto o più basso rispetto alla superficie dell' acqua. Ecco dunque l' oggetto di questa Teoria: essendo costante la FG si trova un valore di cui la CD deve esser maggiore, nelle ipotesi de' valori di α di β combinati come nella Tavola: essendo costanti i valori di α e di β, e varia la FG, o sia la sua proporzione ad IE, si stabilisce nel seguente articolo l' altro limite che in ogni ipotesi di FG, la larghezza CD non deve eccedere.

§. 70.

Il valore di FG deve aver anch' esso i suoi confini, non perchè restando pari il peso del carico, e perciò essendo costante la IE e le altre quantità della formula, non si potesse portare il centro di gravità del bastimento ad altezza maggiore d' $\frac{IE}{2}$ o a profondità maggiore di $\frac{IE}{3}$: ma bensì perchè dovendosi ne' bastimenti tanto da guerra che da mercanzia tener conto di molte altre circostanze essenziali non si possono per il valore di FG trascendere certi limiti, gli estremi de' quali ragionevolmente si stabiliscono con le due anzidette

por-

porzioni della profondità . Se si supponga tutta la materia esistentenel bastimento equabilmente diffusa per la carena, il centro di grandezza sarà il centro di gravità , e perciò nel prisma sarà egli sotto la sezione d' acqua un terzo della profondità , e nel paralellepipedo la metà della stessa profondità . Ora non solamente la materia non è tutta raccolta ed uniformemente distribuita per la carena , ma necessariamente una grande porzione del peso totale è sopra acqua , e nelle navi da guerra quella del maggior peso specifico come sono le batterie ; laonde è ragionevole di fissare il limite di FG ad $\frac{1}{3}$ IE sotto la sezione d' acqua . E' vero per altro che si potrebbe fingere una tal indole e distribuzione di carico , cioè di corpi di peso specifico grande situati nella stiva e nella sentina , onde il centro di gravità del bastimento intero discendesse , anche sotto quello di grandezza: ma questa ipotesi è fuori del comune servizio de' bastimenti . Anzi per la necessaria distribuzione de' pesi addiverrà di raro che il punto G sia nella sezione d' acqua , per il che converrebbe che la metà di tutto il peso del bastimento giacesse sopra la sezione d' acqua , e l' altra metà sotto :

e ge-

e generalmente quel punto ſarà ſopra la detta ſezione, atteſo che l' altezza dell' opere morte, ed i peſi che in eſſe devono tenerſi, e finalmente l' altezza dell' arboratura fanno alzare il luogo del centro di gravità. Ma non pertanto non s' alzerà egli più della metà d' IE, perchè ſuppoſta la materia del carico egualmente diffuſa in un priſma di cui ſia baſe la ſezione d' acqua, affinchè la FG riuſciſſe $= \frac{IE}{2}$ converrebbe che il peſo ſopra acqua foſſe più che triplo di quello che giace ſott' acqua, e che l' altezza del priſma foſſe doppia della profondità IE: o che non eſſendo la materia uniformemente diffuſa, la più peſante più in alto ſi collocaſſe, il che non avviene; giacchè gli alberi, le vele, corde, ed antenne che tengono il ſito più alto formano un tutto meno peſante in iſpecie delle parti componenti e caricate nell' opere morte. Quindi ragionevolmente ſi dice, che FG non eccede mai $\frac{IE}{2}$: non già perchè non ſi poteſſe imaginare una coſtruzione di baſtimento e diſpoſizione di carico, nel quale FG riuſciſſe ſopra l' acqua maggiore di $\frac{IE}{2}$: ma perchè queſto caſo è affatto fuori delle circoſtanze comuni ai baſti-

ſtimenti che s' adoperano . Forſe ſi verificava nella nave che ci deſcrivono gli Storici fabbricata da Tolomeo Filopatore altá quaranta otto cubiti , lunga 280 , capace di 4000 rematori , e di quaranta ordini di remi (*Ateneo lib.* 1.). Sebbene poi queſti limiti ſiano nelle dette miſure ragionevolmente ſtabiliti , e nell' uſo comune non ſi trafcendano , nondimeno ſe piaceſſe di continuare il calcolo anche per i caſi ne' quali FG foſſe maggiore di 0 , 5 IE , o minore di 0 , 3 IE , ſi può farlo con lo ſteſſo metodo , e dedurre le conſeguenze relative alla miſura della ſtabilità .

§. 71.

Il metodo aſſegnato in queſto articolo è luminoſo , e fa vedere l' uſo delle teorie fin qui eſpoſte . Ma per ridurlo alla pratica convien paſſare per molti e lunghi calcoli , onde determinare il luogo del centro di gravità tanto nel baſtimento d' eſperienza , quanto in quello che ſi vuol confrontare . In oltre biſogna dipendere dall' oſſervazione diligente fatta nel navigare delle qualità del baſtimento d' eſperienza per giudicare della ſua ſicurezza : al qual fine molto uſo può avere un diligente regiſtro , che ſi tenga nella navigazione del-

delle qualità paleſate dal baſtimento ne' primi ſuoi viaggi ſecondo le varie combinazioni in cui ſi trovò. Imperocchè ſiccome la ſcrupoloſa diligenza del calcolo in queſto argomento nè mai s' ottiene, nè veramente è neceſſaria: così le oſſervazioni di fatto e d' eſperienza poſſono molto utilmente guidare i coſtruttori. Aſſegnata poi la differenza di cui il valore di CD dato dall' eſperienza eccede l' eſpreſſione dedotta col calcolo, o ne è minore, converrà accreſcere ſecondo una tal miſura i limiti aſſunti, cioè tanto la frazione $\alpha\ \beta$, quanto la CD, onde il baſtimento che ſi propone di coſtruire abbia il grado di ſtabilità aſſicurato dall' eſperienza.

§. 72.

E' molto varia la pratica de' coſtruttori ſopra ciò, e vario perciò l' effetto nella navigazione della diverſa miſura del peſcare de' baſtimenti a Poppa ed a Prora. Alcuni deducono queſta differenza dalla lunghezza della colomba dando tre linee per piede di detta lunghezza al maggior peſcare di Poppa. Altri lo fanno un duodecimo della maggior larghezza. Altri deducono il peſcar di Poppa aſſegnando a queſto intero nove venteſime della lunghezza dello sbagio maeſtro, ed a quello

di

di Prora tre ottave parti dell' intero peſcar di Poppa . La ragione di far queſta differenza è affinchè il timone governi con maggior forza, concorrendo così alla di lui ſuperficie una maggior quantità di fluido (Vedi li §. 16. 62. della II. Parte) inſieme per altro il baſtimento ſoffre una maggior reſiſtenza , perchè s' accreſce la maſſa di fluido ch' egli deve fendere. Quindi la ragione più importante per mantener queſta differenza di peſcar della Poppa è quella che l' Autore accenna , cioè che nell' inclinarſi del baſtimento verſo la Prora, come avviene per l' azione del vento nelle vele , e nel farſi la poſizione della colomba orizzontale, il timone conſervi tutta la ſua attività , della quale perderebbe una parte eſſenziale , ſe la colomba riuſciſſe inclinata all' orizzonte verſo la Prora . In queſto luogo per altro ſi conſidera la differenza del peſcare de' baſtimenti verſo le ſue eſtremità unicamente riguardo alla miſura della capacità o volume della carena , che ſi deve dedurre non dall' intiera altezza d' IE , ma da una parte ſoltanto di eſſa , che ſi determina prendendo le altezze in varj ſiti ſecondo la lunghezza del baſtimento , e da queſte deducendo la media.

§. 74.

Gli ſpazj percorſi dai corpi liberamente cadenti ſono come i quadrati de' tempi ne' quali cadono. Onde poſti gli ſpazj come g ed $\frac{l}{2}$, ed il tempo in cui ſi percorre lo ſpazio g d' un minuto ſecondo, ſarà $g : \frac{l}{2} :: 1 : \frac{l}{2g}$, e perciò il tempo della diſceſa per $\frac{l}{2}$, ſarà $\sqrt{\frac{l}{2g}}$. Poi il tempo della diſceſa per $\frac{l}{2}$ è al tempo d' una vibrazione del pendolo lungo l, come il diametro alla circonferenza d' un cerchio, poſta la qual ragione $1 : \pi$, s' avrà l' analogia $\sqrt{\frac{l}{2g}} : t :: 1 : \pi$, onde $t = \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$. La miſura poi di g riſulta da delicate ſperienze fatte co' pendoli. L' *Ugenio*, e il *Picard* oſſervarono che ſi fa una vibrazione in un minuto ſecondo allorchè il pendolo è lungo 440,5 linee. Il *Mairan* (*Mem. de l' Acad. de Par.* 1735.) trovò queſta lunghezza di linee 440,57. E perchè i tempi delle vibrazioni ſono nella ragione del diametro alla circonferenza, ſtarà $\pi : 1 :: 60'''$ al quarto proporzionale che ſarà $19''' \frac{35}{355}$, che moſtrerà il tempo della diſceſa per la metà della lunghezza del pendolo, cioè per lo ſpazio di linee 220,285.

Sa-

Sarà dunque il quadrato di $19''' \frac{35}{355}$ a 220, 285 linee, come $60'''$ al quarto proporzionale, che ridotto a piedi dà quindici piedi, un pollice, due linee e poco più. In Inghilterra il pendolo che fa una vibrazione in un minuto secondo fu trovato lungo pollici 39, 13 di quella misura dal Graham, fatto il confronto di molte esperienze, delle quali nessuna lo diede maggiore di pollici 39, 133, nè minore di 39, 125. Quindi facendo l' analogia come sopra, deducesi che un grave liberamente cadente percorre in un minuto secondo sedici piedi di Londra e un decimo (*Ved. Desagul. Cours. de Phys. Lec.* V. *n.* 14.).

§. 75.

Gioverà in questo luogo considerare che due specie d' oscillazioni semplici e pure può concepire un galleggiante sull' acqua: una di quelle per cui ascende e discende il suo centro di gravità per la verticale: l' altra per cui s' inclina il bastimento intorno ad un asse orizzontale immobile che passa per il centro di gravità, o intorno ad un asse che passa per il centro di gravità della sezione d' acqua, ed è paralello a quello che passa per il centro di gravità del bastimento. La prima

ſpecie importa che s' immerga nell' acqua ed alternativamente ne emerga un volume maggiore o minore del peſo del baſtimento. La ſeconda ſignifica che il volume immerſo è ſempre lo ſteſſo, ma che la direzione del peſo premente, e della forza di preſſione dell' acqua che ſpinge all' insù non cadono nella ſteſſa verticale, che paſſa per il centro di gravità. Queſta ſeconda ſpecie ha tante varietà quanti aſſi orizzontali ſi poſſono aſſegnare, intorno ai quali il baſtimento s' inclina. Qui però ſi conſiderano ſoltanto i due aſſi principali, di lunghezza e larghezza, perchè s' è veduto che le inclinazioni intorno a qualſivoglia altro aſſe, che da que' due declini, ſi definiſcono dipendentemente da quelli. In oltre poichè queſta ſpecie d' oſcillazioni ſuppone che il volume immerſo ſi conſervi lo ſteſſo, il che effettivamente non può ſupporſi delle oſcillazioni intorno all' aſſe di larghezza, nè di quelle intorno a qualſivoglia aſſe orizzontale, che declini dai due principali, ed appena ſi può ciò ammettere per le oſcillazioni intorno all' aſſe di lunghezza, quindi è che le oſcillazioni de' baſtimenti in fatti ſaranno impure e miſte di verticali e d' orizzontali. Siccome però il ridur queſte a calcolo è preſſo che impoſſibile per la loro ir-

re-

regolarità, e considerando le oscillazioni minime, si può prescindere e dalla differenza del volume che s' immerge nella seconda specie, e dalla diversa grandezza della sezione nella prima, ed è noto per la meccanica che le oscillazioni de' pendoli, astraendo dalle resistenze, sono isocrone o piccole o grandi che siano: quindi in tale supposizione si possono calcolare amendue le specie d' oscillazioni, per conseguire con ciò un qualche termine di comparazione.

La prima specie si definirà così. Sia il peso del bastimento $= M$, il volume immerso nello stato d' equilibrio sia V, la sezione d' acqua $= 2D$, e l' altezza della maggior immersione $= x$: quindi l' eccesso d' immersione nell' oscillare sarà $V + 2Dx$, e la forza che rispinge all' insù sarà $M + \frac{2MDx}{V}$, la quale è proporzionale allo spazio x che il bastimento deve percorrere per ritornare all' equilibrio. Posta dunque la lunghezza del pendolo isocrono $= L$, sarà la forza con cui il bastimento è spinto all' insù $= \frac{Mx}{L}$, che essendo $= \frac{2MDx}{V}$, darà $L = \frac{V}{2D}$, cioè eguale all' altezza d' un cilindro, la di cui solidità sia eguale al volume im-

merſo nell' equilibrio , e baſe la ſezione d' acqua. Quindi aſſegnati i valori di V e 2 D, ſi potrà per le regole addotte di ſopra conoſcer la durata d' una di queſte oſcillazioni. Per render più lente queſte oſcillazioni converrebbe accreſcere la frazione $\frac{V}{2D}$: per il che data V biſognarebbe diminuire 2D, o data 2 D accreſcere V. Di queſte oſcillazioni per altro non è d' alcun uſo il tener conto , giacchè per la reſiſtenza che oppone l' acqua al baſtimento nell' abbaſſarſi , eſſe ſono ben preſto eſtinte.

Per le oſcillazioni poi intorno all' aſſe orizzontale di lunghezza o di larghezza , che parimenti ſi ſuppongono minime , per trovare la miſura d' un pendolo ſemplice che faccia le ſue oſcillazioni iſocrone a quelle del baſtimento, è chiaro che biſogna ſervirſi della teoria meccanica per il ritrovamento del centro d' oſcillazione d' un pendolo compoſto. La formula per queſto è di ſommare i prodotti de' peſi moltiplicati ne' quadrati delle loro diſtanze dal centro di moto, e divider la ſomma per quella de' prodotti de' peſi moltiplicati nelle diſtanze ſemplici dallo ſteſſo centro del moto. La prima di queſte ſomme è il momento d' inerzia : perchè una maſſa reſiſte per l' inerzia al mo-

to

to intorno ad un centro in ragione della distanza da questo, ed in ragione della velocità che le si fa concepire: quindi, poichè la velocità è come l' arco descritto col raggio della distanza, sarà la resistenza al moto angolare, cioè il momento d' inerzia, come il quadrato della distanza. L' altra somma poi è ciò che abbiamo chiamata la stabilità del galleggiante, e definita per il peso moltiplicato in una certa linea. Dunque la lunghezza del pendolo isocrono sarà ben espressa per $\frac{Mrr}{Ms} = \frac{rr}{s}$.

Che se si vogliano considerare le oscillazioni intorno ad un asse orizzontale, che non passi per il centro di gravità del bastimento, ma sia a questo paralello e si trovi nella sezione d' acqua, allora nelle due somme sopraindicate bisogna prendere negativamente que' prodotti i quali appartengono alle distanze prese al di là del centro di moto: quindi è chiaro che il valore di l riuscirà diverso.

§. 76.

Assai malagevole sarebbe il calcolo per determinare direttamente i valori di r ed s, e quindi la lunghezza l, ed il tempo d' una vibrazione. Quindi molto avvedutamente l' Autore insegna di valersi dell' esperienza, che si può fare nel

porto e nell' acqua tranquilla , giacchè trovato così il tempo d' una vibrazione del baſtimento , e quindi per le regole date nel §. 74. la lunghezza del pendolo iſocrono , s' avranno i valori di *r* o di *s* data l' una o l' altra di queſte. L' eſperienza non è difficile , nè può riuſcire fallace , e quindi ſi dedurrà la regola molto utile in pratica , cioè che volendo rendere le oſcillazioni più lente , ovvero più lungo il pendolo iſocrono , nè convenendo diminuire la ſtabilità , biſognerà accreſcere la *r* , cioè allontanare i peſi dall' aſſe di rotazione.

§. 77.

Nelle oſcillazioni del baſtimento intorno all' aſſe di larghezza eſſendo molto maggiori tanto la *s* , quanto la *r* , può reſtare il medeſimo valore di *l*. In oltre la figura del baſtimento verſo gli eſtremi preſenta all' acqua una ſuperficie inclinata verſo di eſſa , e quindi nel vicendevole alzarſi ed abbaſſarſi incontra delle valide reſiſtenze , per le quali queſta oſcillazione più preſto s' eſtingue. Ma appunto per queſto avviene che il movimento del ficcare ſia il più pericoloſo , e la ſua vivacità metta in maggiore ſconcerto il baſtimento. Quindi è utile di provedere a queſto diſordine con la diſtri-

ſtribuzione del carico, cioè con l' aumento di *r*, rendendoſi con ciò l' oſcillazioni più lente e tarde. Non s' ottiene però queſto coll' allontanare i peſi dal centro di gravità caricandone gli eſtremi: perchè o ſiano le onde di corto tratto e ſpezzate, come ſono ne' luoghi non lontani dalle terre per la repercuſſione dal lido, o ſiano ampie e diſteſe, ſe la loro direzione ſuppongaſi contraria al corſo del baſtimento, la forza della colliſione è come la ſomma de' quadrati delle velocità, moltiplicata nella maſſa d' acqua che gli va incontro, maggiore di quella che baſtarebbe a ſoſtenerlo. Poi ſcorrendo l' onda e mancandole quell' impulſo, la Prora ricade, e ciò ſi fa con impeto tanto minore, quanto minore è il ſuo peſo, onde la ſcoſſa è meno violenta, perchè urta l' acqua con maſſa minore, quindi minore l' affogamento, e per conſeguenza di tutto ciò meno ſoffre il baſtimento. Siccome però la quantità *r* ſi può baſtantemente aumentare o traſportando alcuni gravi corpi agli eſtremi, o molti a mediocre diſtanza dal centro di gravità, pare più ſano conſiglio quello della ſeconda maniera, onde ſalva la ſtabilità, s' accreſca il valore di *r* per modo che la violenza di queſta ſpecie d' oſcillazioni non ſia fatale al baſtimento.

§. 79.

§. 79.

Le onde si succedono per intervalli di tempo eguali, quando si mantengono le medesime combinazioni di forze che agitano il mare. I tempi ne' quali l' onda si compisce, posto che le parti dell' acqua ascendano e discendano per linee rette, sono eguali a quelli dell' oscillazione d' un pendolo eguale in lunghezza alla larghezza o ampiezza dell' onda (*Newvton Princip. Math. Lib.* 2. *prop.* 46). S' avverta per altro che questa discesa ed ascesa delle parti dell' acqua si fa piuttosto per archi circolari. Se il pendolo ch' esprime la durata degli ondeggiamenti fosse eguale a quello che esprime i libramenti del bastimento, allora il bastimento inclinato si restituirebbe per il momento della sua stabilità, e per l' impulso aggiunto dall' onda, sicchè ne potrebbe seguire un violento moto. Se poi l' onda nel suo colmeggiare incontrasse il bastimento nella massima sua inclinazione, allora è certo che si farebbe una collisione che potrebbe riuscire pericolosa. Se poi i colpi dell' onde fossero a cagion d' esempio al doppio più veloci de' libramenti del bastimento, è manifesto ch' egli sarebbe colpito due volte, mentre compisse una delle proprie oscillazioni, e ne verrebbero del-

le

le ſcoſſe troppo vive, particolarmente nel moto del ficcare, poichè ſarebbero queſti colpi applicati a punti più diſtanti dal centro di moto. Queſti effetti ſaranno più ſenſibili a miſura che la direzione dell' ondeggiamento ſarà più vicina ad eſſere direttamente oppoſta al corſo del baſtimento, e quando la direzione dell' onde foſſe la medeſima di quella del corſo, allora li deſcritti effetti dovranno riuſcire meno ſenſibili, perchè il baſtimento sfuggirà e ſi ſottrarrà per così dire all' azione dell' onde. Diverſo poi è il caſo del baſtimento che tormenta eſſendo all' ancora, e trattenuto dalla forza di queſta, contro i colpi del mare. Generalmente non ſi può per principj determinare l' effetto dell' ondeggiare dell' acqua nelle agitazioni del baſtimento: sì perchè le oſcillazioni di queſto realmente non ſono giammai pure, ma miſte, ed irregolari, ed intorno ad aſſi ſempre diverſi, onde la miſura della ſtabilità s' altera continuamente: sì perchè, come avverte l' Autore, queſta parte di Teoria Idroſtatica è affatto oſcura, nè ſi conoſcono le leggi ſecondo le quali s' eſercitano le preſſioni dell' acqua, la di cui ſuperficie non è orizzontale, ma inclinata.

AN-

ANNOTAZIONI

PARTE SECONDA.

§. 1.

LE preſſioni che l' acqua eſercita in un baſtimento quieto e ſopra di eſſa galleggiante naſcono dalla tendenza del fluido per la ſua gravità e ſcioltezza di parti a riempiere lo ſpazio occupato dalla porzione immerſa. Si diſtinguono queſte preſſioni in orizzontali e verticali, giacchè in eſſe ſi riſolvono tutte le obblique. L' effetto delle orizzontali è di premere in queſto ſenſo il corpo immerſo, e ſarebbe di ſchiacciarlo ſe la rigidezza della materia, ond' è compoſto e la conneſſione delle ſue parti non vi ſi opponeſſe. Queſte preſſioni s' equilibrano tra di loro intorno al galleggiante, come ſe egli foſſe una maſſa del fluido eguale al volume immerſo; altrimenti egli avvanzarebbe verſo quella parte, dalla quale foſſero più deboli le preſſioni, come avviene, quando l' acqua non è allo ſteſſo livello tutto all' intorno del galleggiante,

nel

nel qual caso egli si muove fino a che le pressioni orizzontali s' agguagliano. Le pressioni poi verticali del fluido spingono il galleggiante all' insù, ed a queste egli obbedisce quando è libero, fino a che con esse s' equilibrino le forze del peso che tende verticalmente all' ingiù. Ma quando il galleggiante spinto da qualche forza esterna di direzione orizzontale si muove con la stessa direzione per l' acqua, allora s' oppone a questo moto la forza che nasce dall' inerzia della massa d' acqua ch' egli deve discostare e promovere per progredire. Ora si avverte, che indipendenti dalla figura del galleggiante sono le pressioni orizzontali e verticali del fluido, mentre il galleggiante è quieto, perchè s' equilibrano, e perchè derivano soltanto dal suo peso, il quale, posto che sia della stessa materia, sotto qualsivoglia figura caccia di luogo un egual volume d' acqua. Ma non così la resistenza, che nasce dall' inerzia del fluido. Imperocchè si consideri la figura CBD (*Fig.* 4. *Tav.* A) la quale spinta con la stessa velocità si muova per l' acqua orizzontalmente, prima presentando al fluido la base CD, poi presentando i due lati CB, DB, e la direzione del moto sia in amendue i casi rappresentata dalle linee CE, *ce* nor-

ma-

mali a CD. Nel primo caſo l' urto ſarà perpendicolare ed uniforme ſopra tutta la faccia CD, e poſta la ſteſſa velocità, la ſteſſa denſità di fluido, e la ſteſſa grandezza di CD non potrà queſto urto aver aumento o diminuzione. Nel ſecondo caſo lo ſteſſo urto ſarà diſtribuito ſopra le due faccie CB, BD che ſono maggiori di CD, e la ſua miſura in ogni punto ſarà diverſa, ſecondo che le due faccie CB, BD poſte le altre coſe pari ſaranno più o meno obblique. Poichè gli urti obbliqui per *ec* ſi riſolvono in forze perpendicolari a DB, ed in altre alla ſteſſa paralelle. Queſte non generano urto veruno nel corpo: le prime eſpongono l' urto aſſoluto che ſoſtiene la faccia DB, e la CB. La ſomma pertanto di tutti gli urti perpendicolari derivanti dagli obbliqui equivalerà ad un urto aſſoluto, che per una linea media tra quelle ſia perpendicolare a DB, come ST, o come il ſeno dell' angolo d' incidenza ECB. Queſto equivalente urto aſſoluto ſi riſolva nuovamente in TR, RS de' quali TR eſprimerà la reſiſtenza naſcente dall' inerzia che s' oppone alla direzione del moto, ed RS eſprimerà la preſſione orizzontale che ſi genera dall' inerzia, e che s' equilibra con la ſua eguale *sr*, ſenza opporſi al moto del

gal-

galleggiante. E' manifesto adunque, come dalla figura del corpo immerso, ovvero dall' obbliquità delle linee DB che la circoscrivono, dipende la misura della resistenza che nasce dall' inerzia, e che s' oppone al moto del galleggiante, e come essa sia massima nel primo caso ed incapace d' aumento o decremento, poste le altre cose pari: nel secondo sia tanto mutabile, quanto varia può essere la posizione e la lunghezza delle linee DB, CB. Ed essendosi posta eguale la velocità, egli è evidente che per ottenerla vi bisognerà una forza maggiore nel primo caso che nel secondo, poichè la resistenza che s' oppone al moto e nasce dall' inerzia è maggiore nel primo che nel secondo nel quale è maggiore la pressione orizzontale ch' ei soffre dipendente dall' inerzia, la quale nel primo caso è nulla. Quindi s' avverta, che se le linee BC, DB non siano eguali ed egualmente inclinate alla direzione del moto, riusciranno disuguali le pressioni orizzontali SR, *sr* ed il galleggiante per la resistenza nascente dall' inerzia, oltre l' opposizione al suo moto diretto espressa per una media tra le TR, *tr*, cambierà anche direzione.

§. 2.

Mentre la superficie considerata si muove per l'

ac-

acqua e queſta per la ſua inerzia reſiſte, ſi genera l' urto o colliſione, la quale poſte le altre coſe eguali ſi proporziona al quadrato della velocità. Ora egli è lo ſteſſo che la velocità ſia propria del mobile e l' acqua ſia quieta, o dell' acqua e ſia quieto il mobile, o movendoſi tutti e due la ſomma delle velocità ſe s' incontrano, o la differenza ſe ſi ſeguitano ſia la ſteſſa. Si fa queſta permutazione di dati per procurare maggior evidenza al ragionamento.

§. 3.

Si preſcinde dallo sfregamento per cui ſi ritarda l' acqua nell' uſcire dal foro, giacchè queſta circoſtanza non altera la preſente Teoria. Il peſo della colonna d' acqua che qui ſi ricerca per eſprimere la reſiſtenza o l' urto che riceve la ſuperficie moſſa nell' acqua è una forza di preſſione, che non ſi potrebbe giammai paragonare ad una forza di percoſſa, ſe l' effetto di queſta ſi produceſſe, come ſuol parere, in un iſtante, atteſo che quello che deriva dalla preſſione ſi produce in un tempo finito. Ma poichè ogni comunicazione di moto ſi fa in un tempo finito, comunque breviſſimo, perciò le forze di percoſſa ſi paragonano ſenza errore a quelle di preſſione che operino per

gra-

gradi e producano i loro effetti in tempi breviſſimi. Così rendonſi miſurabili per mezzo di peſi le forze della percoſſa : poichè il peſo applicato ad un corpo può in un tempo finito produrre un effetto eguale a quello della percoſſa prodotto in un tempo breviſſimo , e che ſi ſuol giudicare un iſtante. E perciò quando un fluido batte in un piano ſi può ſenza errore eſprimere l' urto mediante il peſo d' una colonna di fluido di certa altezza. Non è per anche ſtabilito dimoſtrativamente , ſe la miſura di queſt' altezza ſia il doppio dell' altezza competente alla velocità , o l' altezza ſemplice ; giacchè la velocità s' eſprime per l' altezza, da cui dovrebbe cader un grave per acquiſtarla. Poſte le parti dell' acqua perfettamente molli e prive d' elaſticità eſſa riſulta il doppio: e poſte perfettamente elaſtiche eſſa riſultarebbe il quadruplo , il che però non può aver luogo , perchè biſognarebbe che ſi communicaſſe all' acqua maggiore velocità di quella che ha il mobile, e quindi che reſtaſſe un vuoto tra di eſſo e l' acqua riſpinta , e ciò non conviene alla preſſione, che le parti dell' acqua eſercitano per il ſuo peſo nelle vicine. Poſto poi il principio della conſervazione delle forze vive , e che la forza viva innanzi al

conflitto ſia eguale alla forza viva dopo il conflitto, l' altezza della colonna rieſce ſemplice, e non doppia. Gli eſperimenti riferiti dal Signor Boſſut (*Hydrodyn. Part.* II., *Chap.* IX.) fanno per l' altezza doppia. Avverte egli che quando s' eſplora la percuſſione opponendo al forame aperto nel fondo d' un vaſo un piano, ed applicandolo immediatamente al forame riſulta una miſura di percoſſa che s' accoſta all' altezza ſemplice : quando poi il piano , dove ſi riceve la percoſſa è in qualche diſtanza dal foro , ſicchè l' acqua abbia concepita qualche velocità , quando vi perviene , l' altezza s' accoſta alla doppia. Onde pare che nel primo caſo ſi abbia la miſura della ſola preſſione , nel ſecondo s' abbia quella della percoſſa : e perciò che ſi debba diſtinguere lo ſtato di quiete del fluido, da quello del moto . Corriſponde a ciò la Teoria della catarratta del Newton. Per altro tale differenza non influiſce nella Teoria di queſto trattato, mentre le proporzioni ſi mantengono le ſteſſe , o ſemplice o doppio abbiano il coefficiente le quantità.

§. 4.

Queſta legge è comunemente ricevuta nell' Idraulica. Quindi le leggi de' fluidi che eſcono da fori aperti ne' fondi de' vaſi ſi deducono dalle leggi del-

della caduta de' corpi gravi, e le differenze che col fatto si trovano dalla teoria devonsi piuttosto attribuire alle particolari qualità de' fluidi e delle materie che generano delle resistenze e de' ritardi, di quello che alla fluidità. La formula dall' Autore addotta si ritrova così. Sia g l' altezza che un grave liberamente cadente percorre in un minuto secondo: sia v la velocità ch' egli acquista al fine della caduta, e sarà $2g$ lo spazio ch' egli percorrerebbe nello stesso tempo, se si movesse con la velocità uniforme v. Sia h l' altezza dell' acqua in un vaso, c la velocità che un grave acquistarebbe cadendo liberamente per detta altezza, ed s sia lo spazio che il grave percorrerebbe con la velocità uniforme c in un minuto secondo. Sarà $g : h :: v^2 : c^2$, cioè gli spazj come i quadrati delle velocità acquistate al fine del moto accelerato. Ed in oltre sarà $2g : s :: v : c$, cioè gli spazj, come le velocità, posti eguali i tempi. E perciò combinando le due analogie, sarà $g : h :: 4g^2 : s^2$, onde $s^2 = 4gh$, cioè $s = 2\sqrt{gh}$, che è lo spazio il quale si percorrerebbe dal corpo grave in un minuto secondo con la velocità acquistata al fine della caduta dall' altezza h.

§. 6.

La reſiſtenza totale e la reſiſtenza contraria al moto che incontra la ſuperficie, la quale ſi muove per l' acqua con direzione obbliqua ſono indicate nella nota al §. 1. con le linee ST , TR , delle quali colà ſi dimoſtrò l' origine , e qui ſi determinano i valori. Per rendere più familiare queſta nozione ſi rifletta che quando lo ſteſſo mobile ſi promove per l' acqua per un dato ſpazio con la ſteſſa velocità , o preceda la baſe o preceda la punta ſi caccia dal ſuo luogo un egual volume d' acqua , e perciò la reſiſtenza che naſce dall' inerzia deve riuſcire la ſteſſa , ma li ſuoi effetti ſi mutano , perchè maggior forza ſi deve impiegare per cacciar avanti il mobile ſe preceda la baſe , di quello che ſe precede la punta. Se ſi conſideri lo ſperone immobile , di cui ſia armato il pilaſtro d' un ponte fabbricato in un fiume , egli è certo che l' acqua corrente del fiume incontra lo ſteſſo oſtacolo , tanto ſe vi è lo ſperone , quanto ſe queſto manchi , e la pila preſenti la piana ſua faccia al corſo del fiume. Ma la forza della colonna d' acqua che è data e coſtante incontrando le faccie dello ſperone ſi riſolve in due , una con cui urta perpendicolarmente le faccie ſteſſe , l' altra con

cui

cui l' acqua ſcorre paralellamente e lungo le faccie dello ſperone. La prima che è perpendicolare alle faccie dello ſperone nuovamente ſi riſolve in due, una delle quali è in direzione contraria alla corrente dell' acqua, l' altra è perpendicolare alla ſezione diametrale dello ſperone. Quella che è in direzione contraria, ſcema d' altrettanto la velocità dell' acqua: l' altra eſercita delle preſſioni orizzontali nello ſperone. Quindi ſe lo ſperone ſi ſupponga molto prolungato, e perciò le ſue faccie s' accoſtino molto alla direzione della corrente, minore ſarà l' urto perpendicolare nelle ſue faccie, e maggiore la velocità del corſo dell' acqua lungo le faccie, ſenza però che giunga mai ad eguagliare la naturale velocità del fiume. Quindi anche quanto più lungo ſarà lo ſperone, tanto minore ſarà la reſiſtenza che s' oppone al moto, ma non ſarà mai che eſſa affatto ſvaniſca. Perchè poi nel ſuppoſto fiume conviene che paſſi la ſteſſa quantità d' acqua, quando non abbia vicine diverſioni, o vi ſia la pila o no, ed il ſuo corſo viene ritardato dalle addotte cagioni, perciò eſſa dirimpetto allo ſperone ſi alzerà a modo di generare queſto compenſo di velocità. Tutto ciò facilmente ſi traduce al caſo d' una Prora, la quale ſi muova nell' ac-

qua quieta, avvertendo che il baſtimento galleggia, e lo ſperone giace immobile ſul fondo.

Queſto ragionamento ſuppone, che le particole dell' acqua urtino la ſuperficie nello ſteſſo modo, come ſe foſſero de' corpi ſolidi e liberi. E perchè queſta ſuppoſizione ſi verificaſſe, biſognarebbe che ciaſcheduna particola dopo aver dato il ſuo colpo foſſe annientata, e daſſe libero luogo alla ſuſſeguente, affinchè eſercitaſſe il ſuo. Ora è evidente che la ſuperficie urtata non riceve immediatamente e con tutta la ſua intenſità l' impulſo di ciaſcheduna particola: ma le centrali ribattute dalle ſuccedenti obbligano la colonna d' acqua a ſlargarſi fino ad una certa diſtanza dalla ſuperficie battuta, per laſciar libertà al fluido di sfuggire, e luogo a quello che ſopravviene. E perciò non ſi può calcolare la percoſſa d' un fluido in un piano nello ſteſſo modo, come ſe il piano riceveſſe di fatto l' urto intiero e continuato di tutti i fili fluidi paralelli, che ad ogni punto di eſſo corriſpondono. Potrebbe darſi però che gli urti effettivi foſſero ſimilmente alterati e ſeguiſſero la legge degli urti calcolati. Con queſto oggetto il Signor di *Boſſut* (*Hydrodyn.* II. *Part. Chap.* IX. §. 745. *& ſuiv.*) ha intrapreſe dell' eſperienze aſſai dili-

gen-

genti, le quali dimoſtrano, che le percoſſe perpendicolari de' fluidi ne' piani, ſeguono a un di preſſo le leggi ſtabilite dalla Teoria: non così le percoſſe obblique contro le ſuperficie piane o curve.

§. 8.

Per calcolare la reſiſtenza che incontra il baſtimento contraria al ſuo moto biſogna dividere la ſuperficie della porzione di Prora immerſa, in molte parti o piccoli piani, e ſapendo l' eſtenſione d' ognuno e la ſua obbliquità alla direzione del moto ſi deduce per la formula ſopra addotta la reſiſtenza che ſoffrirà ciaſcheduno, e nella ſomma di tutti la reſiſtenza totale che ſi ricerca, ſempre avendo preſente che *g* indica 16 piedi di Londra da cui è dedotta *h* ſapendoſi *c*. L' operazione che dall' Autore è più individuata nel ſeg. Cap. III. rieſce lunga e laborioſa, come ſi può vedere nel *du Hamel* (*Architect. Nav. Chap.* IX. §. 12.) dove anche queſt' Autore dà la proporzione tra la reſiſtenza di alcune date Prore, e quella che dovevano ſoffrire le loro ſezioni maeſtre. Ma non ſi può aver luſinga che i riſultati ſiano nè pure proſſimi all' eſattezza, atteſa la differenza tra il fatto e la teoria nel valutare le percoſſe obblique de' fluidi. Quindi l' Autore molto ingegnoſamente

trovò un metodo più compendioſo, del quale ſi fa parola al §. 24. L' obbliquità poi de' piani, ne' quali ſi partiſce la ſuperficie della porzione immerſa di Prora, non è ſolamente alla direzione del moto, ma anche all' orizzonte, atteſo che la Prora non ſolamente ſi raſtrema verſo lo ſperone, ma anche dalla ſezione d' acqua verſo la colomba, e perciò tanto nel ſenſo di larghezza, quanto in quello di lunghezza. Quindi le porzioni di ſuperficie anno due obbliquità alla direzione del moto: una per cui parte ſi reſiſte al moto, parte i piani ſono compreſſi orizzontalmente, di cui ſi parlò prima: l' altra per cui parte ſi reſiſte al moto, parte i piani ſono ſpinti verticalmente all' insù. Così ſe la ſuperficie ſia inclinata all' acqua o all' orizzonte come è AC alla direzione del moto EB, e l' obbliquità dell' urto ſia ABE (*Fig.* 5. *Tav.* A), ſi dovrà queſta forza riſolvere in EA perpendicolare al piano ed AB ſecondo la direzione del piano. La EA ſi riſolverà nuovamente in ED che s' oppone alla direzione del moto, ed in DA che ſpinge verticalmente all' insù il punto A. Biſognerà dunque valerſi della ſteſſa formula $\frac{cc\,ff\,\text{ſen.}\,\varphi^2}{4g}$ per avere il valore di AE, e poſcia riſolverlo per avere la quanti-

tità di forza che s' oppone al moto, e quella che inclina il baſtimento.

§. 13.

Queſte due forze prodotte dalla reſiſtenza per cP e per dQ ſono quelle di cui ſi parlò nella not. al §. 8. Eſſe ſi ſegano ſcambievolmente nel punto R, per il quale deve paſſare la diagonale HS d' un paralellogramo di cui ſieno lati le rette $c\mathrm{P} = \mathrm{P}$, e $d\mathrm{Q} = \mathrm{Q}$: e perciò ſarà la diagonale ſteſſa $= \sqrt{(\mathrm{P}_2 + \mathrm{Q}^2)}$, e quindi l' angolo PRS avrà per tangente la frazione $\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}$, per l' analogia 1 : tang. :: P : Q.

§. 14.

Se il centro di gravità del baſtimento foſſe in P, non ſi generarebbe alcuna forza inclinante il baſtimento verſo la Prora.

§. 15.

Il punto H che ritrovaſi con la formula $\mathrm{PH} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}} . \mathrm{FQ}$ corriſponde a ciò che ſi diſſe, eſſer egli determinato dai lati d' un rettangolo P, Q, perchè dalla formula ſi ha $\mathrm{PH} : \mathrm{FQ} = \mathrm{PR} :: \mathrm{Q} : \mathrm{P}$, come ſi avvertì nella nota §. 13.

§. 16.

Qualora la forza di reſiſtenza produce un' eleva-

zio-

zione della Prora e tiene ſollevata una parte del peſo della nave, reſta minore quello che deve eſſer promoſſo orizzontalmente dalla forza ſpingente. Queſta elevazione della Prora produce un' inclinazione del baſtimento verſo Poppa, e quindi s' accreſce la reſiſtenza dell' acqua al moto progreſſivo, perchè eſſa urta in un tratto del fondo del baſtimento più lungo di prima. Ma queſta conſeguenza è compenſata dall' accreſcimento di lunghezza di quella parte che fa l' uffizio di Prora, e già ſi vedrà che per diminuire la reſiſtenza al moto progreſſivo giova molto che la Prora ſia più lunga riſpetto alla ſezione maeſtra, o a quella che ne fa le veci, e che per l' inclinazione verſo Poppa nel caſo che conſideriamo, rieſce alla Poppa ſteſſa più vicina. Per l' oppoſta ragione la reſiſtenza che prova il baſtimento nel moto progreſſivo diventa maggiore quanto più s' affoga la Prora nell' acqua. Ora s' avverta che nella nota al . 72. della I. Parte ſi diſſe che il peſcare de' baſtimenti eſſendo maggiore a Poppa, s' aumenta la reſiſtenza totale al moto progreſſivo, e ciò ſuccede, perchè oltre l' ampiezza della ſezione maſſima in ſenſo della larghezza, riſulta dalla maggior immerſione della Poppa un aumento di detta ſezione

an-

anche in senso dell' altezza. Ma nel caso di cui ora si ragiona, nel quale si suppone che il bastimento s' inclini bensì all' indietro, ma insieme una parte del suo peso sia sollevata, e sostenuta dalla resistenza che oppone l' acqua, la sezione che fa le veci di sezione massima, ancorchè per l' estensione resti la stessa, si allontana però dall' estremità anteriore e s' avvicina alla posteriore. Quindi è chiaro che sarebbe poco ben consigliato di togliere con peso e carico aggiunto, il vantaggio che risulta da questa inclinazione.

§. 17.

Si può trascurare l' effetto della resistenza per cui il bastimento è spinto verticalmente all' insù, nel calcolare la resistenza d' una data Prora per ciò che s' avvertì nelle note ai §. prec. Sicchè la misura che risulterà dal calcolo sarà minore della resistenza che effettivamente soffre la data Prora, la quale di tanto si diminuisce di quanto sen. φ^2 si riduce minore del seno totale che nella figura d' unità moltiplica l' espressione $\frac{cc ff}{4g}$. Ma all' allungamento e restringimento della Prora mettono confine dell' altre essenziali circostanze: delle quali si ragionerà più diffusamente nella III. Parte.

§. 18.

§. 18.

Nel triangolo rettangolo AFM, ſarà AM : FM :: 1 : ſen. φ, cioè ſen. $\varphi = \frac{FM}{AM}$. La *Fig.* 7. del cuneo fa che la reſiſtenza produca una forza contraria al moto ed una di preſſione ne' bordi in ſenſo orizzontale. La *Fig.* 8. fa che la reſiſtenza produca una forza contraria al moto ed una verticale. Le figure poi coniche o piramidali fanno che la reſiſtenza produca tutte e tre queſte direzioni di forze. E ſiccome l' angolo d' inclinazione alla direzione del moto è lo ſteſſo in ogni punto della ſuperficie nelle tre ſpecie di figure qui contemplate, così la proporzione della reſiſtenza che ſoffre la baſe di detti ſolidi o la ſezione maeſtra da ciaſcheduna di dette figure è come il quadrato del ſeno totale al quadrato del ſeno d' inclinazione, cioè (*Fig.* 8.) $R : r :: AM^2 : FM^2$, dinotando con r la reſiſtenza della figura, e prendendo per ſeno totale AM e per ſeno d' inclinazione FM. Così dicaſi della *Fig.* 9. Queſta ſpeculazione ſebbene ſia inutile nella pratica, non conformandoſi mai le Prore in sì fatte figure, che abbiano i bordi rettilinei; giova per altro per eſaminare le reſiſtenze nelle figure di Prora quali

ſo-

ſono di fatto, e che ſi partiſcono in elementi o piccoli ſegmenti delle figure qui conſiderate.

§. 20.

Le reſiſtenze dell' acqua s' incontrano dall' opera viva, ſicchè tutta la porzione di baſtimento che emerge non entra in queſta conſiderazione.

Le linee MPQN rappreſentano le figure delle corbe degradanti dal mezzanino verſo lo ſperone, giacchè tutta queſta parte riſente la reſiſtenza dell' acqua. E' però vero che la degradazione dal mezzanino al capo di ſeſto è ſenza paragone più lenta di quella dal capo di ſeſto allo ſperone. Le porzioni EN, E*n* rappreſentano l' aſcender delle piane riſpetto alla colomba. Quanto maggiore ſarà il numero delle ſezioni traverſali rappreſentate nel piano della corba maeſtra, tanto più eſatta riuſcirà l' operazioue di cui qui ſi tratta, perchè tanto più s' accoſteranno le caſelle ad eſſer piane. Le linee poi *r p* P R, *s q* Q S ſi vuole che facciano angoli retti nel ſegare le prime, e ciò per avere de' trapezj e triangoli de' quali ſia più agevole trovar la miſura. La porzione di ſuperficie così diviſa, cioè il trapezio *p* P Q *q*, ſarà una ſuperficie piana, la quale ſarà la faccia d' un priſma triangolare preſa ſulla ſezione maeſtra,

di

di cui un' altra faccia $P\pi\rho Q$ è la porzione di ſuperficie della Prora che gli appartiene. Tutte queſte faccie $pPQq$ preſe inſieme eguagliano la ſezione maeſtra: come le $P\pi\rho Q$ eguagliano la ſuperficie della Prora.

§. 21.

Se gli angoli Ppq e Qqp foſſero retti; mentre può darſi che l' interſezione fatta con le linee $RPpr$ e $SQqs$ non produca eſattamente angoli retti, e quindi il priſma poc' anzi conſiderato non avrebbe gli angoli $p\pi P$, e $q\rho Q$ eguali. Ma poichè biſogna moltiplicare per il quadrato del ſeno d' inclinazione, e la differenza di queſti due angoli potrebbe indurre notabile errore nella ſomma totale, quindi invece di ſervirſi del quadrato d' uno de' due, s' impieghi il prodotto d' un ſeno per l' altro. Ora il ſeno di $P\pi p$ è $\frac{Pp}{P\pi}$, ed il ſeno di $q\rho P$ è $\frac{Qq}{Q\rho}$, atteſo che l' angolo $pP\pi$ è retto, e retto parimenti Qqp, e perciò invece di moltiplicare la ſuperficie $PQqp$ per il quadrato del ſeno d' inclinazione, ſi moltiplichi per il prodotto di que' due ſeni, eguale al quadrato d' un angolo d' inclinazione, il di cui ſeno è mez-

zo proporzionale geometrico tra i due dati.

§. 22.

Dividendo con la diagonale il quadrilatero Q P π ρ in due triangoli, s' avrebbe, ficcome avverte l' Autore, una precifione più fcrupolofa, nel cafo che i quattro punti del quadrilatero foffero in piani diverfi; perchè ciafchedun triangolo farebbe un piano da fe, al quale apparterrebbe un folo angolo d' inclinazione. Ma tutta queffa precifione non darebbe che delle differenze di poco momento. Per altro il metodo di calcolare le refiftenze d' ogni data figura di Prora adoperato dagli autori per ufo de' Pratici dipende dagli efpofti principj. (Vedafi il *du Hamel Archit. Nav. Chap.* IX.).

§. 23.

Si tratta qui di quelle preffioni orizzontali, che al §. 1. abbiamo avvertito equilibrarfi tra di loro, quando il baftimento galleggia quieto full' acqua. Ora movendofi il baftimento, le preffioni di queffa fpecie reftano le medefime per la Prora, e fi diminuifcono per la Poppa, perchè l' acqua non giunge così preffo alla Poppa come s' avvanza la Prora, e quanto è più gonfia la Poppa, tanto meno facilmente l' acqua laterale accorre e s' appoggia ad effa. Il folco che lafciano dietro fe i

ba-

baſtimenti nel loro corſo è un manifeſto indizio che l' acqua non è riguardo alla Poppa nella condizione ſteſſa in cui ſi trova , mentre il baſtimento è quieto. Quanto poi è più veloce il moto del baſtimento , tanto maggiore ſarà queſta differenza tra le preſſioni orizzontali della Prora e della Poppa ; perchè l' accorrere dell' acqua alla Poppa dipende dalla ſua figura non dalla velocità del baſtimento , quanto all' effetto d' eſercitare le preſſioni orizzontali .

§. 24.

La profondità de' baſtimenti , cioè la diſtanza perpendicolare tra la faccia ſuperiore della colomba , e la faccia inferiore dello sbagio maeſtro del corridore , non compreſa la di lui curvità , da molti coſtruttori ſi ſuol far eguale alla metà della lunghezza dello ſteſſo sbagio. Chiamaſi queſta miſura puntale di ſtiva. Queſto ſi fa nella corba maeſtra , mentre poi verſo Poppa e verſo Prora per l' aſcendere de' Ponti o coperte , e per il montar delle piane il puntale rieſce di varia miſura. Queſta proporzione però non può eſſer generale , ma deveſi regolare con riguardo alla grandezza de' baſtimenti : perchè altrimenti nelle fregate s' avrebbe la batteria troppo vicina all' acqua , e perciò in queſte deveſi fare

la

la carena proporzionalmente più capace e meno profonda. Ma per l' oggetto noſtro preſente baſta avvertire che la profondità è alquanto minore della mezza larghezza dello sbagio, mentre dalla miſura addotta di ſopra del puntale di ſtiva biſogna detrarre l' altezza del corridore ſopra la ſuperficie dell' acqua, ed aggiungervi l' altezza della colomba, onde avere la vera altezza dell' opera viva, ovvero della porzione immerſa.

Il mezzo armonico ſi deduce dall' analogia

$x - 1 : \frac{bb}{aa+bb} - x :: 1 : \frac{bb}{aa+bb}$, e perciò $x = \frac{2b^2}{a^2+2b^2}$

Eſſendo queſta poſizione una delle più importanti di queſta Teoria, e dalla quale ſi deducono molte conſeguenze, e dovendo naſcere per la varietà de' metodi di coſtruzione, che la reſiſtenza non ſia con baſtevole eſattezza valutata col mezzo armonico, perciò l' Autore nell' ultimo capo della terza parte addita i modi, onde correggere le aberrazioni che s' incontraſſero. Non eſpone qui il modo d' aver fatte l' eſperienze alle quali ſi riporta, per iſtabilire il mezzo armonico come miſura della reſiſtenza. Pare che debba eſſere ſtato di miſurare, qual forza occorra per muovere una nave

in acqua tranquilla ſecondo la direzione della colomba, e con nota velocità, indi fare il confronto con la forza neceſſaria a muovere un piano verticale di nota grandezza, e perciò di nota proporzione alla ſezione maeſtra, con direzione perpendicolare a lui ſteſſo, e con la ſteſſa velocità, con cui s'è moſſa la nave. Più agevolmente queſte eſperienze poſſono eſſerſi fatte con degli eſatti modelli, e quali l' Autore deſcrive nel capo ſopracitato della III. Parte.

§. 25.

Confrontando i riſultati regiſtrati nella piccola tavola di queſto §. con quelli che riporta il Signor *du Hamel* dedotti col calcolo ſopra indicato (*Architect. Nav. Chap.* IX.) trovanſi delle differenze molto oſſervabili, come ſi può vedere nelle ſeguenti proporzioni tratte dal detto libro

Nomi di navi	*a* , *b*	*Numero di cannoni*	R : *r*
il Brillante	4 : 1	50	$3\frac{1}{2}$: 1
la Tigre	$3\frac{1}{2}$: 1	52	5 : 1
il Monarca	4 : 1	74	$9\frac{1}{2}$: 1
l' Alcide	$3\frac{1}{2}$: 1	64	$6\frac{1}{4}$: 1

la

Nomi di navi	*a* , *b*	*Numero di cannoni*	R : *r*
la Renomee	4 : 1		10 : 1
la Palma	4 : 1	12	$13\frac{1}{2}$: 1
la Pantera	4 : 1	20	$10\frac{1}{2}$: 1
il Superbo	$3\frac{1}{2}$: 1	74	$5\frac{7}{10}$: 1
la Mutine	$3\frac{1}{2}$: 1	24	$10\frac{3}{5}$: 1
la Badine	$3\frac{1}{2}$: 1		$7\frac{1}{4}$: 1

Egli è vero però che la profondità o puntale di questi bastimenti non ha in tutti quella proporzione alla larghezza, che s' indicò di sopra. Tutto ciò dimostra la necessità delle correzioni che l' Autore insegna nel sopracitato Capo della III. Parte.

§. 29.

La ry è tangente dell' angolo rFY col raggio Fr, e perciò posto il seno totale 1, sarà $\frac{ry}{Fr}$ il valore della tangente, e sostituendo l' espressioni trovate nel §. precedente, sarà

Tang. rF$y = \frac{a \text{ sen. } \phi^2}{b \text{ cos. } \phi_2} = \frac{a}{b}$ Tang. ϕ^2. S' avverta che delle due rette FX, FY, la prima mostra la direzione della corsa, da cui nasce l' angolo della

deviazione detto $= \phi$, l' altra moſtra la direzione della forza ſpingente, onde naſce l' angolo $AFY = \psi$ complemento a due retti di yFA. La relazione trovata fra queſti due angoli fa che dato uno ſi trovi l' altro, come ſi continua a dichiarare. Quando poi ſi dice la direzione o linea della forza movente non s' intende già quella del vento, o d' altra forza eſterna operante ſul baſtimento, ma quella che riſulta componendo la direzione vera di queſta eſterna forza con la reſiſtenza diretta e laterale, e perciò quella ſecondo la quale è effettivamente ſpinto il baſtimento, e che è direttamente contraria alla forza media di reſiſtenza. La Teoria del Bernulli è a tutta queſta conforme (*Manoeuvr. de Vaiſs. Chap.* I. *&* II.)

§. 31.

Gli angoli ϕ e ψ ſono come $\text{ſen.}\phi.\text{coſ.}\phi : \text{ſen.}\psi.\text{coſ.}\psi$, e la loro differenza ſarà maſſima, quando la progreſſione geometrica delle tangenti farà che ſia dupla geometrica la proporzione degli angoli. Perchè dati $1.x.x^2 ::$ la differenza $x - x^2$ è maſſima quando $dx - 2x\,dx = 0 = 2x - 1$, e perciò $x = \frac{1}{2}$. Laonde farà $\phi - \psi$ maſſimo, quando $\text{ſen.}\phi.\text{coſ.}\phi = 2\,\text{ſen.}\psi.\text{coſ.}\psi$, cioè $\frac{1}{2}\,\text{ſen.}\,2\phi = \text{ſen.}\,2\psi$.

Per-

Perchè s' abbia il valore di φ corrispondente ad ogni valore di α bisogna trovare il valor massimo dell' espressione

$T.(\varphi - \psi) = \frac{T\varphi - T\psi}{1 + T.\varphi . T.\psi}$ sostituendo in luogo di $T.\psi$ il suo valore $\frac{T\varphi^2}{T.\alpha}$, dato per la proporzione geometrica $T.\alpha, T.\varphi, T\psi$ ∴. Prese dunque le differenze infinitesime, ed eguagliate al zero, indi divisa l' equazione per $d\varphi$ e moltiplicata per il divisore, risulta l' equazione del quarto grado, riportata nel testo, dalla quale con calcolo assai faticoso deduconsi per approssimazione i valori di φ in ogni ipotesi del valore di α. Questo calcolo si trova fatto dal Signor Eulero al §. 568. T. I. *Scient. Nav.*, di cui qui non facendosi uso, ho stimato inutile il riportarlo.

§. 32.

Con le lettere P, Q, che qui s' introducono s' intende di rappresentare le forze intere esercitate dall' acqua nelle due faccie della figura, secondo il diverso valore degli affi, di φ, di c, e della profondità della carena, i quali elementi devono computarsi, come si avvertì al §. 28., e si computano effettivamente ne' §. 33., 34. seguenti.

Laonde la formula ch' esprime il valore della Tang. ψ abbia per coefficiente $\frac{Q}{P}$ invece di $\frac{a}{b}$, cioè un valore esatto invece di quello che conviene ad una sola ipotesi.

§. 34.

Sostituiti i valori di P, Q la frazione $\frac{Q}{P}$ diventa

$$\frac{2a^2 \cdot \frac{3}{4} ae}{2a^2 + b^2} : \frac{ab^2 \cdot \frac{3}{4} b^2}{a^2 + 2b^2},$$

ed eseguindo l' operazione segnata si ha

$$\frac{a^2 + 2b^2}{2a^2 + b^2} \cdot \frac{a^3}{b^3},$$ laonde se a^2 è molto maggiore di b^2 si possono trascurare i termini $2b^2$ e b^2, e risulta $\frac{Q}{P} = \frac{a^3}{2b^3}$.

§. 35.

Dicesi che la deviazione non può eccedere i 20, o 30 gradi e ciò apparisce dalle tavole di questo §., perchè nelle tre prime specie di bastimenti posta la deviazione di 30, l' angolo AFY è prossimo al retto : nell' altre quattro specie ciò succede posta la deviazione di 25, e 20. Ed essendo la forza spingente quella che risulta dalla combinazione della direzione del vento e della posizione

ne delle vele, è chiaro che divenendo AFY prossimo al retto, diverrebbe quasi nulla la velocità della corsa. Dicesi che basta calcolare queste tavole crescendo AFX di 5 in 5 gradi, perchè questa misura esprime senza frazioni la metà d' un rombo, che suol essere la misura comune delle direzioni delle corse in mare. Dalla formula Tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$ Tang. φ^2 si deducono le tavole di questo §., risolvendola co' logaritmi in log. Tang. $\psi = 2$ log. Tang. $\varphi + l.\, a3 -$ log. $2\, b3$, onde posto $a : b :: 3 : 1$, ed $\varphi = 20$, sarà log. Tang. $\psi = 2$ log. Tang. $20° +$ log. $27 -$ log. 2, cioè log. Tang. $\psi =$ $19122132 + 1431364 - 0,301030 = 20,252464$ $= 10252464$, che è il logaritmo della Tangente di gr. $60°, 47' = \psi$.

§. 36.

Il metodo dell' interpolazione è d' inferire in una serie di grandezze dedotte e procedenti con certa legge uno o più termini intermedj, che si conformino quanto è possibile alla legge della serie, il che si fa con sicurezza nelle progressioni aritmetiche, geometriche, e di numeri figurati. Ma quando tali non sono, questo calcolo non è che d' approssimazione, mentre per mezzo d' al-

cune dimenſioni preſe di ſpazio in iſpazio, ſi deducono gl' intermedj, ſupponendo che le loro ineguaglianze ſeguano coſtantemente una certa legge, il che s' accoſta di più al vero quanto più piccioli ſono queſti ſpazj, e queſte dimenſioni meno irregolarmente diſuguali, cioè quanto la legge trovata s' accoſta di più alla vera legge di queſta diſuguaglianza. Laonde alla trovata ſerie degli AFY non ſi potrebbe applicare il metodo d' interpolazione, ſicchè dato un AFY ſi trovaſſe il corriſpondente AFX, perchè gli ſpazj tra gli AFX ſono troppo irregolarmente diſuguali, e con ſalti aſſai grandi. Quindi ſi coſtruiſce un' altra tavola, nella quale ponendo gli AFY creſcenti con certa legge ſi ſegnano i valori corriſpondenti degli AFX dedotti con la formula

Tang. $\varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}} . \text{tang.} \psi$, che per mezzo de' logaritmi ſi riduce a queſta log. Tang. $\varphi = \frac{1}{2}$ log. Tang. $\psi - \frac{1}{2}$ log. $a3 + \frac{1}{2}$ log. $2b3$, onde poſta $a = 3, b = 1, \psi = 20°$, ſi ha

log. Tang. $\varphi = \frac{10238561 - 1431364 + 0,301030}{2}$

$= 4,554113$, e perciò $\varphi = 19°,43'$.

Nel

Nel formare queſta tavola procede l' incremento degli AFY coll' eſpoſta legge, perchè così gli AFX anno delle differenze regolari. E s' oſſervi che l' aumento d' un grado dell' angolo della forza ſpingente dopo gli 80°, produce nella deviazione un aumento ſimile a quello, che ſino al 60° producono gli aumenti di 10° dell' angolo AFY.

§. 37.

Di tal queſtione ſi fece parola al §. 31., e ſi vedrà a ſuo luogo quanto eſſa importi nell' arte del maneggio de' baſtimenti. Coll' equazione là ritrovata ſi vede quanto laborioſo riuſcirebbe il calcolo per aſſegnare il valor maſſimo di $\varphi - \psi$. Con l' ajuto di queſta tavola, applicandovi il metodo dell' interpolazioni ſi può farlo più agevolmente.

Nella prima ſpecie s' oſſervi il progreſſo degli angoli

Radici	AFY	AFX	XFY	
0	65	21.43	43.17	Funzioni
				2.26, 00
1	70	24.17	45.43	
				1.33, 53 *b*
2	75	27.44	47.16	
				.13, 2.13 *c*
3	80	32.57	47. 3	
				4.40, 2.14 *d*
	85	42.37	42.23	

E perciò che crescendo in progressione aritmetica gli AFY, crescono anche gli AFX, e gli XFY prima crescono e poi decrescono. Quindi assunti i quattro primi per radici, e gli XFY per funzioni, si prendano le differenze tra gli XFY, ed assunta la prima 2.26 si prendano le differenze di essa da se medesima e dalle successive, alle quali si darà il nome di funzioni, o, b, c, d. Valendosi poi delle formule d' interpolazione, (*La Caille Astron.* §. 135.)

$$l = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c + \frac{1}{6}d = -18$$

$$k = 2c - \frac{5}{2}b - \frac{1}{2}d = -66\frac{1}{2}$$

$$h = 3b - \frac{3}{2}c + \frac{1}{3}d = +4\frac{1}{2}$$

e della formula del massimo

$$x = \frac{1}{3l} \cdot -k + \sqrt{(kk - 3lh)},$$

s'avrà il valore utile di $x = \frac{-134\frac{1}{2}}{-54} = +2.\frac{26}{54}$,

Onde rilevasi che si deve aggiungere alla radice zero corrispondente al 65. due differenze e mezza presso a poco de' termini della serie aritmetica, cioè 120.29′, essendo la differenza 5′, onde l' AFY, che darà il massimo XFY, sarà 77°,29′. Questo va-

valore differisce ancora dal più prossimo al vero di 29′. Poichè continuando la serie e crescendo gli AFX per minuti si ha il massimo ancor più prossimo all' esatto quando

$$AFX = 29.35$$
$$AFY = 77.58$$
$$XFY = 48.23$$

Il valore che si ritrova coll' interpolazione non è esatto per le ragioni sopra indicate, ma è bastevolmente prossimo al vero per queste ricerche. Ad ogni modo essendo occorso errore nella tavola riportata in questo §., e che in questa impressione si lasciò simile all' originale, gioverà avvertire che per le prime tre specie va notato nella seguente forma.

	AFX	AFY	XFY
$AB = 3CD$,	29.35	77.58	48.23
$= 3\frac{1}{2}CD$,	26.30	79.38	53. 8
$= 4CD$,	22.50	80. 0	57.10

§. 38.

Essendo Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$. Tang. φ^2, se in luogo delle tangenti si sostituiscano i loro valori $\frac{\text{sen. }\psi}{\text{cos. }\psi}$ e $\frac{\text{sen. }\varphi^2}{\text{cos. }\varphi^2}$, s' avrà P. cos. $\varphi^2 = \frac{Q.\text{ sen. }\varphi^2 \cdot \text{cos. }\psi}{\text{sen. }\psi}$,

quin-

quindi nella formula radicale ſoſtituendo in luogo del primo membro $P^2 . \text{coſ.}\, \varphi^4$ il ſuo valore ora trovato, s' avrà $\sqrt{\left(\frac{Q^2 . \text{ſen.}\, \varphi^4 . \text{coſ.}\, \psi^2}{\text{ſen.}\, \psi^2} + Q^2 . \text{ſen.}\, \varphi^4,\right)}$

e riducendo le due quantità allo ſteſſo denominatore, indi ſoſtituendo l' unità in luogo del moltiplicatore comune $\text{ſen.}\, \psi^2 + \text{coſ.}\, \psi^2$, ſi avrà

$\sqrt{\frac{Q^2 . \text{ſen.}\, \varphi^4}{\text{ſen.}\, \psi^2}}$, cioè $\frac{Q . \text{ſen.}\, \varphi^2 .}{\text{ſen.}\, \psi}$

§. 39.

Poichè (*Fig.* 11.) $Fy = \sqrt{(P^2 + Q^2)}$, e per il ſeno φ, ſarà $Fy : ry :: 1 : \varphi$, cioè $\sqrt{(P^2 + Q^2)} : P :: 1 : \frac{P}{\sqrt{(P^2 + Q^2)}} = \text{ſen.}\, \varphi$, e coſ. $\varphi = \frac{Q}{\sqrt{(P^2 + Q^2)}}$. Queſto è il caſo accennato al §. 30. dell' ipoteſi che Tang. $\varphi = \frac{b}{a}$.

§. 40.

Si vuole che AFX ſia minore di ABC, perchè ſe foſſe eguale, e perciò FX foſſe paralella a CB ed a DA, non ſi farebbe impulſo nella DA. Se poi AFX foſſe maggiore di ABC, la FX divergerebbe da DA, nè l' acqua in queſta farebbe impulſo. Le deviazioni come ſi avvertì e ſi dimoſtrò con le tavole de' §. precedenti non eccedo-

no

no mai i 20, o 30 gradi, giacchè allora l' angolo della forza ſpingente ſi fa proſſimo al retto. Qui poi in oltre baſta conſiderare ogni piccola deviazione, poichè trattaſi di moſtrare il punto nell' aſſe dove ſi uniſcono le medie direzioni della reſiſtenza che ſoffrono i lati, e perciò il punto a cui ſi deve applicare la forza ſpingente, il quale reſta il medeſimo per qualſivoglia angolo di deviazione minore di CBA, che nella prima ſpecie è di gr. 18. in circa, ed è maggiore che nell' altre tutte. L' obbliquità dell' incidenza è da per tutto la ſteſſa ſopra amendue i lati, cioè eguale comparativamente in ogni punto di ciaſcheduna, ma non la ſteſſa paragonando quella in un lato a quella nell' altro, mentre s' eguagliano nel ſolo caſo del corſo diretto.

§. 41.

I triangoli AMQ, ALK ſono rettangoli in M e C, e ſimili. Onde come AM è la metà di AC, così AQ è la metà di AK.

§. 42.

Che la figura della carena ſia egualmente lontana dalla figura del rombo, e del rettangolo non ſi può aſſolutamente aſſerirlo, come ſi avverte poi: bensì per l' uſo pratico e per la correzione che ſi

fa

fa ne' §. ſeguenti ſi ſcorge eſſer la vera figura della ſezione d' acqua più vicina al rettangolo che al Rombo. La ſuppoſizione che qui ſi fa è per eſprimere la figura della carena col mezzo aritmetico tra gli eſtremi o ed $\frac{a}{2} - \frac{bb}{4a}$.

§. 43.

Avvicinando il mezzo trovato al rettangolo, come è in fatti, incontraſi quell' armonia della teoria con l' eſperienza, per cui ſi vede doverſi piantare l' albero principale o equivalente a $\frac{2}{5}a$ dalla Prora. Eſſendo $AB = a$, ed $AQ = AF - FQ$, ſarà $AQ = \frac{a}{2} - \frac{a}{8} + \frac{bb}{8a} = \frac{3a}{8} + \frac{bb}{8a}$,

e $BQ = \frac{a}{2} + \frac{a}{8} - \frac{b^2}{8a} = \frac{5}{8}a - \frac{b^2}{8a}$, onde

$AQ : BQ :: \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a} : \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a} :: 3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$,

e queſta ragione diventa eguale a quella di $2 : 3$, ſe $\frac{bb}{aa}$ ſia eguale ad $\frac{1}{5}$, perchè $3 + \frac{1}{5} : 5 - \frac{1}{5} = 16 : 24 :: 2 : 3$. Dunque per eſprimere FQ ſe in luogo di prendere il mezzo aritmetico tra i due eſtremi, il quale è una metà della ſomma, ſi prendeſſero $\frac{2}{5}$ della ſomma, è chiaro che il mezzo ſarebbe minore, e perciò più vicino a quel valo-

re

re di FQ che appartiene al rettangolo. Quindi s' avrebbe $AQ = \frac{2}{5}a + \frac{bb}{10aa}$, e $BQ = \frac{3}{5}a - \frac{bb}{10aa}$. Nelle quali espressioni trascurando la quantità $\frac{bb}{10aa}$, nella quale il numeratore è l' unità ed il denominatore è il quadrato d' un numero maggiore di 3 moltiplicato per 10, resta la proporzione che si usa nella pratica 2 : 3.

La pratica poi della quale qui si fa menzione è la regola di distribuire gli alberi nel bastimento. Siccome non è possibile servirsi d' un solo albero a cui non senza grave rischio e molti incommodi nella manovra si applicasse una sola vela equivalente a tutte quelle che può e deve portare un bastimento, così quel punto Q servir deve per regolare e distribuire le distanze degli alberi di data altezza, e forniti di data ampiezza di vele onde s' abbia il miglior servizio nelle corse obblique, come si vedrà nella Parte III.

§. 44.

Bisogna riguardare la forza spingente e la forza di resistenza come due forze di direzioni orizzontali e contrarie, e giacenti amendue nello stesso piano orizzontale, nel quale sia anche il punto Q. Quando queste sono tra di loro in diretto, dovunque

que s' incontrino è certo che il moto di progreſſione non ſarà per queſto alterato, ed il luogo perciò dell' applicazione della forza movente ſarà quanto al moto progreſſivo affatto indifferente. Ma non ſarà così del moto d' inclinazione che ſi produce intorno a qualche aſſe orizzontale medio tra i due principali. Per comprender ciò ſi avverta che la reſiſtenza oppoſta dall' acqua, atteſa l' inclinazione all' orizzonte della Prora e de' bordi, genera un momento contrario al moto o ſia alla direzione della forza ſpingente, ed un momento inclinante il baſtimento al lato oppoſto di quello che ſi preſenta al corſo. Nello ſteſſo modo la forza ſpingente applicata al punto Q genera un momento ſecondo la direzione del moto che produce, ed uno inclinante il baſtimento verſo la parte che ſi preſenta al corſo, e queſti due momenti d' inclinazione in ſenſo contrario eſſendo eguali, il baſtimento conſerva il ſuo ſito orizzontale. Ma quando la forza ſpingente paſſa per un punto diverſo da Q, allora diverſo anche deve eſſere il momento inclinante prodotto dalla reſiſtenza da quello che è prodotto dalla forza ſpingente: e può darſi che l' inclinazione nata dalla reſiſtenza non ſia diſtrutta da queſt' altra che ſi genera in ſenſo contra-

trario , o anche può avvenire che ne ſucceda una maggiore , ed il baſtimento pieghi e s' inclini verſo il lato del corſo. Queſto per appunto ordinariamente ſuccede nelle corſe obblique , nelle quali varia il ſito del punto Q per cui paſſa la direzione della reſiſtenza , e non ſi muta quello che regola la poſizione e diſtanza degli alberi : e perciò non ſi può iſtituire una corſa obbliqua ſenza che il baſtimento vada all' orza ed inclini da quella parte verſo la quale ſi ſcorre. In queſto caſo la reſiſtenza P s' accreſce per l' accreſciuta altezza d' immerſione , e Q ſi diminuiſce , perchè eſſendo il lato della nave obbliquo all' orizzonte , e la nave raſtremata verſo la colomba , quando ſia inclinata preſenta nel corſo all' acqua una ſuperficie minore , o pure è battuta con angolo d' incidenza minore. Quindi $\frac{P}{Q}$ diventa una frazione alquanto maggiore di quella che converrebbe alla ſpecie di baſtimento che ſi conſidera. Ora eſſendo P, Q corriſpondenti a *b* ed *a* , cioè alla larghezza e lunghezza (§. 32.) la frazione così accreſciuta appartener dovrà ad una ſpecie, che dia la ragione della larghezza alla lunghezza più proſſima al detto accreſcimento. Così ſe il baſtimento ſia della quar-

ta ſpecie in cui $a:b::7:2$, e la frazione $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$, ſi calcolerà la Tang. ψ, come ſe $\frac{P}{Q}$ foſſe $= \frac{9}{27} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, e perciò come ſe il baſtimento apparteneſſe alla ſpecie terza.

§. 45.

Se il baſtimento che progrediſce ſecondo la direzione BA della colomba, per opera d' una forza eſterna prenda la direzione FX, dipende dal ſito del centro di reſiſtenza Q la direzione, nella quale egli continuerà il ſuo cammino. Se Q cade verſo la Poppa, la nave ſi reſtituirà al corſo diretto: ſe cade verſo la Prora il corſo ſi farà viepiù obbliquo, e ſino a tanto che FX coincida con FC. Ora ſe la forza ſpingente eſſendo eguale alla reſiſtente non ſia in direzione a queſta contraria ed applicata allo ſteſſo punto Q, naſcerà una diſuguaglianza tra i momenti di eſſe, e quindi riſulterà un momento eguale alla differenza de' ſuddetti, atto a far girare il baſtimento intorno all' aſſe verticale che paſſa per il centro di gravità. Il momento della forza di reſiſtenza dipende dalla quantità della ſteſſa e dalla diſtanza del punto Q dal centro di gravità o dall' aſſe verticale che paſſa per eſſo: il momento della forza ſpingente pa-

ri-

rimente dipende dalla quantità della medeſima, e dalla diſtanza del punto a cui è applicata dal punto F. Quindi ſe la differenza di queſte due diſtanze ſia conſiderabile, riſulterà per la diſuguaglianza de' momenti, un momento di rotazione, che la ſola azione del timone non potrà diſtruggere. Se poi le forze foſſero diſuguali, ed in ragione inverſa delle diſtanze da F, nelle quali agiſcono, allora è paleſe che il momento di rotazione ſarà nullo. Ora s' avverta con quali relazioni ſia determinato il punto Q dell' albero principale o equivalente. I varj punti nella lunghezza della nave, dove ſono piantati gli alberi, e però dove ſono applicate le forze ſpingenti del vento, o ſia le varie diſtanze delle medeſime dal punto F devono eſſer così proporzionate alle quantità di forza che s' eſercita dal vento ſulle vele di ciaſchedun albero, che ſi faccia equilibrio intorno al punto Q, cioè la direzione media di tutte paſſi per il punto Q. Queſto ſteſſo punto è anche il centro di reſiſtenza per tutte le corſe, la derivazione delle quali non eccede i gradi 20, che è come ſi diſſe la maggior miſura. Laonde non vi ſarà diſuguaglianza di momenti per cui ſi poſſa produrre moto di rotazione, e per cui il baſti-

mento poſſa cadere alla roncia. E poichè il centro di reſiſtenza Q è determinato alla diſtanza di due quinte parti della lunghezza dalla Prora nella ſuppoſizione proſſima al vero, cioè che la ſezione d' acqua ſia alquanto maggiore del mezzo aritmetico tra il rombo ed il rettangolo (§. 43.), quindi è manifeſto che il centro di reſiſtenza Q anche nelle corſe obblique non ſi ſcoſterà molto dal punto Q dell' albero principale. O almeno ſe ciò accada ed il baſtimento ſia per cadere alla roncia, l' azione del timone e delle vele a diſpoſizione del Piloto potrà bilanciare queſta rotazione, e mantenere il baſtimento nella direzione diviſata. S' è detto che la rotazione ſi fa intorno l' aſſe verticale principale, perchè ſe ſi faccia intorno a qualche altro aſſe verticale, queſta ſi riduce ad una rotazione intorno al principale che inſieme ſi muova con moto progreſſivo (§. 47. ſeguente, e §. 8. P. I. *Annot.*). S' è detto ancora che la forza ſpingente è eguale alla reſiſtente, mentre ciò ben preſto ſuccede quando il baſtimento da principio ſcorrendo con moto accelerato, ſi riduce al moto equabile. (*Ved. P.* III. *Annot.* §. 52.)

§. 46.

La direzione della forza ſpingente FV è preſſochè

chè perpendicolare all' asse di lunghezza , come si vede nella tavola al §. 37. , quando la differenza tra l' angolo di deviazione , e l' angolo della forza spingente acquista il valor massimo.

§. 47.

I moti di rotazione si devono riferire all' asse verticale principale , ancorchè nello stesso tempo il centro di gravità ascenda o discenda a perpendicolo , o pure scorra orizzontalmente , non turbando questi moti quello di rotazione , poichè nascono da forze che scambievolmente non si alterano. P. I. §. 8. *Annot.*)

§. 48.

Tanto la mole e la grossezza del bastimento quanto la legge di degradazione delle corbe dal mezzanino al quadro di Poppa , dalla quale dipende l' andamento delle linee d' acqua , fanno giungere con diversa prontezza e velocità l' acqua al timone , per quella stessa ragione che diversa riesce la velocità d' un rivo o d' un fiume il di cui alveo abbia piuttosto un' inflessione che un' altra. E perchè in questi la velocità , qualunque sia l' andamento dell' alveo, deve esser tale , onde passi per ogni sezione in egual tempo eguale quantità d' acqua , se non vi siano de' diversivi vicini

che la ſcemino , perciò l' effetto della curvità o degli angoli riſentiti degli alvei è d' alzare il livello della corrente , ſicchè acquiſti la caduta atta a produrre la neceſſaria velocità . Ma dove l' acqua che incontra qualche reſiſtenza può per altre direzioni piegare , che alla prima direzione non conſervino alcuna relazione , come è nel caſo che conſideriamo d' un baſtimento , eſſa ſi riflette , e non ſegue l' andamento della figura .

§. 49.

La forza $\frac{cc ff}{4g} . \text{ſen.} \zeta^2$ ſi riſolve in Lp , Lq , ed eſſendo $Bq = l . \text{cof.} \zeta$, ed $Lq = l . \text{ſen.} \zeta$, ſe ſi moltiplichi la formula ſuddetta per que' due valori s' avranno l' eſpreſſioni di Lp e di Lq .

§. 50.

L' inclinazione di cui qui ſi parla , ſi fa intorno agli aſſi principali orizzontali con la quantità Lp quando la ſpinta venga per IL . Queſta Lp moltiplicata per la diſtanza GF darà il momento d' inclinazione alla ſiniſtra , e con la quantità Lq dalla parte DLK darà il momento d' inclinazione alla deſtra cioè dal lato verſo dove è diretto il timone . Ne' baſtimenti maggiori non ſi può far conto di queſto momento inclinante .

§. 51.

§. 51.

Sommando que' due momenti si ha

$\frac{cc\,ffl}{4g}$ (sen. ζ^2. (sen. ζ^2 + cos. ζ) + sen. ζ^2. cos. ζ. BF)

ed essendo sen. ζ_2 + cos. ζ_2 = 1 , sostituendo , si ha l' espressione che è riportata nel testo : la quale, se $\zeta = 0$, svanisce tutta ; se $\zeta = 90$, rimane il solo primo membro, poichè in quel caso sen. ζ = 1 , cos. $\zeta = 0$.

§. 52.

Si vuole il valor massimo di sen. ζ^2 . cos. ζ , e perchè r^2 — cos. ζ^2 = sen. ζ^2 , posto il raggio $r = 1$, si ricercherà il valor massimo di (r^2 — cos. ζ^2) cos. ζ. Differenziando s' avrà

(r^2 — cos. ζ^2 .) d cos. ζ + cos. ζ . —

2 cos. ζ d cos. $\zeta = 0$, e dividendo per

d cos. ζ, s' avrà r^2 — 3cos. $\zeta^2 = 0$, onde

cos. $\zeta = \sqrt{\frac{r^2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$. Onde sen. $\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, e

Tang. $\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}} : \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2}$

onde log. Tang. $\zeta = \frac{1}{2}$ log. 2 = 0, 150515 = log. Tang. 54. 44. Che è il risultato uniformemente dedotto da tutti gli Autori che trattarono questo problema.

Il valor maſſimo poi dell' eſpreſſione l . ſen. ζ^2 $+ a$. ſen. ζ^2 . coſ. ζ, ſi dedurrà così. Dividendo per a e ſoſtituendo come ſopra a ſen. $\zeta^2 = r2 - \text{coſ.}\,\zeta^2$, indi preſe le differenze s' avrà

$$r^2 - 3 \text{ . coſ. } \zeta^2 - \frac{2l}{a} \text{ . coſ. } \zeta = 0 \text{ , e perciò}$$

$$\text{coſ. } \zeta^2 + \frac{2l}{3a} \text{ . coſ. } \zeta = + \frac{r^2}{3} \text{ ,}$$

onde la radice di queſta Equazione ſarà

$$\text{coſ. } \zeta = - \frac{l}{3a} + V\left(\frac{r^2}{3} + \frac{l^2}{9a^2}\right)$$

e poſta l molto minore di a ed $r = 1$, s' avrà

$$\text{coſ. } \zeta = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{l}{3a} + \frac{l^2}{6a^2\sqrt{3}} \text{ : perchè}$$

$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{l^2}{6a^2\sqrt{3}}$, moltiplicata per ſe ſteſſa dà

$\frac{1}{3} + \frac{l^2}{9a^2} + \frac{l4}{108a^4}$, nella quale ſi può traſcurare l' ultimo termine che è molto minore di a. E nuovamente coſ. $\zeta = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{l}{a} \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{6\sqrt{3}}\right)$, mettendo $\frac{l}{a}$ invece di $\frac{l^2}{a^2}$. Ora $-\frac{1}{3} + \frac{1}{6\sqrt{3}}$, corriſpondono a $-\frac{3}{12}$, cioè a gradi 22 $\frac{1}{2}$, e qualcoſa più, onde

ſi pren-

si prende di 230. Laonde cos. $\zeta = 35.16 - \frac{l}{a}\,23^{o}$, e sen. $\zeta = 54.44 + \frac{l}{a}.230$. Se si dia ad $\frac{l}{a}$ il valore di $\frac{1}{20}$ come si può per la pratica, sarà cos. $\zeta = 0,5609239$, e perciò $\zeta = 55,53$, cioè $= 54.44 + \frac{1}{20}.23 = 54.44 + 1.9$.

Dall' andamento di questo computo si vede come questa determinazione è un' approssimazione assai semplice.

§. 53.

Se la larghezza della nave fosse estremamente piccola rispetto alla lunghezza, è manifesto che mentre la nave si move, l' acqua sarebbe in quiete, o pure considerando il moto nell' acqua e la nave in quiete, che l' acqua avrebbe un moto direttamente contrario ed eguale a quello della nave. Ma dovendosi computare la larghezza della nave, che ha una ragione finita e considerabile alla lunghezza, è del pari evidente che l' acqua alla region della Poppa non può pervenire con direzione esattamente contraria a quella del moto che ha la nave, ma deve giungere con una direzione obbliqua, e determinata dal corpo stesso o larghezza della nave. Mentre che dunque la nave

pro-

progrediſce e laſcia dietro a ſe uno ſpazio che prima occupava, quello ſpazio non rimane vuoto, ma immantinente ſi riempie d' acqua. Donde venga queſt' acqua che ſubito riempie gli ſpazj laſciati dalla nave, queſto è ciò che non ſi può preciſamente definire, ma è veriſimile che eſſa venga da tutto all' intorno, e perciò vi ſubentri anche molta di quella che è lungo i bordi della nave. Imperciocchè la nave ſpingendo avanti l' acqua, queſta cacciata dal ſuo luogo tenderà con maggior determinazione al luogo che rimane vuoto. Se ſuppongaſi la nave quieta e l' acqua farleſi incontro con la velocità propria della nave, eſſa incontrando la Prora ſcorrerà lungo i bordi divergendo come porta la figura della Prora, poi per il tratto tra le corbe di bilanciamento, dove la larghezza non è molto varia eſſa ſeguirà la direzione de' bordi, finalmente dove comincia a raſtremarſi la figura verſo la Poppa eſſa dovrà piegare ſecondo la direzione di quelli e portarſi ad urtare obbliquamente il timone. Ma con qual legge ſi fa queſta inflеſſione dell' andamento dell' acqua? Quanto ſi diminuiſce la velocità, e come ſi muta la prima direzione del fluido? Queſto è ciò a che la Teoria Idraulica è fin ora inſufficiente,

te, egualmente in queſta applicazione alle navi, che al movimento de' fiumi che ſcorrano per alvei curvilinei. Imperocchè converrebbe ſapere quant' oltre e lontano dal galleggiante ſi riſentano le particole d' acqua di queſta inflеſſione. Quindi ſe i lati della nave abbiano una forte convergenza, o vi ſia un angolo aſſai riſentito dal bordo al quadro di Poppa, non v' è dubbio alcuno, che l' acqua non piegherà prontamente verſo il timone, ma al contrario anderanno le ſue direzioni ad incontrarſi in un punto talmente diſtante che dietro e vicino al timone ſi genererà un corpo d' acqua morta ed in cui ſarà nulla l' azion del Timone. In quel caſo come è manifeſto l' acqua che ſubentra nello ſpazio laſciato dalla nave, non è quella che viene radendo i bordi, nè vi perviene con velocità con cui poſſa in eſſo operare.

§. 54.

Diviene queſto un oggetto di ſomma importanza per i coſtruttori, di diminuire cioè quant' è poſſibile il corpo d' acqua morta alla Poppa de' baſtimenti, e di fare dolciſſima la curva delle ſezioni d' acqua dal mezzanino verſo di eſſa, onde l' acqua conſervi poſſibilmente la maſſima parte della ſua velocità e la direzione più vantaggioſa

per

per battere nel timone. Le pratiche tendono a queſto con varj dati d' eſperienza, e generalmente ſchivanſi gli angoli riſentiti, e le piegature forti ed iſtantanee. Quindi ſi raſtremano le navi nel ſenſo dell' altezza e della larghezza verſo Poppa, e più quanto ſi è piu vicino alla colomba, onde avviene che l' azione del timone ſia fortiſſima nella ſua parte infima, e minore quanto più s' aſcende, perchè minore è la raſtremazione. Ma niente v' è di dimoſtrato ſopra ciò. Dicaſi lo ſteſſo delle curve negli alvei de' fiumi, ne' quali talvolta s' oſſerva quaſi nulla la reſiſtenza che incontra l' acqua dalle inflеſſioni dell' alveo, altrevolte aſſai grande da curvità ſimili o meno riſentite. Perciò non è poſſibile definire la curva della maſſima velocità. Ne' fiumi la larghezza dell' alveo, l' altezza dell' acqua, la natura della materia del fondo e delle ripe, la direzione dell' impulſo ſuperiore, e dell' alveo inferiore alla ſvolta ſarebbero gli elementi da combinare col conflitto delle particole d' acqua per dedurre con la Teoria queſta curva. Ma queſti elementi non ſi poſſono aſſoggettare al calcolo. Eſſi ſi temperano aſſieme per modo che trovanſi talvolta negli alvei de' fiumi delle ſvolte ſtabilite e per tutti i fenomeni talmen-

mente regolate, che non pare trovarvi l' acqua oſtacolo alcuno.

§. 55.

Se il timone preſentaſſe una linea molto maggiore di BK (che qui ſi chiama lunghezza, tale riuſcindo nella conſiderazione d' una ſezione orizzontale, ma in fatti è la larghezza del timone) non ſi potrebbe ſupporre che l' acqua ſopra tutta detta linea correſſe con la ſteſſa direzione cB, perchè fino ad una certa diſtanza dal baſtimento, ignota per altro, la direzione del moto riſente della mutazione, che ſi fa ſempre minore e che finalmente giunge al zero, ed allora l' impulſo nel timone ſi farebbe per linee paralelle alla direzione del moto del baſtimento.

§. 56.

Si muta qui l' angolo d' inclinazione che produce l' effetto maſſimo, perchè egli non è più ζ ma $(\beta+\zeta)$, e la velocità non è più c ma $c.\text{cof.}\,\beta$. Quindi la formula di cui ſi deve aſſegnare il valor maſſimo è $\frac{cc.\text{cof.}\,\beta ff.\text{ſen.}\,(\beta+\zeta^2).\text{cof.}\,\zeta.BF}{4g}$,

Gioverà per queſta ricerca e per altre analoghe ad eſſa addurre la coſtruzione geometrica ſeguente (*Tav.* A. *Fig.* 6.).

Da-

Dato il raggio CA e l' angolo ACB sia E un punto nell' arco AB , EM sia il seno dell' angolo ECA , EN il seno dell' angolo ECB ; sia n un numero positivo , e si vuol determinare il punto E tale , che il prodotto $EM^n . EN$ sia un valor massimo .

Si prolunghi AC in D , e si prenda CD : CA $:: n - 1 : n + 1$. Si tiri DG paralella a CB , che incontri il circolo in G , e con la CE si tagli in due parti eguali l' angolo ACG , e sarà E il punto ricercato . Imperciocchè sia ER paralella a CB , ed incontri CA in R : dicasi $CR = x$, $ER = y$. Affinchè $y^n x$ divenga un valor massimo , conviene che $n y^{n-1} x \, dy + y^n \, dx$, sia eguale al zero . Quindi l' espressione si riduce a

$$n x = - \frac{y \, dy}{dy} .$$

Sia condotta al punto E la tangente che incontri CA in T , CB in Z , e CG in Q ed AP perpendicolare a CE incontri CB in K ed il circolo nuovamente in H . Sarà $RT = - \frac{y \, dx}{dy} = nx$, o sia

RT : CR :: n : 1 :: ET : EZ :: AP : PK :: PH : PK ,

e per conseguenza sarà

KH : KA :: $n - 1 : n + 1$ :: CD : CA ,

e perciò sarà DH paralella a CB . Laonde il punto

to H coincide col punto G, e l' arco GA è diviso in parti eguali in E quando ER^n. CR è un valor massimo, o pure perchè ER : EM e CR : EN sono sempre nell' invariabile ragione del raggio al seno dell' angolo dato ACB, quando $EM^n \cdot EN$ è un valor massimo.

Quindi è manifesto, che le tangenti di que' due angoli ECT, ECB sono come $n : 1$. E viceversa, se le tangenti siano come $n : 1$, sarà $EM^n . EN$ un valor massimo.

Ed essendo le tangenti eguali ai seni divisi per i coseni, nel caso che EM^n EN sia un valor massimo, sarà $\frac{EM}{CM} : \frac{EN}{CN} :: n : 1$, e perciò $EM : CM :: n\,EN : CN$. E perciò se le tangenti siano come $2 : 1$, sarà massimo il prodotto $EM_2 . EN$, e sarà $EM : CM :: 2EN : CN$.

Laonde se si vuol dividere un angolo dato BCA in modo che il quadrato di EM moltiplicato per EN dia un valor massimo, bisogna fare $AC : CD :: n + 1 : n - 1 :: 3 : 1$, essendo in questo caso $n = 2$, indi condotta dal punto D una retta DG paralella a CB dividere l' angolo GCA in due parti eguali con la CE, e saranno ACE, BCE i ricercati.

Ora

Ora se restando come sono (*Fig.* 7. *Tav.* A.) CD, CB, CA si concepisca muoversi intorno a C, una retta Ca, maggiore di CA, sicchè l'estremo suo a percorra la retta Aa paralella a CB, allora descritto un cerchio col raggio Ca, e prolungata DG in g, condotta gC, e diviso l'angolo gCa in due parti eguali, s'avrà in CE la posizione del prodotto massimo EM^2.EN. Il che facilmente si comprende poichè in questo modo la costruzione è la stessa sopra aC di quella della precedente figura: imperocchè prolungata aC in d, si ha per le paralelle Aa, CB, Dg, CA : CD :: Ca : Cd :: $n+1$: $n-1$.

Ora si supponga Aa perpendicolare ad AC (*Tav.* B. *Fig.* 1.), e l'angolo del quale si ricerca la divisione per conseguire l'effetto massimo sia BCa $= 90 - \beta$, giacchè l'effetto sarebbe nullo se β fosse $= 90$. Sia dunque aCA $= \beta = 45$, ed il terzo del suo coseno sarà CD per costruzione, onde sarà CGD l'angolo che ha per coseno DC, cioè sarà GCD $= \gamma$. E' manifesto, che l'angolo dell'effetto massimo E Ca è eguale a $\frac{90 - \beta + \text{compl.}\,\gamma}{2}$, cioè $= 90 - \frac{\beta - \gamma}{2}$; poichè essendo compl. $\gamma = 90 - \gamma$

la

la prima espressione diviene

$$\frac{90 - \beta + 90 - \gamma}{2} = 90 - \frac{\beta - \gamma}{2}.$$

Quindi applicandovi i numeri dedotti dalle tavole de' seni e coseni si anno le determinazioni addotte dall' Autore.

S' avverta che le alterazioni prodotte nel valor massimo $EM^2 . EN$ per l' aumento di aCA all' angolo aCE dipendendo da una quantità costante, qual è l' angolo aCA, non gli fanno cambiar natura di valor massimo.

Dicesi a stima e soltanto per approssimazione, che alla sezione d' acqua l' angolo CBc (*Fig.* 15. *Tav.* III.) sia di gr. 45. S' avverta dunque ciò che fu già avvisato dal Signor *Bouguer* (*de la manoeuvre Sect.* I. *Liv.* 2.), e dal Signor *Bourdè de Villehuet* (*le manoeuvrier* §. 53. *Prem. Partie*) che non dovendosi prendere l' angolo dell' effetto massimo, nè relativamente all' infima parte del timone, nè alla superiore, conviene attenersi ad una certa mezzana misura, piuttosto di stima che di calcolo. Tal misura gl' indicati Autori la prescrivono di 46°.40′, il Signor Eulero di 48, o di 45, che riviene quasi alla stessa, giacchè le quantità nell' accostarsi e nello scostarsi dal valor mas-

ſimo anno decrementi o incrementi inſenſibili. Per altro biſogna avvertire, che tutte queſte conſiderazioni ſulla maſſima azione del timone, anno mediocremente luogo nella pratica, poichè del timone conviene ſervirſi meno che ſia poſſibile: cioè biſogna diſporre il baſtimento e le vele per modo che il menomo moto del timone lo rimetta in via ſe egli ſe ne allontana, o faccia fare al baſtimento un' altra evoluzione di cui s' abbiſogni. Ben di rado può occorrere di conſeguirne la maſſima azione, cioè ſoltanto quando convenga di far riſolutamente girare il baſtimento, ſiccome avviſa l' Autore al §. 63. ſeguente.

§. 59.

Il calcolo di queſto luogo è ſu gli ſteſſi fondamenti di quello che ſi diede al §. 56. Tutto ſempre dipende dall' angolo in cui l' acqua incorre nella ſuperficie del timone. Nel caſo del §. 56. queſt' angolo rendeva minore quello dell' effetto maſſimo, perchè ſi conſiderava la figura del baſtimento, dalla quale dipende che l' acqua ſcorra al timone con un' incidenza colà aſſunta di gr. 45. Biſognava adunque diminuire l' angolo del timone con la direzione prolungata della colomba, affinchè l' urto diventaſſe il più valido. Nel caſo conſide-

siderato in questo luogo egli è l' angolo della deviazione che rende minore l' impulso dell' acqua nel timone, il qual angolo siccome già s' avvertì, non eccede i gradi 20 nell' uso ordinario della navigazione. Essendo dunque $\theta = 10$, ed il suo coseno 9848077, sarà cos. $\eta = \frac{\text{cos.}\,\theta}{3} = 3282692$,

onde $\eta = 70 \cdot 50$, e perciò

$$\zeta = 90 - \frac{70 \cdot 50 - 10}{2} = 49 \cdot 35 .$$

§. 60.

Si usò dagli antichi talvolta di fornire alle navi due governali, uno a Poppa e l' altro a Prora. (*Ved. lo Scheffero Lib. 2. Cap. V. de milit. navali veterum*). Ne' bastimenti a remi, o in quelli co' quali si naviga per i fiumi, forse ciò si può praticare con buon uso, siccome accenna lo stesso *Scheffero*. Ma il maneggio delle vele, e la loro posizione e quantità verso Prora e verso Poppa a varie distanze dall' asse verticale di rotazione, e distintamente di quelle del *Bompresso*, sono mezzi di gran lunga più efficaci per produrre le evoluzioni, che dal solo timone a Poppa non si possono conseguire, e da quello che fosse posto alla Prora s' otterrebbero con molti inconvenienti. Ora facilmen-

te ſi dedurrà dalla dottrina del capo ſeguente, che il momento con cui l' azione del Timone fa girare il baſtimento, ſe non ſia giovato dall' azione delle vele, non farà ottenere con baſtante prontezza l' effetto che ſi ricerca.

§. 64.

Ne' baſtimenti lunghi è maggiore la linea BF, e perciò è maggiore il numeratore della formula reſtando pari le altre coſe. S' avverta che non v' è azione del timone, ſe l' acqua non eſercita in eſſo un qualche impulſo: il che ſuccede, ſe l' acqua ſia quieta e ſi muova il baſtimento o ſe la nave è quieta e ſi muova l'acqua, o ſe ſi muovano amendue in modo che la velocità relativa non ſia eguale al zero.

I vantaggi principali de' baſtimenti lunghi ſono indicati al §. 36. di queſta Parte riſpetto ad eſſer ſoggetti a minor deviazione, ed a' §. 16. 18. 32., P. III. diſtintamente per la qualità di ben andare alla borina.

§. 66.

Moltiplicando il momento di forze $\frac{\alpha_{cz} . ff}{4g}$. BF per $2g$ che è l' eſpreſſione dello ſpazio percorſo con moto uniforme in un minuto ſecondo con la ve-

velocità acquistata da un grave liberamente caduto nello stesso tempo, si ha l' espressione d' un volume d' acqua equivalente per il suo peso alla forza che opera in detto tempo. Il moto di rotazione si ha dividendo quello per il momento d' inerzia che è $V k^2$, onde si ha $\frac{\alpha cc ff . DF}{2 V kk}$ per espressione della velocità angolare generata con moto uniforme, o sia del seno dell' angolo che si produce, col qual angolo s' indica bene il moto di rotazione. La metà dunque dell' angolo dedotto dalla suddetta espressione esporrà la vera velocità angolare del bastimento generata in un minuto secondo, perchè realmente questo moto è accelerato, e g è la metà di $2g$. Avvertasi che in questo ragionamento si prescinde dalla resistenza che l' acqua oppone al moto di rotazione che si considera, e si suppone in oltre che la forza movente resti la stessa. Poi si rifletta che queste due alterazioni si possono trascurare per il tempo d' un minuto secondo, e questo tempo basta per aver il paragone della prontezza con cui un bastimento più dell' altro obbedirà all' azione del timone, che è l' oggetto di questa considerazione.

§. 68.

La larghezza del timone ſi ſuol determinare con queſta legge. Dove corriſponde alla colomba ſi fa eguale ad una duodecima parte della larghezza del baſtimento : alla ſezione d' acqua ſi fa eguale a $\frac{3}{4}$ dell' infima larghezza già definita : a due piedi ſopra la linea d' acqua ſi fa eguale alla metà dell' infima : all' eſtremo ſuperiore ſi fa eguale ad un terzo dell' infima. (*du Hamel Archit. Nav. Chap.* III.).

L' inclinazione o ſlancio dell' aſta di Poppa diminuiſce l' azione del timone, la quale è maſſima quando poſte le altre coſe pari l' aſſe del ſuo moto , ovvero l' aſta è perpendicolare all' orizzonte. Quindi il ſuddetto ſlancio o ſi ſopprime del tutto o tanto ſe ne può concedere , quanto baſti perchè nelle maſſime inclinazioni del baſtimento verſo Prora l' aſta diventi verticale. (*Ved. Euler. Scient. Nav.* T. II. §. 544. e *ſeg.*).

ANNOTAZIONI

PARTE TERZA.

§. 3.

IL valore della forza che ſpinge con direzione obbliqua per la moltiplicazione nel quadrato del ſeno d' incidenza ſi riduce al valore d' una direzione perpendicolare, e quindi al peſo d' una colonna d' acqua di definita altezza. La direzione così dedotta paſſa per il centro di gravità del piano: altrimenti ſe paſſaſſe per un altro punto, il piano contro il quale s' eſercita queſta forza, s' aggirarebbe intorno a varj centri ſucceſſivamente, e ſi mutarebbe l' obbliquità del piano fino al ſegno che la direzione perpendicolare paſſaſſe per il centro di gravità, ed in quel caſo ſi calcolarebbe la reſiſtenza con la ſteſſa formula.

§. 4.

Che l' emiſfero ſoffra la metà di reſiſtenza di quella che ſoffre un cilindro ad eſſo circoſcritto, il quale ſi muova ſecondo la direzione del ſuo aſ-

ſe , che è quanto dire , la metà di quella reſiſtenza che ſoffre il circolo maſſimo il quale ſi muova per il fluido con direzione perpendicolare al ſuo piano e paralella all' orizzonte , è dimoſtrato dal Newton (*Princip. Philoſoph. Nat. Lib.* II. *Sect.* 6 *Prop.* 34.) . Ora quando la vela ſi gonfia e fa ſacco verſo la Prora , eſſa è riſpetto al vento che la ſpinge , come è riſpetto alla forza di reſiſtenza d' un fluido un corpo a faccia conveſſa che per eſſo ſi muova . E ſiccome minor reſiſtenza contraria al moto fa il fluido al corpo conveſſo che ad un corpo di faccia piana , così il vento fa minore impulſo eſercitandoſi nel concavo della vela gonfia , di quello che quando ſia piana e ben teſa . Il che ſi fa anche manifeſto conſiderando , che la baſe del ſolido compreſo dalla vela gonfiata è minore della ſuperficie di eſſo ſolido . Quindi per la Teoria preſente ſi ſoſtituiſce col penſiero alla vela maggiore e gonfia una minore e piana , ſiccome fecero i primi Autori di queſte meditazioni Renau , e Bernoulli .

Diceſi poi che per l' oggetto preſente non importa di determinare la curva *velare* , perchè ſi deve procurare che il gonfiamento ſia minimo , e la curva ſia proſſima alla retta . Importa perciò

mol-

moltiſſimo nella navigazione che le vele ſiano ben teſe e reſiſtano alla diſtenſione ed al gonfiamento. Vi s' impiegano anche perciò varie diligenze. Si fanno di tela compatta, e che non laſci trapaſſare molti fili di vento, del quale ſi perderebbe inutilmente la forza. Talvolta ſi ſono fatte di tela doppia, e tal altra ſi ſono bagnate, affinchè riuſciſſero più denſe e meno cedenti: ma biſogna aver riguardo all' aumento del peſo che quindi naſce, per la ſua ſituazione. E' un ottimo conſiglio di ritagliare le vele alla loro giuſta forma e grandezza, dopo che abbiano per alcune volte ſervito, e ſofferta molta diſtenſione dalla forza del vento, imperocchè allora teſe ai ſoliti punti dalle antenne e dalle funi più agevolmente ſi mantengono piane. Non è poi da far conto del pregiudizio d' alcuni, che quando la vela fa ſacco nel fondo rieſca maggiore l' impulſo del vento. (*Ved. Bourdè de Villehuet*. P. III. *Chap.* II. §. II. *le Manoeuvrier*). Può bensì il ſacco della vela, ſe ſia grande, alterare la direzione media della forza ſpingente, anzi di certo l' altera, ma non mai rende maggiore l' impulſo. Quindi il Renau (*de la manoeuvre pag.* 106.), avvisò che per il gonfiamento della vela il baſtimento ſarà ſpinto nello ſteſſo

mo-

modo, come se la vela essendo piana fosse orientata in direzione perpendicolare alla direzione media tra tutte le forze, con le quali a diverse incidenze è battuta la vela a sacco. Ed (al *Chap.* IX. *Avis pour la Pratique*), avverte che la diversa curvatura delle vele fa sì che i bastimenti si tengano più al vento con le gabbie che con le vele basse, con le quali è impossibile di levarsi da una costa · perchè le gabbie sono tese avanti che il vento vi operi, e le basse si tendono, mentre il vento le gonfia. Il Bernoulli (*de la Manoeuvre Chap.* XIV. *e* XV.) perfezionò questa ricerca insegnando il modo assai facile di determinare la direzione media della forza spingente, quale risulta dal gonfiamento. Questo è di tirare due tangenti alla curva velare dall' estremità della vela, e di dividere in due parti eguali l'angolo che le tangenti comprenderanno. La linea che lo divide così esprime la direzione della forza spingente ricercata. Nondimeno questa osservazione sarebbe assai penosa, e le differenze non sarebbero gran cosa notabili da ciò che si deduce, prescindendo dal gonfiamento, quando questo con ogni industria si diminuisca.

§. 5.

§. 5.

Se la vela con moto proprio si movesse con velocità maggiore di quella con cui nella stessa direzione si muove l' aria per il soffiar del vento, essa incontrarebbe una resistenza in direzione contraria a quella del vento : perchè sarebbe alla stessa condizione, come se l' aria fosse tranquilla, ed il bastimento si movesse con velocità eguale alla differenza tra la velocità del vento e quella della nave : o pure come se la nave fosse tranquilla e l' aria incorresse nelle vele con direzione contraria a quella del vento ed eguale alla suddetta differenza. Se poi le direzioni della vela e del vento non sono nella stessa retta, oltre la mutazione della velocità v' è anche la mutazione di direzione, di che si fa parola ne' seguenti articoli.

§. 7.

La diagonale vS per la geometria è $= \sqrt{(SV^2 + Vv^2 - 2SV \cdot VM)}$ quando l' angolo SVv è acuto, ed è $= \sqrt{(SV^2 + Vv^2 + 2SV \cdot VM)}$ quando SVv è ottuso. Ora la linea VM è seno dell' angolo VvM col raggio Vv, cioè è il coseno dell' angolo SVv complemento a due retti di $VST = \zeta$, e perciò $VM = Vv \cdot \cos. \zeta$ essendo $Vv : VM :: 1 : \cos. \zeta$. Ma questo coseno è negativo, dunque

VM

$VM = -V v . \text{cos.}\,\zeta$, e perciò sostituendo alle linee i valori assegnati sarà $vS = \sqrt{(c^2 + v^2 + 2cv . \text{cos.}\,\zeta)}$ per il caso dell' angolo acuto, e $\sqrt{(c^2 + v^2 - 2cv . \text{cos.}\,\zeta)}$ per il caso dell' angolo ottuso, come risulta ne' calcoli de' §. 22., e 23. seguenti. E perciò quando $\text{sen.}\,\zeta = 1$, allora essendo $\text{cos.}\,\zeta = 0$, la velocità apparente diventa $\sqrt{(c^2 + v^2)}$, il che accade quando le direzioni sono ad angolo retto. Quando poi $\text{sen.}\,\zeta = 0$, e perciò $\text{cos.}\,\zeta = 1$, allora la velocità del vento apparente è $\sqrt{(c^2 + v^2 \pm 2cv)}$, cioè $c \pm v$, che è quanto dire, come la somma delle velocità se sono per direzione contraria, o come la differenza quando sono cospiranti.

§. 8.

Due cose sono da osservarsi: la velocità e la direzione del vento apparente. La velocità è misurata dalle formule sopra riferite: la direzione si riconosce coll' esempio qui addotto, per cui si spiega il fenomeno, che due navi mosse per direzioni contrarie dallo stesso vento, sembrino spinte da due venti, le direzioni de' quali differiscano tra di loro, come esprime l' angolo VSV' che può essere d' alcuni rombi. Le fiammole si disporranno nelle direzioni delle diagonali vS, $v'S'$, perchè

es-

essendo libero il loro moto intorno all' asse, devono seguire la direzione composta dal moto della nave, e dal moto del vento vero. Se il bastimento ed il vento avessero la stessa direzione o direttamente contraria l'uno all'altro, la direzione della fiammola sarebbe nella stessa retta: ma quando le due direzioni del vento e della nave sono diverse, allora la direzione delle fiammole, che sono libere intorno al suo asse, è composta da queste due.

§. 11.

Nella Parte II. §. 43. si ragionò del punto nel diametro di lunghezza del bastimento, al quale deve esser applicata la forza spingente, e di quello dove cade la media direzione della resistenza, affinchè non succeda moto di rotazione intorno l' asse verticale, la quale muti l' angolo di deviazione e se l' azione del timone non è bastante a bilanciarla faccia cadere il bastimento alla roncia. Siccome poi la forza spingente del vento s' esercita in punti superiori alla superficie dell' acqua, e la direzione media di questi sforzi del vento passa per il centro velare, così questo esser deve nella perpendicolare innalzata dal suddetto punto dove s' applica la forza spingente.

§. 12.

§. 12.

Il principio meccanico a cui s' appoggia il ritrovamento del centro velare è lo ſteſſo che ſi additò nella nota al §. 13. della I. Parte per il ritrovamento del centro di gravità della nave.

S' avverta in queſto luogo la differenza che riſulta nel ſito del centro velare, ſe il baſtimento abbia le vele triangolari, o come dicono *latine*, o pure abbia le vele quadre. Il centro di gravità de' triangoli è lontano dal vertice due terzi dell' altezza della figura, e quello de' rettangoli la metà. Onde poſte eguali le altezze di queſte figure il centro velare che riſulta dalle vele latine è più baſſo di quello che riſulta dalle vele quadre d' un ſeſto dell' altezza. Quindi ſi vede la ragione di preferire una ſpecie di vele all' altra, ſecondo la varia ſtabilità de' baſtimenti. Le vele latine ſentono l' impreſſione nella loro parte più alta, dove forſe le forze del vento ſono meno perturbate dall' incontro d' altri corpi, e perchè il loro centro di gravità cade più baſſo, anno eſſe un minor momento inclinante. Per queſta ragione ancora è, come avverte l' Autore, che il centro velare cade ſotto la metà dell' altezza degli alberi, giacchè le vele inferiori eſſendo più ampie

del-

delle ſuperiori , formano la figura d' un triangolo troncato verſo il vertice. Dice poi che è facile comprendere , come le vele debbano eſſer diſpoſte affinchè nota eſſendo la loro grandezza il centro velare cada in un punto dato , e queſto è vero ſpeculativamente , mentre poi nel fatto e ſulla nave biſogna acquiſtare quella ſteſſa agilità di combinare i varj dati , che è neceſſaria in un altro modo per calcolare le ſteſſe coſe ſulla figura.

§. 13.

L' inclinazione delle vele all' orizzonte ſi dovrebbe fare verſo Poppa. Delle tre poſizioni degli alberi o perpendicolari , o inclinati verſo Prora, o inclinati verſo Poppa queſte ſaranno le conſeguenze. Se gli alberi e perciò i piani delle vele ſiano inclinati verſo Prora, la direzione della forza del vento operante ſarà inclinata all' orizzonte verſo la ſteſſa parte , e quindi ſe il vento carichi s' affogherà di più la Prora e la reſiſtenza al corſo ſarà maggiore ; le vele ſi orienteranno più difficilmente ed in particolare quando ſi va all' orza raſo ed il loro maneggio ſarà più malagevole. Se gli alberi ſiano perpendicolari, lo ſforzo del vento ſarà orizzontale , e la velocità del corſo riuſcirà maggiore. Se ſiano inclinati verſo

la Poppa, il baſtimento ſi metterà più facilmente al vento, le vele ſi orienteranno più facilmente per rimontare al vento, il baſtimento ſarà alquanto ſollevato, nè s' affogherà la Prora, ſarà più agile ſull' onde e tormenterà meno. (*Ved. Bourdè de Villehuet le Manoeuvr. P.* III. *Chap.* II.).

§. 15.

Queſto metodo di determinare la figura della Prora è geometrico : e ſimili a queſto ſono i metodi de' quali ſi ragionerà per determinare la figura delle corbe. Baſta avvertire in queſto luogo, come la figura del baſtimento dipenda dall' applicazione delle forze ſpingenti, e quindi come ſiavi una ſtretta relazione tra la coſtruzione e la navigazione.

§. 17.

Nel §. 43. della II. Parte ſi dimoſtrò come Af ſia eguale a $\frac{2}{5}a$.

§. 18.

Confrontano queſte poſizioni con eſempj di fatto. In una nave del terzo rango eſſendo la lunghezza di piedi 137., la larghezza di piedi $37\frac{1}{2}$, l' Albero di Maiſtra è piedi 118. ſopra il ponte. Il centro velare deve cadere alquanto ſotto la metà di detta altezza, per la diverſa grandezza del-

le

le vele ſuperiori ed inferiori, e perchè l' albero di Maiſtra è più alto degli altri, perciò Wf deve eſſer minore di piedi 59. La larghezza eſſendo $37\frac{1}{2}$, la profondità ſarà $e = \frac{2}{5} b = 28$. Quindi $Wf = 56$, ed $We = 70$. Si fa $b = \frac{5}{2} e$, perchè lo eſige la ſtabilità: cioè il peſcare ſi ſuol fare $\frac{9}{20}$ dello sbagio maeſtro a Poppa e $\frac{3}{8}$ a Prora, e tra queſti numeri è mezzo aritmetico $\frac{5}{2} e$ (*Ved. Boug. Liv.* I. *Sect.* I. *Chap.* III. *pag.* 23., *e Sect.* II. *Chap.* VI. §. III.).

§. 20.

Supponendo l' angolo BFV evaneſcente ſi ſuppone che il vento ſia in Poppa, e ſi comincia inſieme ad introdurre l' idea dell' impulſo obbliquo.

§. 21.

Per ottenere una velocità di corſo che ſia la metà di quella del vento, biſogna che la ſuperficie delle vele ſia eguale ad 800 *rr*, e per ottenere una velocità eguale a due terzi di quella del vento, cioè un ſeſto maggiore della metà, biſogna quadruplicare la ſuperficie della vela, come ſi ſcorge da queſto calcolo, poichè eſſer deve $= 3200\ rr$.

Ora non essendovi confronto tra il comodo d' acquistare un sesto di più di velocità ed i molti inconvenienti d' aumentare la vela al suo quadruplo, è ragionevole che quando l' ampiezza delle vele basta ad ottenere una certa parte della velocità del vento, non convenga aumentarle, per conseguire un piccolo accrescimento della velocità, giacchè si dovrebbono accrescer di molto. Questa conseguenza è importante, tanto per istabilire con riguardo al peso della nave l' ampiezza di vele che conviene agli altri riguardi del facile e pronto maneggio, dell' altezza degli alberi, e della lunghezza del bastimento (*Ved. l' Append. al fine di queste note*), quanto anche per osservare, come nel viaggiare l' accrescimento delle vele che accresce così poco la velocità del cammino, può diventare una cagione di ritardo, se si rifletta all' inclinazione, che si produce nel bastimento. Se la Prora s' affoghi di più, la resistenza che si produce può facilmente esser maggiore dell' aumento della forza spingente. Tutto ciò che si dimostra qui intorno la proporzione tra la velocità del vento e quella del bastimento rischiara gli equivoci altre volte occorsi, cioè che la velocità del vento fosse infinita, o incomparabile con quella del basti-

mento (*Bernoull. Man. de Vaiſſ. Chap.* XV. §. XIII.).

§. 25.

Il valore di *rr* ſi trovò al §. 34. P. II. Dove qui è detto la *coperta del baſtimento* ſi legga *la coperta del caſſero* , eſſendo occorſo errore in queſta impreſſione : il caſſero poi è più alto della linea d' acqua 1 *e* in circa. La ſuperficie battuta, poſte eguali le altezze degli alberi , e le larghezze delle vele può creſcere dal vento diretto all' obbliquo dal 2 *bb* al *6 bb* , ma la forza dell' impulſo ſarà ben diverſa.

§. 26.

Atteſa la formula del §. 23. $v = c \cdot \text{cof. } \theta f : (f + r\sqrt{800})$, ſoſtituendo in luogo di f il ſuo valore $3b4 : (5 \cdot (a^2 + 2b^2))$,
s' avrà $v = \text{cof. } \theta \sqrt{\alpha}\, bb : (\sqrt{\alpha}\, bb + \sqrt{(3\,b4 \cdot 800 : (5\,(a^2 + 2b^2)))})$, cioè
$c \cdot \text{cof. } \theta \sqrt{\alpha} : (\sqrt{\alpha} + \sqrt{480}\, b^2 : \sqrt{(a^2 + 2b^2)})$,
e dividendo per $\sqrt{\alpha}$, s' avrà
$v = c \cdot \text{cof. } \theta : (1 + b\sqrt{480} : \sqrt{(\alpha \cdot (a_2 + 2b_2))})$,
e traſcurando il $2b^2$, s' avrà
$v = ac \cdot \text{cof. } \theta \sqrt{\alpha} : \sqrt{(a\sqrt{\alpha} + b\sqrt{480})}$,
e poſto $\theta = 0$, $\alpha = 2$, s' avrà
$ac\sqrt{2} : (a\sqrt{2} + b\sqrt{480}) = 2ac : (2a + 31\,b) = v$.
Onde facilmente ſi poſſono dedurre le quantità eſ-

primenti nelle ſette ſpecie di navi la velocità relativamente a quella del vento.

§. 29.

La prima tavola è dedotta così (Ved. il §. 35., e 38. della II. Parte). Creſcendo gli angoli AFS $= \eta$ di cinque in cinque gradi, ſi conoſcono i corriſpondenti angoli $\psi = 90 - \eta$: ed eſſendo Tang. $\varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}}$. Tang. ψ, aſſegnando alle lettere a, b i loro valori dati nelle diverſe ſpecie di baſtimenti, s' avranno per mezzo delle tavole logaritmiche de' ſeni e tangenti i valori degli angoli φ che corriſpondono agli aſſunti η. Conoſciuti così gli angoli φ e ψ, per mezzo delle ſteſſe tavole logaritmiche ſi dedurranno i logaritmi delle frazioni $\frac{\text{ſen. } \varphi 2}{\text{ſen. } \psi}$, e quindi s' avranno in decimali i numeri corriſpondenti ai logaritmi dedotti. Così nella prima ſpecie poſto $\eta = 30$, ſarà $\varphi = 19.43$, e $\psi = 60$. Laonde 2 log. ſen. $\varphi = 19057330$,

e log. ſen. $\psi = 9937531$,

onde log. $\frac{\text{ſen. } \varphi 2}{\text{ſen. } \psi} = 9119799$, di cui il numero è 0,1318.

§. 32.

§. 32.

La tavola che moſtra il valor minimo dell' angolo SFX $= \eta + \varphi$ è dedotta dalla prima del §. 29. col metodo dell' interpolazione di cui ſi ragionò al §. 37. della II. Parte. La miſura di 11°, 15′ è d' un rombo o punto, dividendoſi per l' uſo della marina ogni angolo retto in otto rombi, e perciò tutta la circonferenza in 32, le quali ſono le più piccole miſure o differenze de' venti, che giova oſſervare nella navigazione. L' angolo θ perciò non ſi può giammai prendere minore d' un rombo, perchè il vento non potrebbe agire nella vela per poco che eſſa foſſe gonfiata e faceſſe ſacco. Quindi riſulta la tavola dall' addizione d' un rombo alle ſomme minime di $\eta + \varphi$, dall' oſſervazione della quale deduceſi, che un baſtimento della ſettima ſpecie può andare all' orza raſo diretto ad uno ſcopo tre rombi in circa diſtante dal luogo, dal quale ſpira il vento. E perciò per la qualità d' avvanzar contro il vento, o di andar all' orza raſo ſi vede eſſere preſtanti i baſtimenti ne' quali la ragione della lunghezza alla larghezza è maggiore.

§. 33.

In queſta tavola per i varj valori di η s' addu-

cono i valori $\eta + \varphi$ in tutte le ſpecie di baſtimenti. Sono queſti dedotti dalle formule ſopra riferite. Poichè eſſendo $\psi = 90 - \eta$, ed eſſendo Tang. $\varphi = \frac{a^3}{2b^3}$ Tang. ψ, è chiaro come dato η ſi deduca ψ, e quindi φ ed $\eta + \varphi$. Tale è la coſtruzione di queſta tavola di cui l' uſo è di conoſcere in ogni poſizione di vele AFS, quanto ſi perda nella direzione del cammino dal punto a cui s' anderebbe all' orza raſo, o pure quale divenga la direzione del cammino. Oſſervando poi nella ſteſſa tavola che il valor minimo di $\eta + \varphi$ corriſponde nella prima ſpecie ad $\eta = 15$ con $- 7'$ di differenza; nella ſeconda con $+ 31'$; nella terza con $+ 12$; nella quarta con $+ 10.32'$; nella quinta con $+ 2°, 15'$; nella ſeſta con $+ 2°, 45'$; nella ſettima con $+ 3°, 18$, ſi conchiude che tenendo l'angolo η della vela con la colomba di gr. 15, ſi perderà poco in tutte le ſpecie della qualità di rimontare al vento, o di andare all'orza raſo, e in modo da non farſene conto nella pratica: onde s' avrà una poſizione di vele, per cui il vento potrà eſercitare ſopra d' eſſe la ſua forza.

§. 34.

La relazione tra gli angoli η e φ è che cot.

$\eta =$

$\eta = \frac{a^3}{2b^3}$. Tang. φ_2, perchè come si disse al §. 28., $90 - \eta = \psi$, ed al §. 35. P. II. si dimostrò che Tang. $\psi = \frac{a^3}{2b_3}$. Tang. φ^2. Ora Tang. $(90 - \eta)$ $= \frac{S - \text{Tang. } \eta}{1 + S \text{ Tang. } \eta}$, e trascurando nel numeratore la quantità finita che si sottrae dall' infinito, e nel denominatore la quantità finita che vi si aggiunge, risulta Tang. $90 - \eta = \frac{S}{S \text{ Tang. } \eta} = \frac{1}{\text{Tang. } \eta}$ $=$ cot. η, che perciò è eguale a Tang. ψ, o sia ad $\frac{a^3}{2b_3}$. Tang. φ^2.

§. 35.

La formula di cui si vuole il valor massimo è $\frac{\text{sen. } \theta \cdot \sqrt{\text{cos. } \eta}}{\text{sen. } \varphi}$. Prese le differenze infinitesime ed eguagliate al zero si ha

$(\text{sen. } \varphi \text{ cos. } \theta \sqrt{\text{cos. } \eta} \cdot d\theta - \frac{\text{sen. } \varphi \cdot \text{sen. } \theta \text{ sen. } \eta \cdot d\eta}{2\sqrt{\text{cos. } \eta}} - \text{sen. } \theta \text{ cos. } \varphi \sqrt{\text{cos. } \eta} \cdot d\varphi)$: sen. $\varphi^2 = 0$, e moltiplicando per il comun divisore, e riducendo i termini dell' equazione con divisioni comuni s' avrà

$\frac{2 \text{ cof. } \eta . \text{d}\theta}{\text{ſen. } \eta} - \frac{\text{ſen. } \theta . \text{ſen. } \varphi . \text{d}\eta}{\text{ſen. } \varphi . \text{cof. } \theta} - \frac{2 \text{ ſen. } \theta . \text{cof. } \varphi . \text{cof. } \eta . \text{d}\varphi}{\text{ſen. } \varphi . \text{cof. } \theta . \text{ſen. } \eta}$

$= 0$, cioè $2 \text{ cot. } \eta . \text{d}\theta - \text{Tang. } \theta . \text{d}\eta - 2 \text{Tang. } \theta . \text{cot. } \eta \text{ cot. } \varphi . \text{d}\varphi = 0$,

ed eſſendo $\text{cot. } \eta = \frac{a^3}{2b^3} . \text{Tang. } \varphi^2$, ſarà

$- \text{d}\eta = \frac{2a^3 \text{ T } \varphi \text{ ſen. } \eta^2 . \text{d}\varphi}{2b^3 . \text{cof. } \varphi^2}$, ed eſſendo

$\theta = \delta - \eta - \varphi$, ſarà

$\text{d}\theta = - \text{d}\eta - \text{d}\varphi$, e $\text{T}\,\theta = \frac{\text{T}(\delta - \eta) - \text{T}\varphi}{1 + \text{T}\,\delta - \eta . \text{T} . \varphi}$,

onde ſoſtituendo e riducendo l' eſpreſſioni riſulterà la propoſta dall' Autore.

Da queſta formula per dedurre i valori di η e φ dato δ s' avrebbe a ſciogliere un' equazione del quinto grado , come facilmente rilevaſi ſoſtituendo a T.η il ſuo valore dato per Tang. φ^2 . Ora eſſendo molto laborioſo il dedurre da tali equazioni ſuperiori le radici , rieſce più agevole d' invertire la ricerca e trovare gli angoli δ per tutti i dati η , dai quali ſi dedurranno gli angoli φ per la formula ſopra indicata della cot. η, per ciaſcheduna ſpecie di baſtimenti. Queſte deduzioni fatte

coll'

coll' uſo della formula ritrovata danno la tavola di queſto §.

§. 36.

Il baſtimento non acquiſta in un iſtante la velocità che gli compete, ma bensì in breve tempo. Egli è lo ſteſſo d' ogni macchina che ſia meſſa in azione da una forza che operi con moto accelerato, e perciò anche dell' acqua che eſce dal foro aperto nel fondo d' un vaſo, o che comincia a ſcorrere in un canale per l' apertura d' una cateratta. Laonde quando il baſtimento abbia acquiſtato il grado di velocità che gli compete, e ſia uniforme il di lui moto nella direzione che ſi vuole, allora biſognerà vedere qual ſia la direzione del vento apparente, a cui ſoltanto ſi deve aver riguardo, non a quella del vento vero; giacchè l' azione del vento vero è diminuita nell' apparente. S' è già veduto che quando ſi dice la forza del vento s' intende quella parte di forza del vento vero che gli rimane per la compoſizione della ſua direzione con quella del baſtimento.

§. 38.

La tavola di queſto §. è dedotta così. Si aſſumono i valori di δ eguali agli $\eta + \varphi$ minimi del-

la

la tavola del §. 32., co' quali fi notò l' ultimo confine a cui fi riduce l' angolo che comprende la direzione del vento con quella del baſtimento per andar all' orza raſo. E' chiaro in queſta poſizione che θ ſarà $= 0$, E dalla ſteſſa tavola del §. 32. s' aſſegnano ad η ed a φ i valori che loro competono. Queſta tavola non differiſce da quella ; giacchè qualora l' angolo d' incidenza del vento nella vela è nullo , cioè quando $\theta = 0$, ed il baſtimento reſta in quiete , allora l' angolo θ diviene eguale all' angolo $SFX = \eta + \varphi$ che fa la vela con la direzione del baſtimento .

§. 39.

Quindi nella tavola di queſto §. il primo termine ſi deſume dalla piccola tavola del §. precedente , a cui corriſponde il $\theta = 0$, e la frazione $\frac{\text{ſen. } \varphi^2}{\text{ſen. } \psi} = 0$, perchè nulla è l' azione del vento nella vela , e l' angolo ψ che eſprime l' angolo della forza ſpingente è nullo . Facilmente ſi ravviſa di quanto uſo ſia queſta tavola nella navigazione , nella quale ſi anno i riſultati di calcoli reſi agevoli con la premeſſa Teoria . Le tavole tutte dall' Autore in queſto libro portate anno queſto di particolare e nuovo che con la diviſio-

ne

ne de' baſtimenti nelle ſette ſpecie ſi poſſono adoperare in qualunque dato baſtimento, giacchè gli errori che potrebbono occorrere nello ſtabilire la ſpecie ſi regolano nel Cap. VII. ſeguente per mezzo di ſemplici eſperienze.

§. 41.

Quando il vento ſpira nella direzione preciſamente contraria a quella del cammino che ſi dovrebbe fare dal baſtimento per giungere ad un dato termine, allora s' iſtituiſce il bordeggio. S' è già veduto qual ſia per ogni ſpecie di baſtimento il minimo angolo per rimontare al vento, o ſia per andare a raſo, e nella ſpecie, dove ſi ha il maſſimo vantaggio s' è veduto poter il baſtimento portarſi all' orza raſo a tre rombi di diſtanza dal luogo del vento, e poi per il riguardo che ſi deve avere, affinchè l' inclinazione della vela alla colomba non ſia ſoverchia, poſta tale inclinazione di gr. 15, riſultò la miſura di quattro rombi in circa o di due quarte. Ora ſe il vento declini meno di tal miſura dalla diviſata direzione, biſogna bordeggiare, cioè dirigere il baſtimento per modo che facendo cammino egli avvanzi verſo lo ſcopo, ed inſieme ſe ne ſcoſti lateralmente e dopo certo tratto ſi roveſci la bordata a direzione

op-

oppoſta. Così facendo e dopo varj tratti alternando le direzioni, allungando il viaggio, ſi perviene al luogo propoſto. Un altro problema affatto geometrico e per altro aſſai intereſſante nella marina e diſtintamente nella Tattica Navale è quello di determinare le curve d' inſeguimento, cioè la via che percorrer deve un baſtimento per raggiungerne un altro che ſcorre per una data direzione. Se ne poſſono vedere le ſoluzioni del Sig. Bouguer e Sig. Maupertuis (*Mem. de l' Acad. Roy. des Scienc.* 1732.).

§. 43.

Eſſendo ſen. $(\delta + \vartheta) =$ ſen. δ. cof. $\vartheta +$ ſen. ϑ. cof. δ, e ſen. $(\delta - \vartheta) =$ ſen. δ. cof. $\vartheta -$ ſen. θ. cof. δ, ſi ſottragga il ſecondo valore dal primo, e s' avrà

ſen. $(\delta + \theta) -$ ſen. $(\delta - \vartheta) = 2$. ſen. ϑ. cof. δ,

cioè $\frac{1}{2}$ ſen. $(\delta + \vartheta) - \frac{1}{2}$ ſen. $(\delta - \vartheta =$ ſen. ϑ. cof. δ.

§. 47.

La formula ſen. ϑ. cof. $(\delta - \gamma,)$ poſto $\delta - \gamma = r$, diventa un maſſimo quando la differenza infiniteſima $-$ cof. θ. cof. $r +$ ſen. ϑ. ſen. $r = 0$; allora cof. ϑ. cof. $r =$ ſen. θ. ſen. r, e perciò

$\frac{\text{cof. } \theta}{\text{ſen. } \theta} = \frac{\text{ſen. } r}{\text{cof. } r}$, cioè cot. $\theta =$ tang. r, il che non è, ſe non nel caſo che $\theta = 45°$, e perciò $\theta + r = 90 = \theta + \delta - \gamma$.

§. 52.

§. 52.

Tutto questo capo è di somma importanza nella presente teoria in quanto serve a fissare col mezzo d' agevoli esperienze le specie de' bastimenti dati, e perciò a conoscere l' applicazione che far si deve delle tavole calcolate. E' necessario ridursi all' esperienza per conoscere con precisione i dati d' un bastimento. Le misure tutte prese ne' bastimenti ed i calcoli da queste derivanti per dedurre i centri di gravità, di grandezza, il centro velare, quello di resistenza, il volume, il peso etc. non possono giammai istituirsi con tale precisione che non s' introduca qualche errore, il quale poi in molti altri si trasformi. Quindi riesce molto comodo di poter fare le correzioni necessarie, per mezzo delle facili qui addotte esperienze, le quali assicurando la specie a cui appartiene realmente un bastimento dato, assicurino l' uso di tutti i risultati de' calcoli. Le sette specie dall' Autore divisate non s' incontrano tutte ne' bastimenti che sono in uso, se si abbia riflesso soltanto alla proporzione della lunghezza alla larghezza, ma bensì quando si abbia considerazione a tutte le altre proporzioni di figura, peso e profondità, le quali fanno cambiare la specie da prima definita.

Quin-

Quindi le ſette ſpecie in queſto libro aſſunte ſono eſemplari di ragione geometrica, a cui mediante il metodo ſperimentale inſegnato in queſto capo, ſi richiamano i baſtimenti tutti, e perciò conoſcendo per la Teoria di queſto libro le proprietà degli eſemplari, ſi riconoſcono quelle de' baſtimenti effettivi.

Il moto del modello che da principio è accelerato, quando è pervenuto ad una certa miſura di velocità ſi rende equabile. Imperocchè quando comincia il modello a muoverſi, il ſuo moto da principio s' accelera per gradi, e poſta invariabile l' azione della potenza, la ſua influenza nell' accelerarlo diminuiſce quanto s' accreſce la velocità del moto. Quindi l' azione della potenza movente ſopra il modello ſi deve calcolare dall' eccesſo della velocità del fluido ſopra la velocità acquiſtata già dal modello, o ſia dalla velocità loro relativa. Dall' altra parte il modello da muoverſi per il ſuo peſo e per la reſiſtenza che incontra, ſi ritarda. Quando adunque queſte forze cioè quella che tende ad accelerare, e quella che tende a ritardare s' eguagliano, allora ſi fa il moto uniforme, nel quale il modello continua. Queſto principio è vero in tutte le macchine moſſe dall' aria o dall' acqua corrente o da peſi, il moto delle

qua-

quali ben presto riducesi all' uniformità, e riesce più o meno veloce secondo la proporzione tra la forza impellente e la resistente. Quindi nasce la ricerca che s' istituisce nelle macchine tutte dell' effetto massimo, cioè della proporzione tra la potenza ed il peso, affinchè il prodotto del peso nella velocità sia il massimo.

APPENDICE.

Sull' Arboratura e Figura delle Corbe.

LA ricerca delle leggi secondo le quali si debbono regolare le dimensioni degli alberi e delle vele, e la relazione che tiene questa ricerca con quella della figura della carena essendo un argomento molto importante nella costruzione, ne daremo qui un breve saggio seguendo le traccie del nostro Autore (*Scient. Naval. T.* II. *Cap.* X. e XI.) e lo metteremo in relazione con la Teoria di questo libro.

I. Se il vento spira nella direzione della colomba, e con questa facciano le vele angoli retti, è chiaro che l' impulso sarà proporzionale alla vela massima, e tutte le altre vele verso Poppa o verso Prora minori della massima o ad essa eguali non

gio-

gioveranno alla velocità del baſtimento . E perciò in tale ipoteſi baſtarebbe una ſola vela eguale alla maſſima , e da eſſa s' otterrebbe la velocità ſecondo le leggi dimoſtrate nel Cap. III. §. 26. Ma quando il vento , reſtando la ſteſſa poſizione delle vele , ſpiri obbliquamente, ſarà giovevole il maggior numero delle medeſime . Perchè data l' obbliquità del vento , una porzione come *ek* della vela anteriore (*Tav. B. Fig.* 2.) può eſſer battuta nello ſteſſo tempo in cui è battuta tutta la ſuperficie della vela poſteriore , e queſta *ek* ſarà tanto maggiore quanto maggiore ſarà la diſtanza Cc tra le vele . E perchè qualunque ſia l' obbliquità del vento, la porzione *ek* non può farſi maggiore di *ef* , quindi ſe *t* ſia la tangente dell' obbliquità del vento , e dicaſi *g* la larghezza della vela EF a cui per ora ſi ſuppone eguale *ef* , e dicaſi $Cc = c$, la maſſima Cc , o ſia la diſtanza di *ef* da EF , nella quale ſarà battuta tutta la *ef* ſarà quando $t = \frac{g}{c}$. Non gioveranno dunque al corſo del baſtimento tutte le vele che foſſero tra EF ed *ef*, ma ſi bene quelle che foſſero oltre *ef* verſo A , o di qua da EF verſo B . Eſſendo pertanto $t = \frac{g}{c}$ ſarà $c = \frac{g}{t}$, e perciò ſe la lunghezza della

na-

nave nella quale si devono piantar gli alberi sia $= a$, dividendo questa per $\frac{g}{t} = c$, s' avrà dal quoziente $\frac{at}{g}$ indicato il numero degl' intervalli c; ed essendo il numero degli alberi maggiore dell' unità sarà il numero degli alberi competente alla nave della lunghezza $a = 1 + \frac{at}{g}$.

II. Ora l' obbliquità del vento massima con cui si può fare il corso diretto, cioè tener le vele perpendicolari alla direzione della colomba si supponga per comodo del calcolo di gr. 60., giacchè in fatti non può giungere a tanto, mentre darebbe una deviazione di $36^{\circ}.22'$, e s' avvertì già che questa non deve mai eccedere i gr. 30. (§. 35. P. II.) Dopo questa misura d' obbliquità, torna meglio di orientare le vele obbliquamente alla colomba, sicchè si faccia maggiore l' angolo d' incidenza del vento. La tangente di gr. 60 è $\sqrt{3}$, e perciò in tale ipotesi il numero degli alberi sarà $1 + \frac{a\sqrt{3}}{g} = 1 + \frac{a\sqrt{48}}{4g} = \frac{1+7a}{4g}$. Suppongasi che a sia quadrupla della larghezza, e g sia dupla della stessa larghezza g, onde $a = 2g$, e sarà il numero degli alberi $1 + \frac{14g}{4g} = 1 + 3\frac{1}{2}$, qual è a

un di preſſo il numero degli alberi uſato nelle navi maggiori cioè di Mezzana, Maiſtra, Trinchetto, e Bonpreſſo.

III. Quindi poſta g minore, il numero degli alberi ſi dovrebbe accreſcere, e poſta g maggiore egli ſarebbe da diminuire. Parimenti ſe a ſia ſeſtupla della larghezza, e g dupla, ſicchè $a = 3g$, il numero degli alberi per la formula ſopra addotta ſarebbe $1 + \frac{21g}{4g} = 1 + 5$, e per ridurlo a quattro converrebbe accreſcere la g ſino ad eſſer tripla della larghezza. Ma poichè biſogna aver in conſiderazione la ſtabilità della nave, ed in oltre biſogna diminuire quanto ſi può il numero delle operazioni neceſſarie alla navigazione, tanto riſpetto al moto di progreſſione, quanto riſpetto al governo: finalmente perchè le navi maggiori non traſcendono di molto la quarta e quinta ſpecie, così il numero degli alberi che ſi pratica e che riſultò dal calcolo ſopra eſpoſto è da tenerſi.

IV. Ma ſe le vele non ſiano della ſteſſa larghezza, e la poſteriore ſia maggiore dell'anteriore, il vento diretto per BA (*Tav.* B. *Fig.* 3.) non agirà nell' anteriore, ma bensì l' obbliquo, qualora la ſua obbliquità ſia maggiore dell' angolo che fa la

li-

linea E*e* la quale passa per l' estremità delle larghezze delle vele con la vela *ef*. L' obbliquità massima di questa linea è indicata da un angolo di cui è tangente $\frac{EC + ec}{Cc}$, cioè $\frac{E\phi}{\phi f}$, e la tangente dell' obbliquità del vento, che comincia a colpire la vela *ef* è $\frac{EC - ec}{Cc}$. E se la vela posteriore sia minore dell' anteriore, allora la porzione *m n* (*Tav.* B. *Fig.* 4.) non sarà battuta dal vento, se l' angolo d' obbliquità del vento non eccede l' angolo *n* F *f*. Ora la tangente di *n* F *f* è $\frac{nf}{Fn} = \frac{ec - EC}{Cc}$: e tutta la *mn* è battuta dal vento, quando la tangente dell' obbliquità diventa $\frac{ec + EC}{Cc}$.

E perciò posto che la massima obbliquità sia di gr. 60. la di cui tangente è $\sqrt{3}$, affinchè il vento agisca in tutta la superficie delle vele bisognerà che C*c* sia sempre $= \frac{EC + ec}{\sqrt{3}}$.

V. Quindi date le larghezze delle vele, ed il tratto in cui si devono distribuire sarà facile di sapere a quali distanze debbano piantarsi gli alberi, e perciò se ne saprà il numero: come anche date le larghezze delle vele, quale sia per risultare la lunghezza del basti-

mento. Imperocchè se siano le date larghezze delle successive vele α, β, γ, δ, ε, e la tangente della massima obbliquità del vento per il corso diretto sia $= t$, saranno le distanze $\frac{\alpha + \beta}{t}$, $\frac{\beta + \gamma}{t}$, $\frac{\gamma + \delta}{t}$, $\frac{\delta + \varepsilon}{t}$, e la lunghezza del bastimento o pure la distanza tra le due vele estreme sarà come la somma delle suddette cioè $\frac{\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta + \varepsilon}{t}$.

VI. L' altezza degli alberi è limitata da due considerazioni. Primieramente quando il bastimento è corredato di vele, onde la velocità che per esse egli acquista abbia una certa proporzione alla velocità del vento, s' è veduto che per procurarle un piccolo aumento bisogna accrescere di molto l' ampiezza delle vele (§. 23. P. III.). In secondo luogo il centro velare deve essere il centro col quale è descritta la figura della Prora (§. 14. P. III.) affinchè nel veleggiare non nasca un momento inclinante il bastimento verso Prora. Se dunque gli alberi fossero egualmente alti, e le vele d' uniforme larghezza dal basso all' alto, ed il centro della figura della Prora fosse in W (*Tav.* I. *Part.* III. *Fig.* 4.) dovrebbe esser in W il centro velare, ed il punto W dividerebbe l' al-

tez-

tezza degli alberi a cui s' applica la vela , cioè dalla coperta del caffero all' insù , in due parti eguali , onde l' altezza farebbe $= eg + 2gW$: ed effendo data l' ampiezza o area delle vele fi dedurrà quindi facilmente la larghezza uniforme che ad effe compete . Gli alberi poi per la loro groffezza ed altezza devono proporzionarfi alla confiftenza della nave ne' fiti dove fi piantano : in oltre devono portare nella loro parte più fublime vele minori che a baffo , tanto perchè l' albero effendo raftremato nell' alto più facilmente piega e refifte meno , quanto perchè nelle grandi altezze malagevolmente fi maneggiano grandi vele . Pofto che l' ampiezza e figura delle tre vele fucceffive dal baffo all' alto , cioè la maggiore , la Gabbia ed il Papafico d' un albero formaffero un triangolo coll' apice in fu , l' altezza media degli alberi farebbe $= eg + 3gW$, attefo che il centro velare cade alla terza parte dell' altezza fopra la bafe del triangolo : e fe la larghezza delle vele foffe uniforme dal baffo all' alto farebbe l' altezza media $= eg + 2gW$: e perciò fe le vele formaffero un trapezio quale nafce da un triangolo troncato verfo l' apice , farebbe l' altezza media $= eg + \frac{5}{2} gW$, che è

una misura media tra le due indicate. Onde se l' albero di Maistra che è il maggiore, perchè in quel sito la nave può sostenere un maggior peso, sia più alto della misura media suddetta, più bassi dovranno farsi quelli di Mezzana e di Trinchetto.

VII. E' chiaro per altro che si può a piacere aumentare l' altezza degli alberi, purchè dipendentemente dal centro velare che ne risulta, si determini la figura della Prora. Ma gl' incomodi delle Prore lunghe per i movimenti più durevoli e più vivaci del rollare e del ficcare, il pericolo degli alberi molto alti per il loro peso e per la difficoltà di ben assicurarli con le sartie in grande altezza, allorchè il bastimento tormenta agitato dai flutti, ed il malagevole e tardo maneggio delle vele in tali altezze eccedenti una certa misura, devono far rinunziare ai vantaggi che pajono derivare dalla grande altezza dell' arboratura.

VIII. Tuttavolta egli è da considerarsi ancora che restando la stessa figura di Prora relativa ad un centro W, si potrebbe portar più alto il centro velare *u*, e quindi conseguire una maggior altezza d' arboratura, senza che perciò ne seguisse un' inclinazione del bastimento verso Prora incomoda o pericolosa. Imperocchè se il centro velare cada

in

in *u* ſopra W centro di figura della Prora, il momento inclinante ſarà come la forza che ſpinge che ſi dica = P, moltiplicata in W*u* : e ſe la ſtabilità della nave relativa all' aſſe di larghezza poſto = M il ſuo peſo ſia M*p*, è chiaro (P. I. Cap. III.) che ſarà l' angolo d' inclinazione riſpetto allo ſteſſo aſſe $\frac{P.\overline{W}\overline{u}}{\overline{M}\overline{p}}$. Ora ſe conſti dall' eſperienza che la data nave può inclinarſi verſo Prora ſenza incomodo fino ai gr. 5, ſi dedurrà facilmente quanto ſuperiore ad W ſi poſſa collocare il centro velare, e perciò quanto alzar ſi poſſa l' arboratura ſenza che l' inclinazione ecceda il preſcritto confine (Part. I. §. 71.).

IX. Tutto ciò riguarda il corſo diretto, cioè quello che s' iſtituiſce eſſendo le vele orientate ad angoli retti con la colomba, e l' obbliquità del vento non eccedente i gr. 60. Ma qualora le vele ſiano orientate obbliquamente alla colomba, allora il baſtimento ſarà ſpinto con le leggi di velocità e direzione, che ſi ſono ſpiegate nella III. Parte di queſta Teoria, ed in oltre naſceranno de' momenti tendenti ad inclinarlo intorno all' aſſe di lunghezza, e degli altri tendenti a farlo girare intorno all' aſſe verticale, i quali ſe non ſiano regolati, perturbano la navigazione, mentre i

primi offendono la ſicurezza della nave e la prontezza del cammino : gli altri alterano l' azione del timone , e fanno deviare la nave dalla diviſata direzione . Quindi poichè la diſpoſizione degli alberi deve reſtare la ſteſſa nel corſo diretto e nell' obbliquo , e le vele tutte ſervir devono in amendue queſti corſi , ſenza di che ſi ſcemarebbe la velocità del corſo , biſogna vedere da quali principj ſi debba derivare la poſizione degli alberi che ſi combini meglio con tutti e due i corſi , e come la figura della carena , ed il centro di gravità , e la ſtabilità poſſano a queſto oggetto cooperare .

X. L' inclinazione del baſtimento nel corſo obbliquo dipende parte dalla forza del vento che batte nelle vele , parte dalla reſiſtenza che oppone l' acqua alla carena . Al momento inclinante che riſulta dalla differenza di queſte due forze reſiſte la nave con la ſua forza di ſtabilità . Sia P la forza del vento nelle vele obblique *ef* (*Tav.* B. *Fig.* 5 .) l' angolo ACe ſia $= p$, e la media direzione della forza ſpingente ſia CP , la quale coll' aſſe AC faccia l' angolo $90 - p$. Si riſolva queſta forza in due ſecondo la direzione degli aſſi CA , CF , e ſarà il momento ſecondo $CA = P . \text{ſen}. p$,

e ſe-

e ſecondo CF = P . cof. p , e poſta l' altezza del centro velare ſopra la ſezione orizzontale = k, ſarà il momento inclinante che naſce dalla forza del vento , intorno all' aſſe di larghezza verſo Prora = Pk . ſen. p , ed il momento inclinante verſo il fianco intorno all' aſſe di lunghezza = Pk . cof. p .

XI. La media direzione della reſiſtenza dell' acqua è obbliqua all' orizzonte e tende all' insù atteſa l' inclinazione de' bordi o fianchi della nave che divergono dalla colomba verſo l' alto . Sia dunque AEBF la ſezione orizzontale , e ſia OS la media direzione della reſiſtenza , la quale come s' è detto ſarà obbliqua , e farà perciò con la ſezione orizzontale un angolo acuto SOR che dicaſi = q . La forza OS ſia = q , la quale ſi riſolverà nella verticale OQ = Q . ſen. q , e nell' orizzontale OR = Q . cof. q . Queſta eſſendo nel piano orizzontale non produrrà alcun momento inclinante intorno all' aſſe di lunghezza , ma ſi bene la OQ , dalla quale dipenderà l' inclinazione . Ma la forza orizzontale OR aver deve una direzione paralella a CP che è la direzione della forza ſpingente , e queſta deve eſſer eguale a Q . cof. q . Dunque ſe ſia noto il punto O , ſarà nota la direzione OR .

Pro-

Prolungata OR in K ed L, sarà CLO $= p$, AKO $= 90 - p$, e per l'equazione $P = Q.\text{cos.}\, q$, s' avrà $Q = \frac{P}{\text{cos.}\, q}$, e perciò sarà lo sforzo verticale $OQ = Q.\text{sen.}\, q = P.\text{tang.}\, q$. Sarà dunque il momento inclinante intorno l' asse di lunghezza, che nasce dalla resistenza $= P.CI.\text{tang.}\, q$, ed intorno EF sarà $= P.OI.\text{tang.}\, q$, il valore de' quali come è manifesto dipende dal luogo del punto O, e dall' angolo SOR.

XII. E poichè l' inclinazione nasce dalla differenza de' momenti inclinanti generati dalla forza del vento e dalla resistenza dell' acqua, sarà il momento inclinante la nave alla destra dell' asse AB $= Pk.\text{cos.}\, p - P.CI.\text{Tang.}\, q$, e perciò proporzionale a $k.\text{cos.}\, p - CI.\text{Tang.}\, q$: ed il momento inclinante intorno EF verso Prora sarà $Pk.\text{sen.}\, p. - P.OI.\text{Tang.}\, q$. Di questo non faremo conto, poichè se è poco considerabile rispetto al corso diretto, lo sarà com' è chiaro molto meno nel corso obbliquo.

XIII. E quanto all' inclinazione intorno all' asse di lunghezza, affinchè essa fosse nulla, converrebbe che $k.\text{cos.}\, p$, si rendesse eguale a $CI.\text{Tang.}\, q$. Ma perchè ciò succedesse, sarebbe necessario allar-

gare

gare considerabilmente la sezione orizzontale, il che per altri riguardi non si può fare. E se avvenga che il punto I cada nel punto C, o che la quantità CI si faccia negativa, allora l'inclinazione porta al rovesciamento della nave, e per evitare questa conseguenza bisogna diminuire P col togliere alcune vele, o diminuire k coll'impiegarne alcune soltanto basse, o far amendue queste cose, affinchè si generi un momento inclinante minore della stabilità che ha la nave relativa allo stesso asse.

XIV. Poichè dunque non bisogna che la CI s'annienti o divenga negativa, ed AFBE è la sezione orizzontale che passa per il centro di gravità, ed è certo che quanto essa è più alta, tanto minore riesce l'intercetta CI; per ottenere questa CI positiva ed abbastanza grande converrà portare più basso che si potrà il centro di gravità della nave, il che si farà collocando e distribuendo i pesi con questa veduta.

XV. Poi perchè il valore CI . tang. q s'avvicini all'eguaglianza con k . cos. p, bisognerà accrescere l'angolo SOR, e ciò non si può fare, se non che regolando la figura delle sezioni traversali della carena, o sia il contorno delle corbe con questo og-

getto . Sia CEHD (*Tav.* B. *Fig. 6.*) la metà del contorno d' una corba preſa tra i capo di ſeſto , dove non è forte la convergenza de' lati della nave verſo Poppa e verſo Prora , e ſia in G il centro di gravità . E chiaro primieramente che l' altezza ſoverchia della colomba ſarà dannoſa , perchè ricevendo dall' acqua impulſo con direzione orizzontale , contribuirà all' inclinazione della nave dalla ſteſſa parte . Ed ecco oltre la ragione indicata (not. §. 19. P. I.) , perchè non ſi poſſa accreſcere di molto l' altezza della colomba . In ſecondo luogo , che ſe il fondo della corba foſſe piano s' avrebbe del pregiudizio , perchè ſoltanto il lato E*b* ſentirebbe l' impulſo orizzontale , onde la CI riuſcirebbe negativa , e piccolo l' angolo *q*, fuorchè nel caſo che il centro di gravità G foſſe più vicino a D che a C , il che nelle navi maggiori e caricate ſecondo il ſervizio che preſtar devono comunemente non ſi può ottenere . Biſognerà dunque che il fondo della corba converga all' insù , ma non molto , perchè in tal caſo ſebbene ſi accreſceſſe l' angolo *q*, però IK s' avvicinarebbe a C e l' intervallo CI ſi diminuirebbe , anzi s' incontrarebbe con la CD ſotto il punto G . S' aggiunga che la reſiſtenza del lato EH accreſcerebbe la forza incli-

clinante, se il centro G non cadesse nella metà inferiore della retta CD. Quindi i bastimenti a fondo piano non sono reggenti alla vela: e quelli che sono di fondi troppo tagliati e fini non reggono all' orza per la pericolosa inclinazione che ne deriva.

XVI. Laonde per determinare il contorno o sesto della corba, il quale deve essere senza angoli, e d' una curva continuata (*Fig.* 2. *Tav.* A), si descriva un quadrante DIE (*Tav.* B. *Fig.* 7.), onde la profondità sia la metà della totale larghezza. Se il centro di gravità sarà in C centro del quadrante, è manifesto che la forza IC non aumenterà l' inclinazione. Se poi il centro di gravità sia sopra C, allora la forza IC aumenterà l' inclinazione, e per contrario la diminuirà se il centro di gravità cada sotto il centro C del quadrante. Ma poichè il centro di gravità delle navi maggiori cade sempre sopra la sezione d' acqua, perciò la figura della corba dovrà esser tale che la profondità sia minore della mezza larghezza, e quindi non sarà un semicircolo, ma un segmento minore (*Tav.* B. *Fig.* 7.) dal che nascerà una stabilità maggiore, ed un minor momento inclinante. Laonde essendo $Cc > Ee$, ogni piccolo aumento sopra la ragio-

gione d' eguaglianza di $Ce : CD$ contribuirà molto a minorare l' inclinazione, giacchè il centro di gravità non deve esser molto superiore alla superficie dell' acqua. Presa pertanto Ce alquanto maggiore di CD o di CE, sarà $Cc = Ee + \frac{Ee^2}{2CD}$: quindi fatto centro in c si descriverà un arco di cerchio, che darà la figura delle sezioni traversali.

XVII. E poichè verso la Prora attesa la curvità che le è propria la forza inclinante si diminuisce, perchè le direzioni delle forze s' accostano di più alle verticali, e riesce il punto I più distante dal punto C (*Tav.* B. *Fig.* 5.) affinchè questo effetto si accresca converrà che la proporzione della larghezza alla profondità s' accresca secondo che si avvanza verso la Prora. E siccome le altezze delle corbe verso Prora diminuiscono, così converrà che le larghezze decrescano in minor ragione.

XVIII. Questa semplicissima descrizione de' sesti delle corbe per altri riguardi si rende più complicata ne' metodi di costruzione. Primieramente per moderare il rollamento conviene che la figura della corba abbia nel suo perimetro qualche porzione rettilinea, come si dirà tra poco. In secondo luo-

go

go la destinazione de' bastimenti e la loro grandezza esige proporzioni diverse nella capacità della carena, affinchè l' immersione non riesca soverchia, o la stabilità minore dell' occorrente; quindi la proporzione tra la profondità e la larghezza si altera. Finalmente per il corso obbliquo e per diminuire la caduta alla roncia, l' altezza della colomba, il riempimento tra essa e le corbe nell' opera di Poppa e di Prora, e la concavità delle piane verso la colomba sono attenzioni essenziali nello stabilire il contorno delle corbe.

XIX. L' altro effetto delle vele orientate obbliquamente nel corso obbliquo è il momento che si produce di rotazione intorno l' asse verticale. In due sensi contrarj sono prodotti questi moti di rotazione nello stesso tempo (§. 44. P. II.). Se questi siano eguali, e perciò si distruggano, il governo allora dipenderà dal solo timone: e parimenti se essendo disuguali la differenza de' momenti sia minore del momento che può esercitare il timone in senso contrario. Ora si rifletta essersi dimostrato (§. 45. P. II.) che nel corso obbliquo difficilmente si può girare per mezzo del timone e mettere la Prora secondo il vento. Laonde gioverà che i momenti di rotazione siano alquanto disu-

gua-

guali , e prevalga quello che mette la Prora secondo il vento , talmente però che l' azione del timone basti a bilanciarlo : mentre in questo modo coll' azione del timone si potrà tenere la direzione voluta , e facendo cessar questa la nave si metterà alla direzione del vento.

XX. Dipende tutto questo dalla posizione de' punti C, K (*Tav.* B. *Fig.* 8.). C è il punto per dove passa la media direzione delle forze del vento , cioè è il punto dove cade la perpendicolare abbassata dal centro velare . K è il punto per dove passa e sega il diametro di lunghezza la direzione media della resistenza . La posizione di C dipende dall' impianto degli alberi , e dall' ampiezza delle vele distribuite sulla nave (§. 12. P. III.). Il punto K dipende dalla figura della Prora, e si stabilì che cada a $\frac{2}{3}$ della lunghezza totale dalla Prora (§. 43. P. II.) . Sia G il centro di gravità , CP la direzione media del vento , e la sua forza sia = P. sia la direzione media della resistenza dell' acqua KR . Sarà , come si vide, KR paralella a CP, e la forza dell' acqua = P . E perciò operando queste due forze la nave si girerà verso A*a* col momento = P . KC . sen. ACP :

data

data la ſituazione de' punti , qual' è nella figura. Dunque ſe K è più vicino alla Prora di quello che C , la nave ſi metterà al vento , e con tanto maggior forza quanto ſarà maggiore CK . E ſe queſta forza non ſi poſſa ſuperare dall' azione del timone , la nave non potrà mantenere il diviſato cammino . Se poi C ſia più vicino alla Prora di quello che ſia K , naſcerà l' effetto contrario e la nave declinerà dalla direzione del vento , nè potrà eſſer rimeſſa dall' azione del timone , perchè dovrebbe eſſo ſtare nella poſizione B*b* , nella quale ſente pochiſſimo impulſo dall' acqua che andarebbe ad urtarlo da F verſo B*b* (P. II. §. 60.). Dunque per avere l' ottima diſtribuzione di forze biſognerà che ſia K più vicino alla Prora di quello che C , e che l' intervallo CK ſia minimo , onde l' azione del timone preſti l' effetto che ſi vuole .

XXI. Ora poichè la poſizione degli alberi non ſi può mutare nell' atto della navigazione , ma bensì il numero e la diſtribuzione di vele a Poppa ed a Prora , quindi è manifeſto che reſtando nello ſteſſo luogo il punto K , ſi può portare il punto C più verſo un eſtremo che verſo l' altro . Ciò però non ſi può eſeguire ſenza che ſi diminuiſca il

numero delle vele, o ſenza che ſi alteri la loro poſizione a modo di perdere nella miſura della velocità. E perciò biſognerà così proporzionare le grandezze e le ſituazioni delle vele, che il centro velare cada vicino al dato punto K, e ſia un poco più lontano di eſſo dalla Prora, cioè AC ſia un poco maggiore di $\frac{2}{5}$ AB. E ſiccome queſte determinazioni poſſono includere qualche errore atteſa la moltitudine di miſure dalle quali ne dipende il calcolo, così la ſperienza ſolo può rettificarle, la quale additi nel baſtimento di proprietà ancora ignote, quanto ſi debba aumentare o ſcemare lo ſforzo delle vele a Prora o a Poppa, per ottenere quella proporzione tra i momenti di rotazione intorno all' aſſe verticale, dalla quale dipende il governo più certo della nave.

XXII. Relativo a queſte conſiderazioni è l' altro importante argomento delle oſcillazioni de' baſtimenti che diconſi di rollare e di ficcare, delle quali ſi ragionò nell' ultimo capo della I. Parte, quanto al modo di calcolarle e moderarle dipendentemente dai momenti di ſtabilità e d' inerzia, e qui ſe ne farà un cenno dipendente dalla figura del baſtimento e dell' arboratura.

XXIII.

XXIII. Importando adunque che per l' azione de' flutti facilmente non s' eccitino nè lungamente si propaghino e durino le oscillazioni, è certo rispetto al rollare, che quanto maggior resistenza opporrà il fianco all' acqua tanto più presto s' estinguerà questo movimento. Quindi gioverà che la figura delle sezioni traversali abbia rettilinea qualche porzione del suo perimetro, e con comune consenso perciò si prescrive che sia retta o quasi retta la parte superiore delle corbe, cioè il tratto tra la linea del forte e la sezione d' acqua a bastimento carico (*Tav.* A. *Fig.* 2.) come *eg*, *fh* atteso che molto sovente il bastimento naviga inclinato (*du Hamel Archit. Nav. Chap.* IV. *Sutherland Ship's builders's assistant. Chap.* V. *Murray on ship-building. Part.* II. *Chap.* II. *Sect.* II.). Consiglia perciò e con buone ragioni asserisce il Signor *Chauchot* nella Dissertazione che riportò il premio dalla Real Accademia di Parigi l' anno 1755. (*sur le mouvemens de roulis & de tangage*), che convenga d' avvicinare la figura della corba maestra al contorno d' un mezzo esagono; direi piuttosto d' un mezzo ottagono come nella (*Tav.* B. *Fig.* 6.), dove si vede l' origine di sì fatto contorno.

XXIV. Diminuirà la diuturnità del rollare l'altezza maggiore della colomba, poichè nelle alterne inclinazioni la nave incontrerà una reſiſtenza maggiore: ma queſta altezza deve eſſer regolata con i riguardi ancora del peſcare de' baſtimenti, onde non s' incaglino, e dell' inclinazione orzando, onde non ſi aumenti ſoverchiamente. *Append.* §. xv. *e* P. I. *not.* §. 19.)

XXV. Contribuirà a ciò ancora la diminuzione de' slanci dell' aſte di Poppa e di Prora. Quello non deve ragionevolmente eſſer maggiore di quanto fa biſogno, affinchè nell' inclinarſi la nave verſo Prora il timone operi girando intorno all' aſta verticale: e quanta inclinazione della nave verſo Prora ſi poſſa ammettere, s' è di ſopra indicato. L' inclinazione poi dell' aſta di Prora s' è ſtabilita riferindoſi al centro velare. I grandi slanci dell' aſte diminuendo la reſiſtenza che incontra il baſtimento nel rollare rendono queſto moto più durevole. (P. II. *Annot.* §. 68. *e* P. III. §. 14.)

XXVI. I movimenti poi del ficcare naſcono o perchè l' onde battendo in un eſtremo fanno inclinare la nave verſo l' eſtremo oppoſto: o perchè rapindo l' acqua dal di ſotto d' un eſtremo il baſtimento manca di ſoſtentamento ed a quella par-

parte s' inclina. Per impedire la vivacità e durata di queſti moti, giova ſopra molte avvertenze che la carena nelle vicinanze della ſezione d' acqua a baſtimento carico ſia ſimilmente figurata a Prora ed a Poppa. Non poſſono eſſer agili all' onda que' baſtimenti che anno la carena alla Prora gonfia, e molto tagliata alla Poppa: perchè tale diſuguaglianza fa naſcere nel ficcare de' ribattimenti gagliardi ed affatto pericoloſi all' arboratura. Ma non conviene nemmeno che ſiano troppo tagliati ad amendue l' eſtremità, perchè allora il baſtimento, poco ſoſtenuto agli eſtremi in grazia della ſua figura lo è anche più per il molto taglio de' fondi.

XXVII. Quindi ſi poſſono avvertire utilmente due coſe: una è che quando un baſtimento affoga troppo la ſua Prora nel navigare, queſto dipende meno dall' avere la Prora troppo eſtenuata di quello che dall' avere la Poppa troppo gonfia. L' altra è che quando un baſtimento lanciato all' acqua peſca a Poppa più del diviſato e pare che la Poppa ſia troppo magra non è buon conſiglio quello di procurargli la poſizione deſiderata col caricare di più la Prora, perchè ſi fa emergere dall' acqua un eſtremo del baſtimento già poco ſo-

ſtenuto per la ſua figura , ed ancor meno quand' è così ſollevato dal peſo accreſciuto alla Prora , onde il ficcare rieſce più lungo e più forte : perchè in generale quanto ſono più leggiere l' eſtremità del baſtimento tanto è meno rude il movimento del ficcare che naſce dal toglierſi per il moto dell' onda il ſoſtegno al baſtimento .

XXVIII. Se il centro velare ſia anche il centro della Prora , ſiccome s' inſegnò (P. III. §. 14.) e ſe l' uno e l' altro ſi trovino in una verticale aſſai vicina a quella che paſſa per il centro di gravità del baſtimento , egli patirà meno ne' movimenti di ficcare : come ancora ſe la ſezione maeſtra ſi collochi nel mezzo della lunghezza del baſtimento . Al contrario ſe il centro di figura della Prora cada aſſai baſſo , come ſuccede quando lo ſlancio di eſſa è aſſai piccolo ed il centro velare è alto , come ancora ſe le due metà della nave da Prora e da Poppa ſiano molto diſuguali , il tormento è più forte .

XXIX. In oltre ſi deve avvertire che un baſtimento il quale veleggia ha ſempre i ſuoi movimenti di rollare e ficcare meno rudi , di quello che quando è a ſecco di vele . Perchè ſe ſi conſideri l' iſtante nel quale per forza del vento egli

s' inclina, allora atteſa l' obbliquità, è minore l' urto che riceve dal vento e maggiore la reſiſtenza ch' ei prova dall' acqua: e ſe ſi conſideri l' iſtante di reſtituirſi alla poſizione d' equilibrio è maggiore l' urto del vento, e minore la reſiſtenza che prova dall' acqua. Se dunque la forza dell' onda da cui deriva il tormento della nave la colga nel primo iſtante ſarà queſta moderata dall' urto del vento nella vela, il quale creſcerà a miſura che la nave ſi raddrizza: ſe la coglie nell' altro iſtante ſarà temperata dalla reſiſtenza dell' acqua che ſi fa maggiore nell' inclinazione del baſtimento, perchè egli preſenta all' acqua delle parti più voluminoſe. E perciò quando ſi voglia temperare la vivacità d' amendue queſti moti conviene tenere ſpiegata qualche vela. Quindi ſi rolla molto nelle calme anche colle vele fuori, perchè il vento è debole o nullo, e l' onda nell' alto mare è continua. Così dopo le burraſche quando ceſſa il vento, e continua la maretta.

XXX. Finalmente poichè le agitazioni del mare ſono le principali cagioni dell' oſcillazione e tormento de' baſtimenti, e l' azione del vento nelle vele modera, come ſi diſſe, la vivacità di que' moti, facilmente ſi ſcorge che ſecondo la varia

disposizione delle vele e secondo che si corre alla borina, a mezza nave o in Poppa, più l' una che l' altra di queste oscillazioni sarà regolata. Se si va alla borina, una gran parte dello sforzo del vento, e della resistenza dell' acqua opera in senso perpendicolare alla colomba, quindi il rollamento si frena, e la minor parte d' azione s' esercita in senso della direzione della colomba: e perciò andando a raso si rolla meno, e si ficca di più. Quando si va a mezza nave, allora la forza del vento e dell' acqua distribuita in amendue le direzioni, rende il tormento minore in tutti due i sensi. Col vento in Poppa si rolla molto, ma si ficca meno. Le quali cose facilmente si deducono da ciò che poco fa s' avvertì, cioè come lo sforzo del vento e quello dell' acqua moderino la vivacità dell' oscillazioni.

E questo mi sembra un saggio sufficiente delle considerazioni che aver si devono per istabilire la figura delle corbe ne' bastimenti e la loro arboratura. Molte notizie di più si possono trarre dalla Dissertazione del Sig. de Bouguer, che fu coronata nel 1727. dall' Accademia Reale di Parigi (*sur la mature des Vaisseaux*) e dalle altre due sullo stesso argomento e nella stessa occasione prodotte, e pubbli-

blicate per comando dell' Accademia: come ancora dalla Diſſertazione ſopra citata del Sig. Chauchot. Quanto all' arboratura per altro non ſi può definirne ogni circoſtanza con preciſione ſenza aver rifleſſo al numero delle perſone di ſervizio, alla loro minor fatica, alla celerità che ſi vuol ottenere nell' eſecuzione de' comandi per le manovre, alla forza de' legni, de' pennoni e degli alberi, al maneggio delle corde, e tali altre coſe che la ſola eſperienza della navigazione può ſtabilire, la quale aſſegnando i dati mette confine al ragionamento geometrico.

ANNOTAZIONI

Al Supplimento ſull' azione de' remi.

§. XII.

IL computo che qui s' iſtituiſce delle forze de rematori indica i limiti che non s' eccedono, ed a' quali ſi può avvicinarſi. La forza d' ogni uomo è limitata per la quantità e per il tempo in cui può continuarne l' eſercizio. La quantità ſi deve miſurare dalla maſſa o peſo ch' egli può tenere

in

in equilibrio, e dal tempo per il quale può durare in sì fatto sforzo: o dalla massa ch' ei muove, dalla velocità con cui la muove, e dal tempo che può durare nella fatica. Nella considerazione della massa entra anche quella del suo proprio corpo. Sicchè se la forza ch' egli può esercitare stando nello stesso luogo sia una data, e muova le sue membra nello spingere o tirare con una certa velocità, tanto minore riuscirà la massa ch' egli potrà spingere o tirare, quanto più veloce sarà l' agitazione del suo corpo; o pure quanto più fatica impiegherà a muoverlo, tanto meno lungamente potrà egli durare nel lavoro. Quindi se un uomo corra o si muova con tutta la velocità di cui è capace ed in oltre per il tempo che può durare in questo esercizio, non gli rimane forza per tirare o spingere alcun altro peso: e se lo fa, questo è a discapito o della velocità con cui si muove, o della durata del suo lavoro. Quindi nascono le differenze de' modi d' applicare gli uomini, e in generale gli animali all' azione delle macchine. I termini assegnati dall' esperienza al Signor Eulero sono che un uomo può percorrere in un' ora in circa piedi 24000. (*Scient. Nav. T.* II. §. 556.), il che riviene a presso sette piedi per secondo,

on-

onde per comodo del calcolo e per assegnare un confine che non s'eccede, si stabilisce a piedi $7\frac{1}{2}$ per secondo. Il peso che un uomo può muovere stando nello stesso luogo e lavorando senza interruzione non si può valutare più di libbre 30. (*Desag. Cours de Phys. Lec.* IV. *pag.* 257.) ma lavorando con interruzione, come nella voga, si può computare di due terzi maggiore, giacchè l' interruzione è lunga al doppio dell' azione, il che farebbe libbre 50, e s' accresce alle libbre 54 per assegnare un confine massimo, e perchè l' azione del vogare è la più efficace attesa la posizione de' rematori, ed il peso stesso del corpo che giova all' azione, quando si piegano i rematori all' indietro. In questi dati la varietà delle costituzioni degli uomini o naturali o indotte dalla consuetudine possono fare dell' alterazioni: ma in generale le assunte misure sono in tutti i casi prossime alle vere.

§. XIII.

Si vuol trovare il valore di n, affinchè la formula $\frac{1}{3} n \mathrm{F}u.\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$, ottenga un valor massimo.

simo. E poichè la velocità diventa nulla tanto nell' ipotesi di $u = o$, quanto di $u = c$, bisognerà trovare la ragione tra u, e c, tale che il valore della sopraddetta espressione sia massimo. E perchè $\frac{1}{3} n F$ non deve esser soggetto a incremento o decremento basterà trovare il massimo dell' espressione $u \left(1 - \frac{u}{c} \right)^2 = u \left(\frac{c-u}{c} \right)^2$. Prese le differenze infinitesime si ha

$\frac{c^2 du - 4cudu + 3u^2 du}{c} = o$, ficchè dividendo tutta l' equazione per du, e moltiplicandola per c, si ha $3u^2 - 4cu + c^2 = o = u^2 - \frac{4cu}{3} + \frac{c^2}{3}$. Che è un' equazione del secondo grado, dalla quale deducesi $u = \frac{2}{3} c - \frac{1}{3} c = \frac{c}{3}$: perchè l' altro valore $u = \frac{2}{3} c + \frac{1}{3} c = c$ fa diventar nulla, come si disse, la velocità del bastimento.

IL FINE.

TA-

TAVOLA

DELLE MATERIE

PARTE PRIMA.

Nella quale ſi conſiderano i baſtimenti in equilibrio ed allorchè non ſono in corſo.

Cap. I. *De' baſtimenti in generale.* Pag. 1.
Cap. II. *Del galleggiare de' baſtimenti, o del loro ſtato d' equilibrio in generale.* 8
Cap. III. *Della forza che fa l' acqua per inarcare i baſtimenti.* 15
Cap. IV. *Delle tre differenti ſpecie d' equilibrio.* 20
Cap. V. *Del modo di ridurre la ſtabilità ad una miſura determinata.* 27
Cap. VI. *Della determinazione della ſtabilità de' baſtimenti.* 36
Cap. VII. *Del momento della ſezione d' acqua d' un baſtimento.* 50
Cap. VIII. *Conſiderazioni degli altri elementi che entrano nella determinazione della ſtabilità.* 64

Cap. IX. *De' modi di procurare ai baſtimenti una ſufficiente ſtabilità.* 74

Cap. X. *De' moti di rollare e ficcare de' baſtimenti.* 88

PARTE SECONDA.

Nella quale ſi tratta della reſiſtenza che i baſtimenti incontrano nel loro corſo, e dell' azione del Timone.

Cap. I. *Della reſiſtenza che incontra una ſuperficie piana moſſa nell' acqua.* 99

Cap. II. *Della reſiſtenza che incontrano i baſtimenti nel loro corſo diretto.* 113

Cap. III. *Del modo di valutare la reſiſtenza d' una data Prora.* 124

Cap. IV. *Della reſiſtenza de' baſtimenti nel corſo obbliquo, e della deviazione in generale.* 139

Cap. V. *Sulla relazione tra l' obbliquità del cammino d' un baſtimento, e della forza ſpingente.* 152

Cap. VI. *Sul luogo al quale s' applica la forza ſpingente.* 168

Cap. VII. *Dell' azione del Timone nel corſo diretto.*

retto. 180

Cap. VIII. *Dell' azione del Timone nelle corſe obblique*. 199

Cap. IX. *Del moto con cui l' azione del Timone fa girare il baſtimento*. 210

PARTE TERZA.

Dell' arboratura, e del maneggio delle Vele o ſia *manovra* de' baſtimenti.

Cap. I. *Delle vele, e della forza del vento*. 221

Cap. II. *Dell' arboratura de' baſtimenti e della figura della Prora quale la eſige l' azione delle vele*. 234

Cap. III. *Del moto de' baſtimenti nel corſo diretto*. 251

Cap. IV. *Del moto de' baſtimenti nel corſo obbliquo*. 265

Cap. V. *Del corſo più ſpedito e pronto de' baſtimenti, data che ſia la loro via e la direzione del vento*. 283

Cap. VI. *Della miglior maniera di bordeggiare per arrivare al vento*. 306

Cap.

544
Cap. VII. *Rischiaramenti sulle diverse specie di bastimenti.* 321

SUPPLIMENTO.

Sull' azione de' remi. 337

ANNOTAZIONI.

Alla Parte prima. 361
alla Parte seconda. 428
alla Parte terza. 487
Appendice sull' arboratura, e sulla figura delle corbe. 511
Annotazioni al Supplimento. 537

Fig. 1

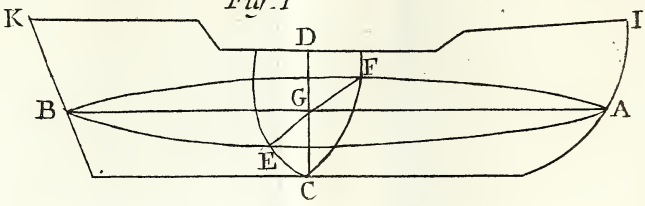


Fig. 2.

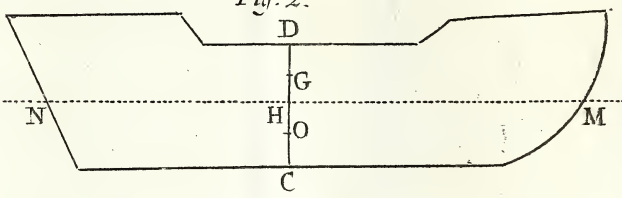


Fig. 3.

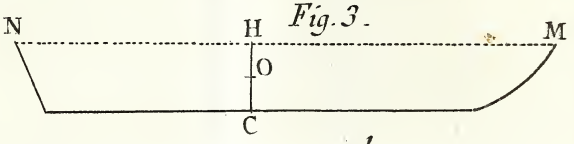


Fig. 4.

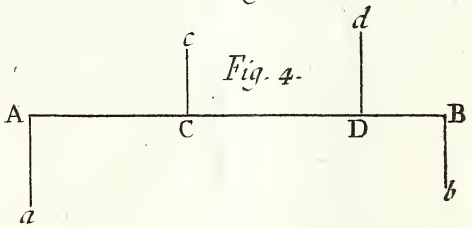


Fig. 5.

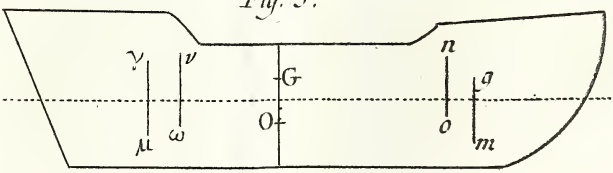


Fig. 6.

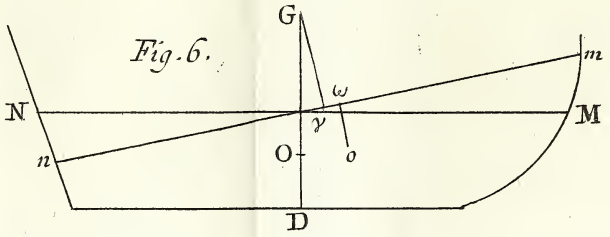


Fig. 7.

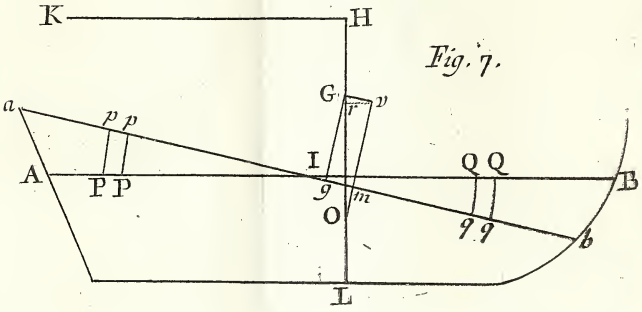


Fig. 8

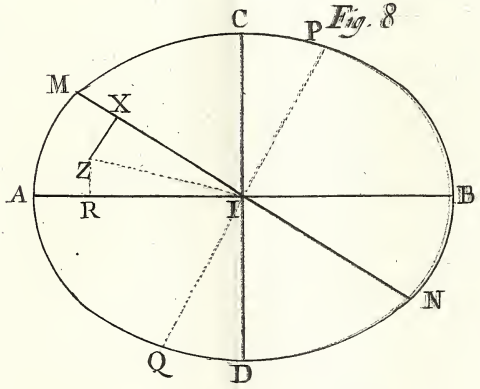
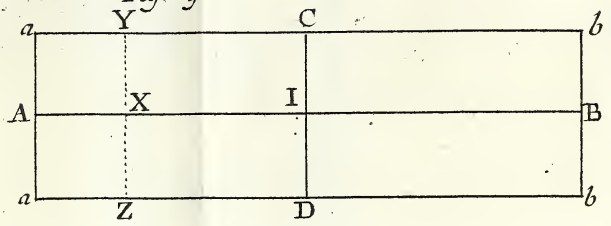


Fig. 9.



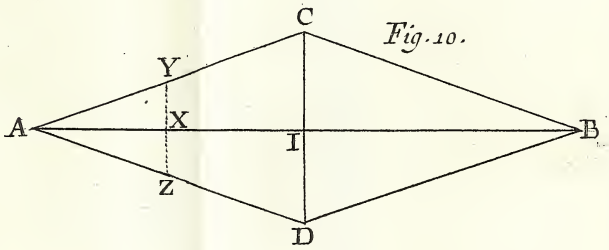
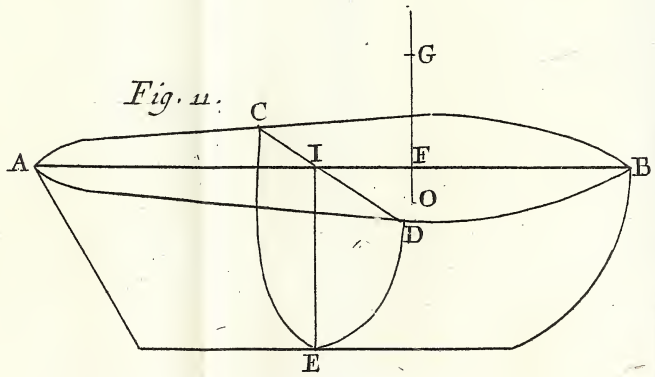


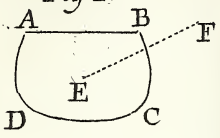
Fig. 10.

Fig. 11.



Tav. I.

Fig. 1.



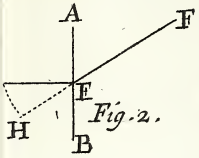


Fig. 2.

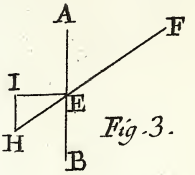


Fig. 3.

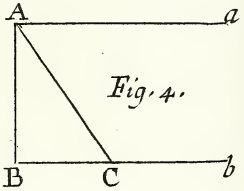


Fig. 4.

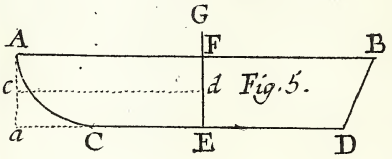


Fig. 5.

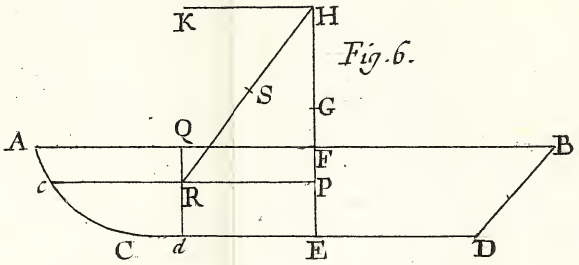


Fig. 6.

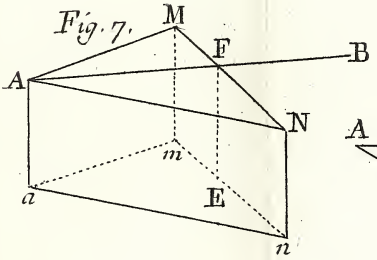
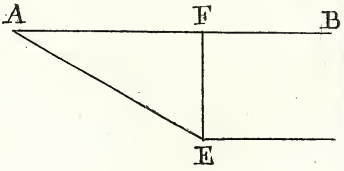


Fig. 7.

Fig. 8.



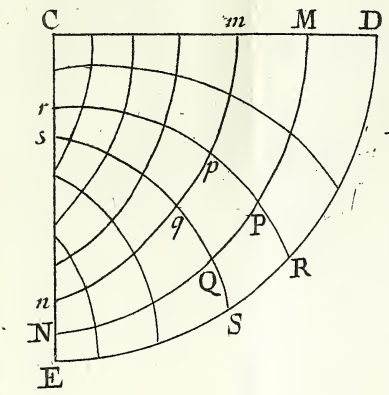


Fig. 9.

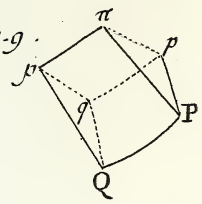


Fig 10.

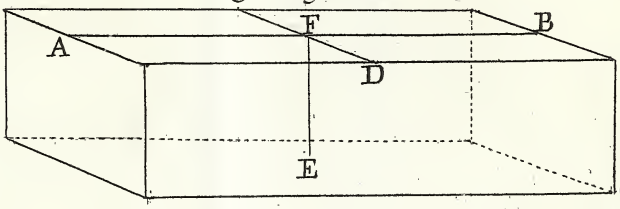


Fig. 11.

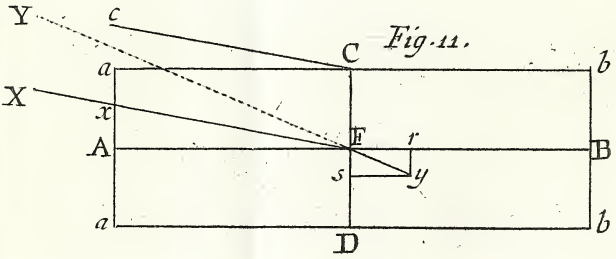


Fig. 12.

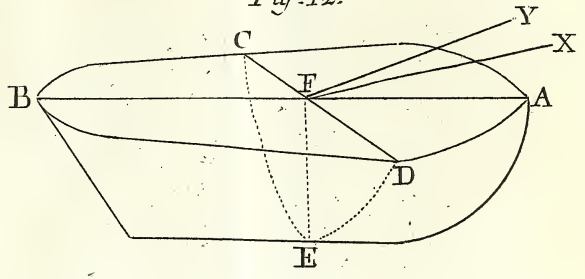


Fig. 13.

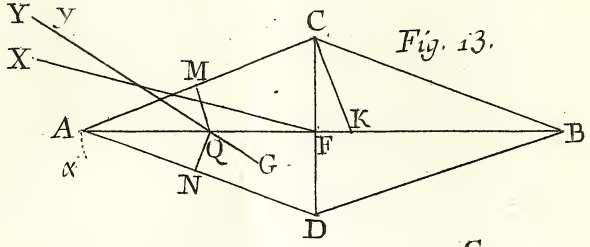


Fig. 14.

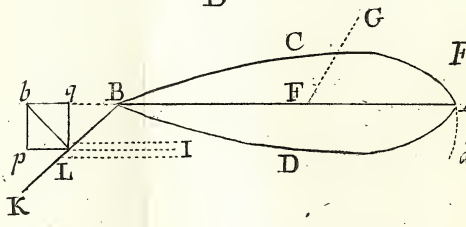


Fig. 15.

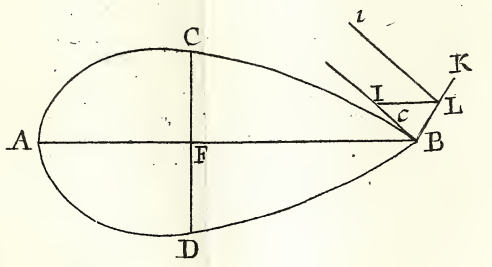


Fig. 16.

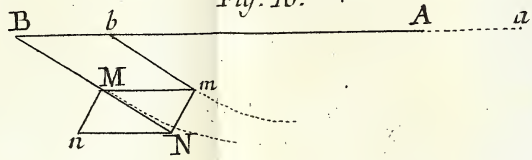


Fig 17

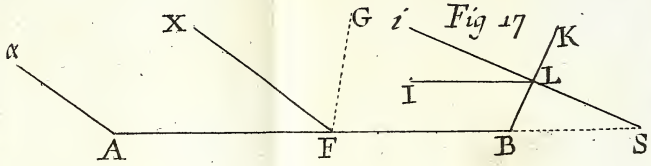


Fig. 18.

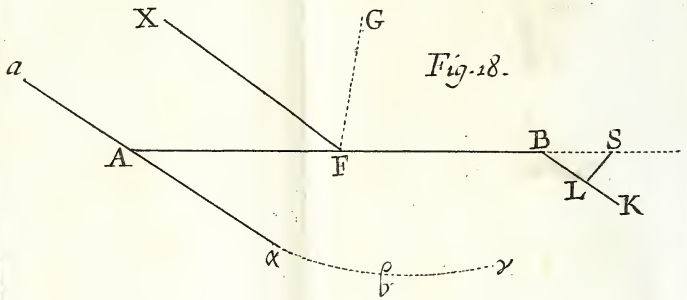
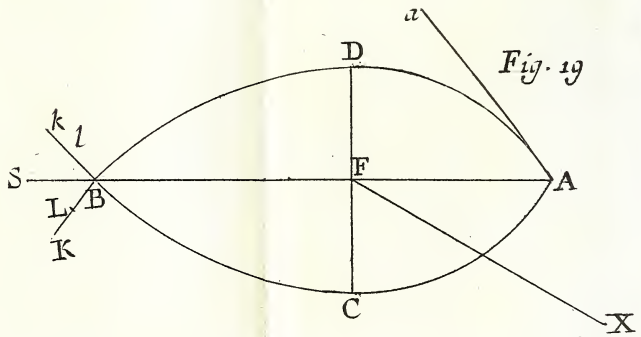


Fig. 19



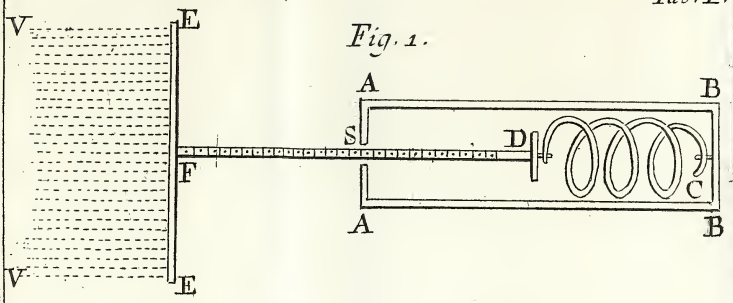


Fig. 1.

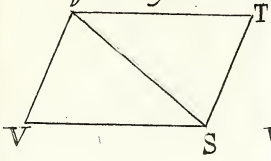


Fig. 2.

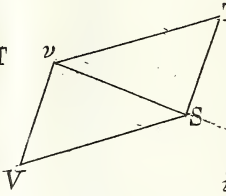
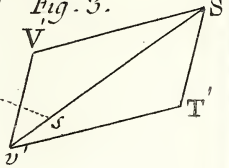


Fig. 3.



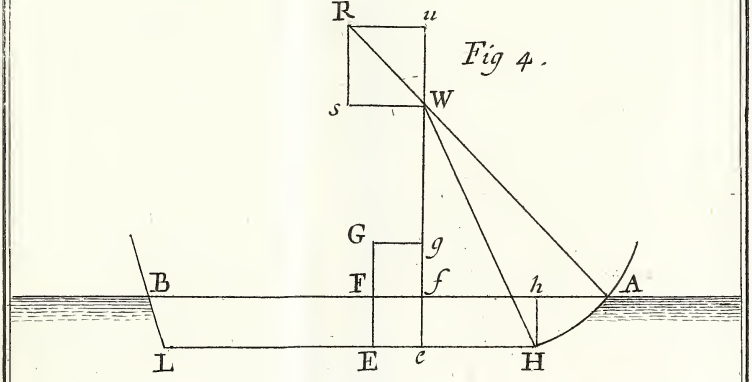
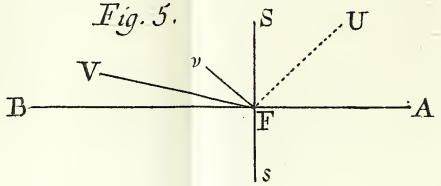


Fig 4.

Fig. 5.



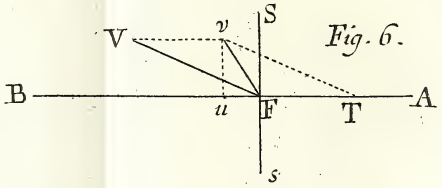


Fig. 6.

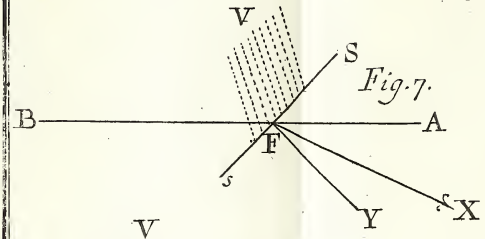


Fig. 7.

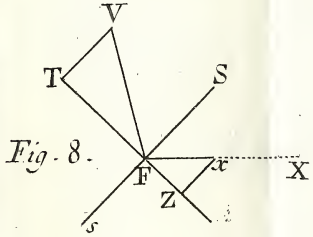


Fig. 8.

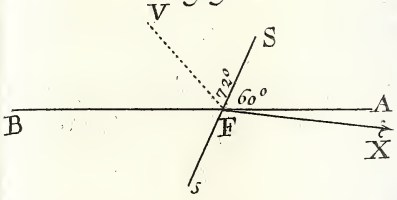


Fig. 9.

Fig. 10.

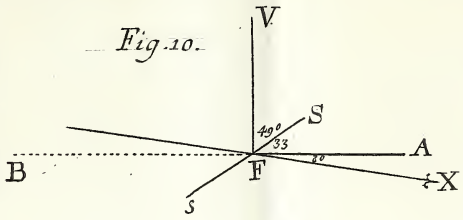


Fig. 11.

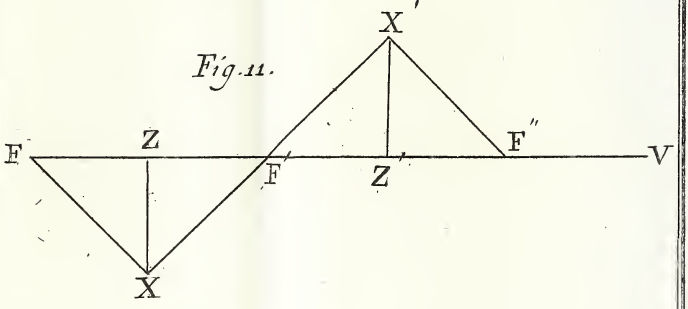


Fig. 12.

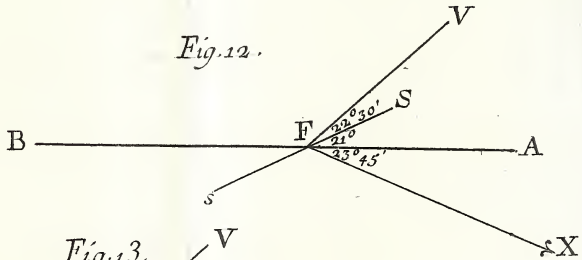
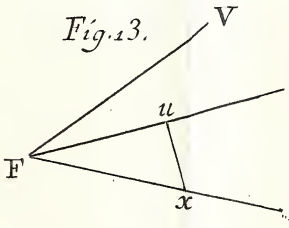


Fig. 13.



Tav IV.

Fig. 14.

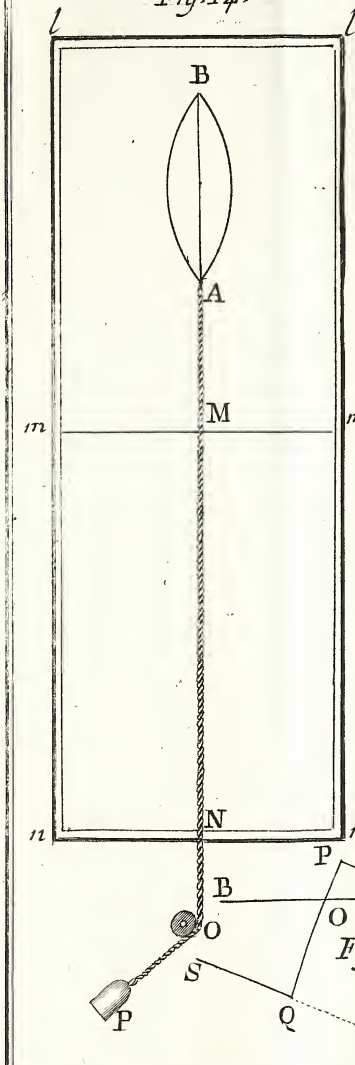
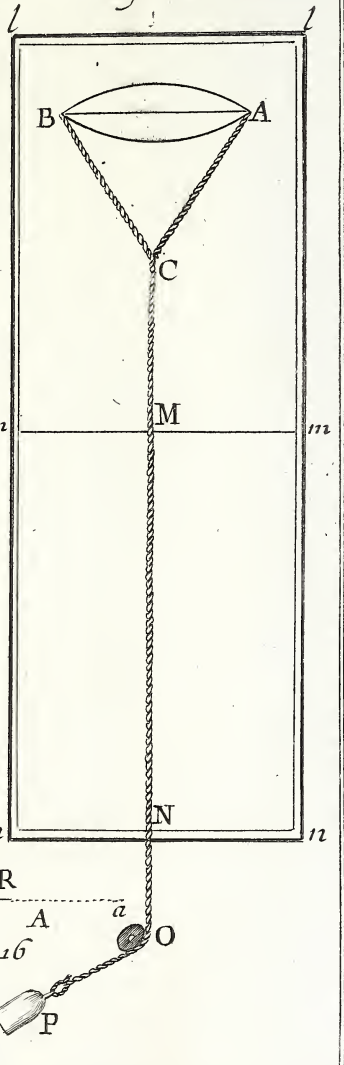


Fig. 15.



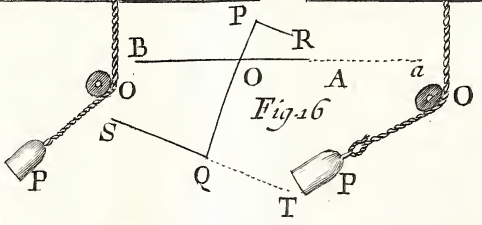


Fig. 16

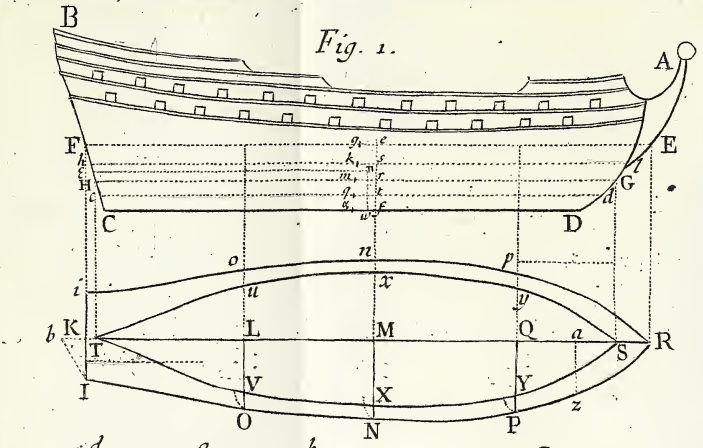


Fig. 1.

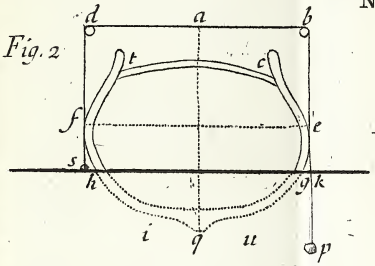


Fig. 2

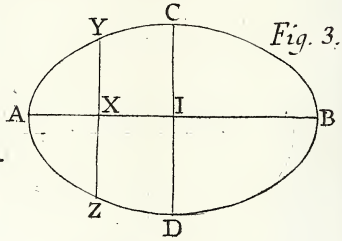


Fig. 3.

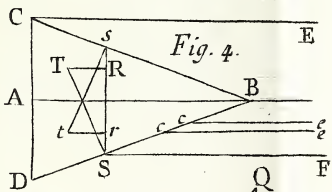


Fig. 4.

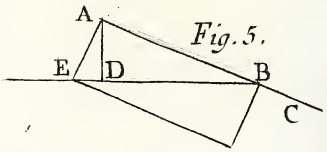


Fig. 5.

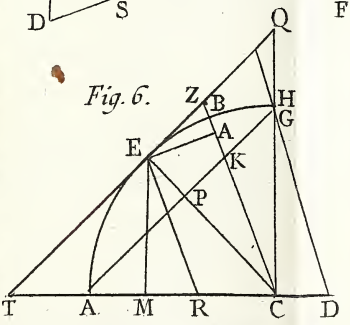


Fig. 6.

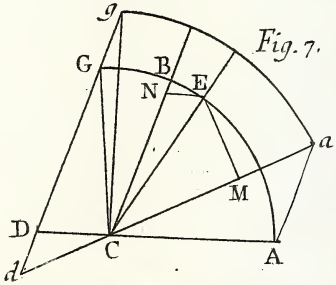


Fig. 7.

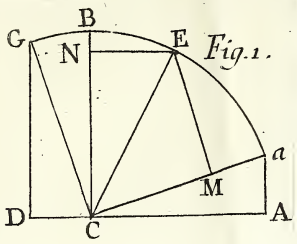


Fig. 1.

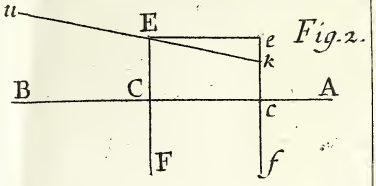


Fig. 2.

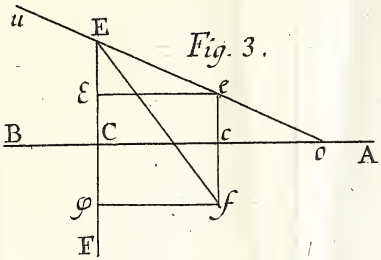


Fig. 3.

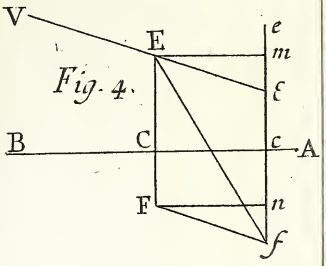


Fig. 4.

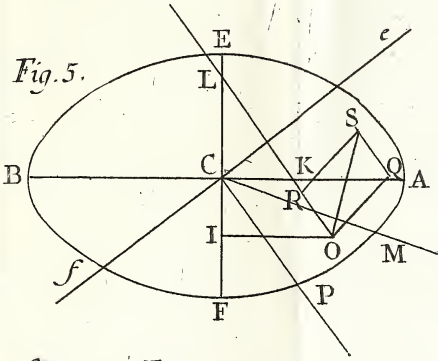


Fig. 5.

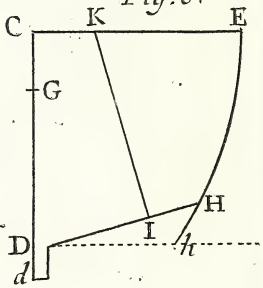


Fig. 6.

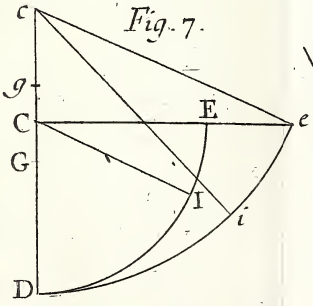


Fig. 7.

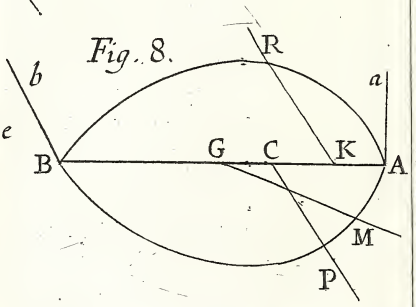


Fig. 8.

Sc.

1985

SPECIAL 86-B
26357

THE GETTY CENTER
LIBRARY